



LUND UNIVERSITY

Digital reglering av klimatprocesser

Jensen, Lars

1976

Document Version:
Förlagets slutgiltiga version

[Link to publication](#)

Citation for published version (APA):
Jensen, L. (1976). *Digital reglering av klimatprocesser*. (Research Reports TFRT-3142). Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology (LTH).

Total number of authors:
1

General rights

Unless other specific re-use rights are stated the following general rights apply:
Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

Read more about Creative commons licenses: <https://creativecommons.org/licenses/>

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

LUND UNIVERSITY

PO Box 117
221 00 Lund
+46 46-222 00 00

DIGITAL REGLERING AV KLIMATPROCESSER

Lars Jensen

Denna rapport avser anslag D 698 från Statens råd för Byggnadsforskning till institutionerna för Byggnadskonstruktionslära och Reglerteknik vid Lunds Tekniska Högskola, Lund.

INNEHÅLL

1	Inledning	1:1
2	Problem inom klimatprocesser	2:1
2.1	Störningar på klimatprocesser	2:1
2.2	Krav på klimatprocesser	2:2
2.2.1	Människans krav	2:2
2.2.2	Processtekniska krav	2:4
2.2.3	Funktionstekniska krav	2:5
2.3	Problem med klimatprocesser	2:6
2.3.1	Praktiska problem	2:6
2.3.2	Dimensioneringsproblem	2:6
2.3.3	Reglertekniska problem	2:7
3	Fysikaliska modeller	3:1
3.1	Konvektion	3:1
3.2	Strålning	3:3
3.3	Strömning	3:4
3.4	Värmeledning	3:8
3.5	Blandning	3:12
3.6	Modellbyggnad	3:20
3.7	Simuleringsmetoder	3:24
4	Experimentella modeller	4:1
4.1	Utformning av experiment	4:2
4.2	Bestämning av parametrar i en fysikalisk modell	4:8
4.3	Bestämning av parametrar till en given samplad modell	4:13
4.3.1	Minsta kvadratmetoden	4:14
4.3.2	Maximum likelihood metoden	4:20
4.3.3	Bestämning av en samplad modell i reell tid	4:21
5	Exempel på modeller	5:1
5.1	Rum tilluft-frånluft	5:2
5.2	Luftkanal tilluft-frånluft	5:10
5.3	Luftvärmare vattenflöde-lufttemperaturökning	5:18
5.4	Entalpiväxlare varvtal-temperaturverkningsgrad	5:29

5.4.1	En kammarmodell	5:30
5.4.2	En sektorelementmodell	5:33
5.4.3	Experimentell bestämning av verkningsgrad	5:36
5.4.4	Experimentell bestämning av dynamiken	5:37
5.5	Bostadsområde utetemperatur-fjärrvärmeeffekt	5:47
6	Dimensionering av regulatorer	6:1
6.1	Bestämning av regulatorer genom simulering	6:13
6.2	Syntes av optimala regulatorer	6:17
6.3	Modifierade deadbeatregulatorer	6:20
6.3.1	Deadbeatregulator med straff på signalen	6:22
6.3.2	Deadbeatregulator med straff på ändringen i signalen	6:23
6.3.3	Deadbeatregulator med straff på ändringen i utsignalen	6:24
6.3.4	Deadbeatregulator med exponentiell nedgång	6:24
6.3.5	Deadbeatregulator med lång tidshorisont	6:24
6.4	Enkla självinställande regulatorer	6:25
6.4.1	En självinställande regulator för statiska olinjära processer	6:27
6.4.2	En självinställande P-regulator	6:32
6.4.3	En självinställande I-regulator	6:33
6.5	Tillfrånreglering	6:35
6.5.1	Proportionell tillfrån reglering	6:36
6.5.2	Proportionell och deriverande tillfrånreglering	6:38
6.5.3	Tillfrånreglering med utnyttjande av processmodell	6:41
6.5.4	Pulslängdsmodulerad tillfrånreglering	6:41
6.6	Kvotregulatorn	6:44
6.6.1	Regulatoride	6:44
6.6.2	Stabilitet	6:46
6.6.3	En allmän kvotregulator	6:55
6.6.4	Kvotregulator med skattad processmodell	6:56
6.6.5	Sammanfattning av kvotregulatorns egenskaper	6:58
6.7	Implementering av regulatorer	6:63
6.7.1	Utformning av en digital PID-regulator	6:63
6.7.2	Åtgärder vid stora processfel	6:68
6.7.3	Åtgärder vid små processfel	6:69
6.7.4	Mätvärdesbehandling	6:70
6.8	Lämpliga regulatorer för några klimatprocesser	6:78

6.8.1	Rumslufttemperaturreglering med luftvärmare	6:78
6.8.2	Rumslufttemperaturreglering med luftkylare	6:80
6.8.3	Reglering av tillufttemperatur	6:80
6.8.4	Reglering av blandning	6:82
6.8.5	Reglering av entalpiväxlare	6:84
6.8.6	Reglering av lufttemperatur och luftfuktighet med förvärmare och befuktare	6:86
6.8.7	Reglering av processer med flerläges insignal	6:90
6.8.8	Reglering av vattenflöden	6:91
6.8.9	Driftoptimering av anläggning med värmeåtervinning	6:92
7	Experimentell utrustning	7:1
7.1	Coupler/controllersystemet	7:2
7.2	Hjälputrustning	7:5
7.2.1	Lägeservo	7:6
7.2.2	Linjäriseringskrets till varvtalsservo	7:7
7.2.3	Tyristoraggregat för effektereglering	7:8
7.2.4	Varvtalsgivare	7:8
7.3	Datorn	7:13
7.4	Datorprogram	7:13
7.4.1	Program för exekvering av regulatorer	7:15
7.4.2	Program för programstyrning	7:15
7.4.3	Program för kommunikation med coupler/controller-systemet	7:16
7.4.4	Datainsamlingsprogram	7:17
7.4.5	Plottningsprogram	7:17
7.5	Kommunikationslänk	7:19
7.6	Kommandostyrda interaktiva datorprogrampaket	7:20
8	Några exempel på digital reglering av klimatprocesser	8:1
8.1	Rum med elradiatoruppvärmning	8:2
8.2	Rum med tillfrånreglerad konvektiv uppvärmning	8:14
8.3	Lektionssal med luftkonditionering	8:19
8.4	Rum med spjäll eller magnetventilreglerad eftervärmare	8:33
8.5	Reglering av entalpiväxlare	8:40
8.6	Reglering med kvotregulatorn	8:50

9	Slutsatser och framtida utveckling	9:1
9.1	Modellbyggnad	9:1
9.2	Regulatordimensionering	9:1
9.3	Experimentteknik och metodik	9:2
9.4	Framtida utveckling	9:3
10	Litteratur	10:1

1 INLEDNING

Denna rapport är en slutrapport för forskningsprojektet: Reglersystem för klimatiserade byggnader, anslag D 698. Projektet har varit ett samarbete mellan institutionen för Byggnadskonstruktionslära och institutionen för Reglerteknik, båda vid Lunds Tekniska Högskola. Projektet har omfattat 4.5 år.

I forskningsprojektets ansökan fastlades projektets målsättning och inriktning med de fyra arbetspunkterna processkännedom, mätningar, systemarbete och komponenter. Dessa arbetspunkter bör ses mot följande bakgrund. Processkännedom inom klimatprocesser avsåg då huvudsakligen statistiska egenskaper. Med kännedom om dynamiska egenskaper eller dynamiska modeller skulle bättre reglering kunna uppnås. Dynamiska modeller kan dels bestämmas direkt från konstruktionsdata och dels genom att anpassa en samplad modell till mätdata från speciellt gjorda fullskaleexperiment. Den senare metoden ger oftast de bästa modellerna för att dimensionera regulatorer och simulera. Den förstnämnda modellen kan förbättras genom att i modellen ingående fysikaliska parametrar anpassas till mätdata. Fördelen med de fysikaliska modellerna är att de är uppbyggda av fysikaliska grundekvationer, vilket möjliggör att även studera andra liknande klimatprocesser genom att ändra vissa av de i modellen ingående fysikaliska parametrarna. Något sådant är inte möjligt att genomföra med samplade modeller.

För att använda dessa två modellanpassningsmetoder måste lämpligt utformade fullskaleexperiment genomföras med olika klimatprocesser. Det fanns också redan en färdig teknologi för hur modellanpassningen och utformningen av experimenten skulle ske.

Systemarbete i form av dimensionering av och testning av regulatorer skulle sedan kunna utföras. Detta kunde lämpligast ske på samma process som mätningarna utförts på. Även teknologin för att ta fram regulatorer från dynamiska modeller fanns tillgänglig. Projektet avsåg främst att undersöka hur digital (tidsdiskret, samplad) reglering skulle utformas. Detta då det börjar bli ekonomiskt möjligt att använda datorer för klimatreglering.

Experiment med olika reglersätt kombinerade med olika konstruktioner skulle också kunna genomföras. Detta för att undersöka möjligheten att förenkla olika klimatprocesser.

Under de två första åren av projektet låg tyngdpunkten på arbetspunkterna processkännedom och mätning. Ett flertal mätningar gjordes på ett försöksrum med tre olika typer av uppvärmning. Från dessa och andra mätningar togs olika modeller fram. Det praktiska systemarbetet med fullskaleexperiment med reglering kunde först påbörjas när mät- och styrutrustningen levererades. Denna utrustning anslöts till en medelstor processdator, vilket medförde att experiment kunde automatiseras och datorns stora kapacitet kunde utnyttjas i form av beräkningar, utskrifter, lagring av mätdata och presentation av mätdata i form av kurvor. Den totala experimentlängden är omkring 1000 timmar och mätning och reglering har i regel skett varje minut.

Ett flertal olika klimatprocesser har modellerats och reglerats med datorn. Några exempel är följande

- försöksrum med elradiatoruppvärmning
- försöksrum med varmluftuppvärmning
- lektionssal med luftkonditionering
- sjukhusrum med luftkonditionering
- entalpiväxlare
- elbatteri

Huvudinriktningen för projektet har varit att ta fram digitala regulatorer för klimatprocesser, men när en dator används för att implementera digitala regulatorer, så öppnar sig även andra möjligheter att reglera en klimatprocess på. Något som en dator är ytterst lämpad för är tillfrånreglering eller tvåläges reglering. Det är ingen svårighet att med dator få en tvåläges signal att motsvara en kontinuerlig signal ur klimatprocessynpunkt. I ett fall har en konventionell ventil ersatts med en magnetventil och i ett annat fall har ett pneumatiskt reglerat blandningsspjäll på en eftervärmare ersatts med en magnetventil, som reglerade vattenflödet till eftervärmarens batteri.

En stor del av forskningsarbetet finns dokumenterat i ett tjugotal ar-

betsrapporter. Denna slutrapport består till större delen av sådant material. Materialet om enkla självinställande regulatorer och kvotregulatorn är emellertid nytt.

Några frågor som en eventuell läsare ställer sig är följande

Finns det några liknande arbeten gjorda inom området reglering av klimatprocesser?

Till vem vänder sig olika delar av rapporten?

Vilka förkunskaper krävs?

Omkring 1960 hade en del arbete utförts kring klimatprocesser. Dessa arbeten omfattade i regel modellbyggnad med utgångspunkt från fysikaliska modeller. Modellerna hade i vissa fall verifierats med enkla experiment. Någon utveckling av nya regulatorer har knappast gjorts utan ofta har tvåläges regulatorer, P-regulatorer eller PI-regulatorer endast simulerats. Några arbeten med digital reglering av klimatprocesser känner författaren ej till.

Alla kapitel kan läsas självständigt. I stort kan rapporten delas upp i två delar, en modellbyggnadsdel som omfattar kapitel 3, 4 och 5 och en syntesdel med dimensionering, implementering och testning av regulatorer, vilket återfinnes i kapitel 6, 7 och 8.

Modellbyggnadsdelen vänder sig dels till de som är intresserade av att ta fram en modell för en enkel klimatprocess eller att kunna göra en grov uppskattning av dess egenskaper. I kapitel 5 finns en del exempel på modeller för olika klimatprocesser, som kan användas vid systemarbete. Någon fullständig katalog på olika klimatprocesser återfinns ej.

De förkunskaper som krävs är i stort sett kunskaper om differentialekvationer, differansekvationer och matrisräkning.

I kapitel 6 behandlas dimensionering av regulatorer, vilket givetvis är av intresse för reglertekniker. Kunskapskraven här är de samma som tidigare och dessutom bör teorin för samplade (tidsdiskreta) system vara känd.

I kapitel 7 dokumenteras den experimentutrustning som använts. Detta kan vara av intresse för de som ämnar utföra liknande experiment.

Sist i kapitel 8 ges en del exempel på reglering av olika klimatprocesser. Detta kapitel är givetvis av intresse för reglerteknikern, men även andra kan vid en genomläsning få en uppfattning om hur god reglernoggrannhet som kan uppnås.

Det viktigaste kapitlet i rapporten är kapitel 6 som behandlar dimensionering av regulatorer. Ett flertal metoder beskrivs. Simulering används och känd reglerteori utnyttjas. I båda fallen krävs en modell för den aktuella processen. Detta är emellertid inte nödvändigt i en ny teori som utvecklats snabbt under de senaste åren, de självinställande regulatorerna. I stället för att först ta fram en modell och därefter använda denna för att ta fram en regulator, så anpassar regulatorn själv sina parametrar. Det tidigare tidskrävande modellbyggnads- och dimensioneringsarbetet kan alltså elimineras till största delen. Vidare kan denna typ av regulatorer vara lämpliga att använda om processen är olinjär och förändras i tiden. Nackdelen är att någon större processkunskap ej erhålls, vilket fås vid modellenanpassningen. Några exempel ges på enkla självinställande regulatorer, som är lämpliga för klimatprocesser. Hur regulatorer skall implementeras på en dator dokumenteras också. Dessutom ges förslag på lämpliga regulatorer för några olika klimatprocesser. Allt detta återfinns i kapitel 6.

Som ett komplement till detta kapitel 6 ges i kapitel 8 några exempel på reglering av klimatprocesser. De olika experimenten illustrerar dels hur god reglernoggrannhet som kan uppnås för en viss klimatprocess och dels skillnader mellan olika typer av regulatorer.

Den experimentella utrustningen dokumenteras i kapitel 7. Själva mät- och reglerutrustningen placeras intill reglerobjektet och utrustningen sköts helt av en dator. Förbindelsen till datorn kan utgöras av en kabel vid kortare avstånd eller annars av en modemförbindelse på det normala telefonnätet. Någon personal krävs ej vid reglerobjektet utan experiment kan kontrolleras helt från datorn. I det aktuella fallet har experimenten automatiserats så att de har kunnat ske utan någon personal närvarande vid datorn bortsett från start och stopp av experimenten.

Modellbyggnad med utgångspunkt från fysikaliska grundekvationer och data beskrivs i kapitel 3. Olinjäriteter och partiella differentialekvationer approximeras så att linjära modeller erhålls. Den främsta svårigheten ligger i att fastlägga olika fysikaliska parametrar. Osäkerheten i modellparameterbestämningen medför att modellerna endast är lämpliga att användas vid uppskattning av processens egenskaper.

I kapitel 4 återges ett annat sätt att bestämma en modell genom att anpassa den till mätdata från speciellt utformade experiment. Modellen kan dels vara en modell baserad på fysikaliska grundekvationer, i vilka vissa parametrar anpassas, och dels vara en samplad modell, som direkt anger sambandet mellan insignaler och utsignal. Denna modelltyp är speciellt lämpad för att använda vid simulering eller vid dimensionering av digitala regulatorer. Hur experimenten skall utformas så att lämpliga mätdata erhålls återges också.

För att kunna jämföra de olika modellbyggnadsmetoderna så har i kapitel 5 både fysikaliska och experimentella modeller beräknats för några olika klimatprocesser. Dessa modeller skall bara tjäna som exempel på hur enkla modeller som krävs och ej utgöra någon fullständig modellkatalog.

Även om projektet endast har avsett en forskare på heltid så har ett flertal personer deltagit i forskningsarbetet, vilka författaren ber att få tacka för gott samarbete. Tekn.dr Lennart Ljung har medverkat vid utformning av experiment och vid dimensionering av regulatorer vid ett flertal försöksserier. Tekn.lic. Johan Wieslander har deltagit i lösning av olika datorproblem. Forsk.ing. Leif Andersson, tekniker Rolf Braun, forsk.ing. Kurt Källblad, tekniker Bernhard Murd och tekniker Urban Lundh har deltagit i konstruktion och ifärdigställande av olika försöksutrustningar. Sekr. Marianne Abrahamsson har skrivit ut slutrapporten och de flesta arbetsrapporterna. Tre stora försöksserier har utförts i samarbete med Angpanneföreningen i Malmö. Civ.ing. Leif Ekström initierade och deltog i arbetet och dessutom deltog ing. Rickard Hänsel.

2 PROBLEM INOM KLIMATPROCESSER

Avsikten med detta kapitel är att kortfattat belysa några olika problem och krav inom klimatreglering.

2.1 Störningar på klimatprocesser

En byggnad påverkas av dels yttre och dels inre störningar. Några av de yttre är följande: uteluftens temperatur, solstrålning och vind.

Uteluften påverkar rumsklimatet direkt genom mekanisk ventilation, ofrivillig ventilation via otätheter i byggnaden och via fönstren och fördröjt och dämpat via ytterväggar och tak. Uppvärmningsbehovet är i stort sett proportionellt mot temperaturskillnaden inne-ute. Vid stora temperaturskillnader kan den ofrivilliga ventilationen öka, då de termiska krafterna är proportionella mot temperaturskillnaden, vilket innebär att värmeförlusten växer kvadratisk med temperaturskillnaden.

Vid temperaturreglering i de flesta flerfamiljshus med vattenburen värme utnyttjas det faktum att uppvärmningsbehovet är i stort sett proportionellt mot temperaturskillnaden inne-ute. Framledningstemperaturen till radiatorerna regleras därför efter en viss given kurva och utetemperaturen. Någon återkoppling från rumstemperaturen finns ej. En felaktigt vald reglerkurva leder till antingen för hög eller för låg rumstemperatur.

Den solstrålning som faller in genom ett vertikalt tvåglasfönster kan motsvara en effekt på över 600 W/m^2 . Lokaler med stora fönsterytor utan solskydd måste ventileras med ett stort antal luftväxlingar och tilluften måste kunna kylas.

Vinden bidrar också till att öka den ofrivilliga ventilationen.

Konvektion vid ytor påverkas kraftigt av lufthastigheten, men hela fasadens värmekonduktans påverkas obetydligt.

Ur reglerteknisk synpunkt är solstrålning den svåraste störningen, då den kan ge mycket snabba belastningsvariationer orsakade av vandrande slagskuggor och varierande molntäcke. Därefter kommer utelufttemperaturen, som kan ändras några grader under en timme. Vinden torde vara den lättaste störningen.

Inre störningar i en byggnad utgörs främst av personer, belysning och värmealstrande maskiner.

En människa kan avge en effekt från 60 W upptill 120 W beroende på aktivitet. God kontorsbelysning, 1000 lux, kan tillföra lokalen en värmeeffekt på omkring 50 W/m^2 . En del av belysningsvärmets bortföres i ventilerade lokaler i regel genom frånluftsventilerade armaturer. I kontor med hög belysningsstandard 1000-2000 lux kan uppvärmningsbehovet täckas genom återvinning av belysningsvärmets från luften för utetemperaturer neråt -10°C .

Belysningen torde vara den besvärligaste störningen, då stora belysningseffekter kan slås till och från momentant vid arbetstidens början resp. slut. Andra momentana störningar inträffar vid uppstart av en anläggning eller vid övergång från dag till nattdrift eller tvärtom. I det senare fallet minskas luftmängden ofta eller enbart återluft används.

2.2 Krav på klimatprocesser

2.2.1 Människans krav

Människan har ett temperaturregleringssystem, som håller kroppstemperaturen omkring 37°C . Värmebalansen upprätthålles genom värmeproduktion i kroppen beroende på aktivitetsnivå, genom andning, genom svettning, genom värmeledning till kläder, genom värmestrålning och genom konvektion. Detta system kan klara av mycket olika klimat, men området i vilket en människa säges vara i termisk komfort är mycket litet. Det finns undersökningar som visar att man som mest kan få 70% av en grupp nöjda med rumsklimatet.

För att kunna definiera begreppet termisk komfort så har Fanger (1970) ställt upp en värmebalansekvation för en människa, där sex olika variabler ingår. De är

- aktivitetsnivå värmeproduktion
- klädsel
- rumslufttemperatur
- medelstrålningstemperatur
- luftfuktighet
- lufthastighet

Det finns ett flertal andra faktorer såsom kroppsbyggnad, ålder, kön, ras och adaption, vilka ej har medtagits. Konstanterna i komfortekvationen har bestämts genom regressionsanalys av mätdata från experiment med försökspersoner och med kunskap om fysikaliska förhållanden.

Med hjälp av speciella diagram, där vissa faktorer är konstanta kan punkten för termisk komfort erhållas. Med ett sådant diagram (se figur 2.2.1) kan bland annat luftfuktighetens inverkan på termisk komfort undersökas. Exemplet visar att om relativa luftfuktigheten ändras från 20% till 80% så behövs rumslufttemperaturen sänkas från 26.4 °C till 25.0 °C. Vid högre temperaturer, där svettning svarar för större delen av värmetransporten blir luftfuktigheten helt avgörande, men detta område ligger långt från det normala rumsklimatet.

Undersökningar utförda av Ingelstedt (1956) och Toremalm (1960) visar att luftfuktighetens betydelse för luftvägarnas kondition är liten. Detta beror på att inandningsluften vid passage av näsan värms till kroppstemperatur och befuktas nästan till mättnad. Vid utandning återvinner näsan utandningsluftens värme och vatteninnehåll.

Fram till 1970 har man huvudsakligen studerat människan i ett konstant rumsklimat. Rumsklimatreglering kan i en del fall ske med ren tillfrågnreglering, varvid t.ex. rumslufttemperaturen varierar periodiskt. En intressant frågeställning är då, vilka periodtider och amplituder kan en människa tolerera? En annan fråga är: kan ett periodiskt rumsklimat upplevas mera stimulerande än ett konstant rumsklimat?

Sprague och Mc Nall (1970) har kommit fram till att vid periodiska va-

riationer i lufttemperatur och i relativ luftfuktighet så ökar den tillåtna amplituden med ökande periodtid. Detta resultat är något förvånande, om människans temperaturkänselfunktion ej är deriverande utan proportionella. Dessutom ligger temperaturkänselfunktionen på ett djup av 0.2 mm till 1 mm i hud och en viss dämpning borde då erhållas.

Andra experiment med varierande rumslufttemperatur har utförts av Wyon et al (1970). Experimenten visade att den tillåtna temperaturvariationen var större vid normalt arbete än i vila för samma person.

Andra krav på rumsklimatet är att strålningen skall vara så lika fördelad som möjligt. Människan är känslig för osymmetri i strålningsfältet. Vidare bör lufthastigheten ej överstiga 0.2 m/sek.

En omfattande litteraturstudie över inomhusklimatets fysiologi och hygien har utförts av Löfstedt (1965). I ett arbete av Fan et al (1971) görs en översikt över olika dynamiska modeller av människan i temperaturhänseende.

Människans krav på rumsklimatet torde kunna sammanfattas till att rumslufttemperaturen ej bör variera mer än $\pm 0.5^{\circ}\text{C}$ och att den relativa luftfuktigheten är utan direkt betydelse för människan. Indirekt är den av betydelse då ökad luftfuktighet minskar statisk elektricitet och därmed också dammbildning.

2.2.2 Processtekniska krav

Det finns ett flertal tillverkningsprocesser där kraven på rumsklimatet är högre än de människan kräver.

Inom mekanisk industri med höga krav på måttnoggrannhet tillåts rumslufttemperaturen endast variera några tiondels grader. Större avvikelser kan medföra att produktionen måste kasseras. I vissa fall finns det krav på att den relativa luftfuktigheten ej får överstiga 50%. Detta för att undvika korrosion av stål och järnrytor. Korrosionen kan uppträda även vid lägre värden på den relativa luftfuktigheten, om luften in-

nehåller korrosiva joner. Risken för kondens i en byggnads fasadväggar begränsar också den högsta tillåtna relativa luftfuktigheten i en byggnad.

Andra industrier med krav på inneklimat är tryckerier, livsmedelsindustri och farmaceutisk industri.

Förutom krav på luftens temperatur och fuktighet ställs ofta krav på luftens renhet. Uteluften kan filtreras efter behov. Dammbildning i en byggnad kan minskas genom att hålla en hög relativ luftfuktighet. Luftfuktigheten minskar den statiska elektriciteten och därmed dammbildningen.

2.2.3 Funktionstekniska krav

Klimatprocesser skall fungera under mycket varierande förhållanden och utan tillsyn under långa tider. Processerna måste därför vara så utformade och utrustade att alla driftsfall och alla fel skall klaras av utan att anläggningen eller dess försörjningsobjekt skadas. För att klara av detta krävs en del säkerhetsautomatik. Några exempel på olika vakter är frysskydd, flödesvakter, tryckvakter, nivåvakter, överhettningsskydd, minbegränsningsgivare m.fl.

Frysskyddet skall förhindra sönderfrysning av varmlufts batterier. Flödesvakter används för att övervaka att pumpar fungerar. Tryckvakter kan användas för att övervaka filter och fläktar. Min- och maxbegränsningsgivare används för att övervaka vissa processvariabler av sekundärt intresse. Vid otillåtna värden kan reglering ske med dessa givare så att det otillåtna värdet ej överskrids.

Vid ett strömavbrott får anläggningen eller dess försörjningsobjekt ej skadas. Vissa ventiler eller spjäll måste då utrustas med ställmotorer med återgång till önskat läge vid bortfall av nätspänning.

Ett viktigt krav är att slitage på rörliga mekaniska delar såsom ventiler, spjäll, ställdon m.fl skall vara så litet som möjligt för att er-

hålla en så lång livslängd som möjligt. Detta krav kommer givetvis i motsatsställning till kravet på små regleravvikelser.

Ett annat problem är att erhålla ventiler med lågt eller inget läckage samt med långvarigt täta packboxar. I anläggningar med både värme och kyla kan en läckande kylventil leda till stora onödiga driftskostnader.

I VVS AMA finns ett krav på att rumslufttemperaturen får högst avvika $\pm 1,5^{\circ}\text{C}$ från den önskade. Detta krav kan jämföras med att årskostnaden för att värma upp ett luftflöde på $100\,000\text{ m}^3/\text{h}$ 1°C är omkring 20 000 kr om egen oljepanna användes.

2.3 Problem med klimatprocesser

2.3.1 Praktiska problem

För att en anläggning skall kunna fungera tillfredsställande är det ytterst viktigt att anläggningen blir riktigt injusterad. Viktigast är att luft och vattenflöden blir de önskade. Nästa krav är att alla regulatorer är rätt inställda.

Under driften är det viktigt att anläggningens funktion kontrolleras. En något felaktig givare eller reglercentral kan orsaka stora onödiga energikostnader. På många anläggningar i dag finns det ingen möjlighet att enkelt avgöra om driftstillståndet är det önskade. Detta försvårar ytterligare möjligheten för användaren att direkt avgöra om anläggningen fungerar som den skall.

2.3.2 Dimensioneringsproblem

Ett svårt dimensioneringsproblem är bestämning av den maximala kyleffekten, som krävs för luftkonditionerade lokaler. Beräkningen sker i regel med något datorprogram. Den aktuella lokalen beskrivs med en modell, som sedan simuleras med aktuella indata.

Det finns i dag ett flertal olika beräkningsprogram av denna typ. I en

undersökning utförd av Nevrala et al (1970 och 1972) beräknades kylbehovet för några olika rum med några olika beräkningsprogram. Skillnaden mellan olika program kunde uppgå till $\pm 20\%$ av medelvärdet. Någon jämförelse med mätningar från ett rum i full skala gjordes ej, så det är svårt att bedöma vilket av de använda programmen som var bäst. Något som påverkar resultatet mycket är valet av olika värmeövergångstal och hur solstrålningen behandlas vid passage av fönster. Av mindre betydelse är modellens ordningstal. En enkel modell med bara några masstemperaturer skiljer sig knappast från en med tio gånger fler masstemperaturer.

Ett annat problem är val av ventil så att rätt ventilauktoritet erhålls. En överdimensionerad ventil medför att reglernoggrannheten blir dålig (liten upplösning). Endast en del av ventilens arbetsområde utnyttjas praktiskt. Om valet av en ventils eller ett spjälls karakteristik görs lämpligt så kan en olinjäritet i processen elimineras. Den totala processen kan då bli linjär, vilket underlättar regleringen.

Ett annat problem är beräkning av värmeväxlare för tappvarmvattenberedning. På grundlag av antal och typ av tappställen så beräknas ett sannolikt flöde, som endast överstiges med en viss sannolikhet. Vanliga värden är 1% och 1⁰/100. Någon hänsyn till hur värmeväxlarsystemet är utformat tas ej.

2.3.3 Reglertekniska problem

Om man med reglerproblem avser enbart t.ex. svårigheter med att hålla en temperatur konstant, så finns det knappast några större reglerproblem, men ändras definitionen till att avse att en process skall regleras på bästa sätt t.ex. med en så liten energiförbrukning som möjligt så finns det en del olösta problem.

Ett vanligt reglertekniskt fel är att processen pendlar. Detta kan oftast avhjälpas genom att minska kretsförstärkningen genom att ändra regulatorinställningen, byta till en långsammare ställmotor eller byta en överdimensionerad ventil.

I vissa fall kan komplicerade fall av pendlingar uppkomma genom att säkerhetssystem påverkar processen. Ett exempel är när ett frysskydd löser ut en anläggning och efter återstarten så regleras temperaturen ner så snabbt att frysskyddet åter löser ut.

Olämplig placering av givare kan också leda till dålig reglernoggrannhet eller pendlingar.

Temperaturgivare måste alltid placeras så att tillräcklig blandning erhålls, varvid ett representativt medelvärde erhålls. Här finns också en kompromiss mellan dödtid och reglernoggrannhet. Ju längre från en ventil eller ett spjäll en givare är placerad desto bättre blandning erhålls, men gångtid (dödtiden) ökar.

I många anläggningar påverkas den totala kretsförstärkningen av ingående luft och vattentemperaturer. Ju större temperaturskillnaden är mellan det medium som skall värmas och det medium som värmer desto större blir kretsförstärkningen. Till exempel kan tilluften i en anläggning ofta värmas upp 40 °C vintertid och endast kanske 10 °C sommartid. Kretsförstärkningen varierar i detta exempel 4 gånger. En regulator med fixa parametrar måste då injusteras med tanke på vinterfallet, vilket leder till långsam reglering sommartid.

Några områden inom vilka regleringen kan förbättras i så måtto att energiförbrukningen minskas med bibehållen komfort är följande

- Reglering av tilluft och radiatorer i samma rum
- Reglering av olika zoner av en stor lokal
- Reglering med utnyttjande av byggnadens värmekapacitet
- Reglering av radiatoruppvärmning av bostadshus med återkoppling från någon representativ temperatur
- Optimering av drift av värmepumpar
- Optimering av drift av oljevärmare (luft/oljeblandningsförhållande)

Dessa reglerproblem torde lösas bäst genom att använda mini- eller mikrodatorer.

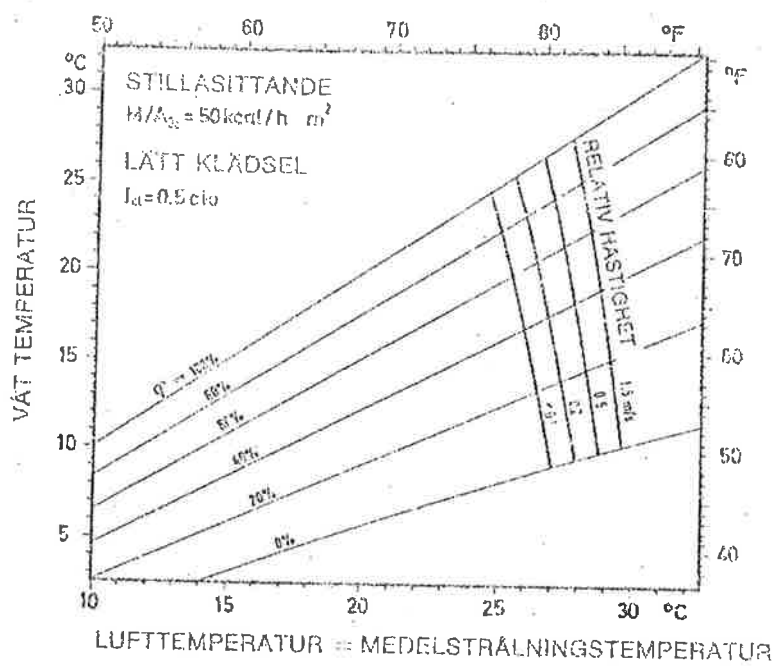


FIG.2.2.1 Komfortdiagram

3 FYSIKALISKA MODELLER

Avsikten med detta kapitel är att beskriva hur enkla modeller för klimatprocesser kan bestämmas från konstruktionsdata. Modellerna är främst avsedda för överslagsberäkning av processdynamiken, simulering av processen och eventuellt för beräkning av regulatorer för processen, om modellen är tillräckligt bra. För att få användbara modeller måste långtgående approximationer göras. Detta innebär att olinjära samband måste linjäriseras. Partiella differentialekvationer ersätts med linjära system av första ordningens differentialekvationer.

Först beskrivs de fyra värmetransportsätten konvektion, strömning, strålning och ledning. Ideal blandning tas också upp. Dessa enhetsprocesser kan sedan kombineras så att fullständiga klimatprocesser erhålls.

I avsnitt 3.6 redogörs för ett effektivt sätt att bygga upp en modell från alla de ingående ekvationerna. Sist i avsnitt 3.7 redogörs för en metod som är lämplig att använda vid simulering av den typ av modell som beskrivits i avsnitt 3.6.

Några exempel på modeller ges ej i detta kapitel utan i kapitel 5. I detta återges både fysikaliska modeller och experimentella modeller. Detta görs genomgående för samma klimatprocess, varvid jämförelse kan göras.

3.1 Konvektion

När värme överförs mellan en yta och en vätska eller en gas i rörelse benämnes processen konvektion. Storleken av värmeöverföringen beror primärt på rörelsens natur, mediets egenskaper och dess hastighet.

Rörelsen i vätskan eller gasen kan vara strömlinjeformad längs ytan eller mera virvelformad. Den förra typen benämnes laminär och den senare turbulent. Man får olika värmeöverföring vid de båda rörelserna.

Hastigheten hos mediet kan vara betingad av densitetsskillnader på grund

av olika temperaturer i mediet. Konvektionen benämns då naturlig konvektion, fri konvektion eller egenkonvektion. Rörelsen kan också orsakas av yttre påverkan genom fläktar, påtvingade lufttrycksskillnader etc. Man talar då om påtvingad konvektion.

Nedan återges några formler för det konvektiva värmeövergångstalet h för några olika ytor i ett rum. Formlerna har hämtats från Adamson (1974). Temperaturskillnaden betecknas med ΔT .

För en varm vägg

$$h = 1.98 (\Delta T)^{0.25}$$

För ett varmt golv

$$h = 2.58 (\Delta T)^{0.25}$$

För ett varmt tak utan någon ventilation

$$h = 0.64 (\Delta T)^{0.25}$$

och med normal ventilation fås

$$h = 1.28 (\Delta T)^{0.25}$$

Genomgående för de här återgivna formlerna är att värmeövergångstalet beror på fjärderoten av temperaturskillnaden mellan ytan och luften. Detta är fallet vid laminär strömning, medan vid turbulent strömning används i stället tredjederoten. Om ytan är kallare kan formeln för tak användas för golv och tvärtom. Sammanfattningsvis kan man säga att det konvektiva värmeövergångstalet kan variera mellan $0 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ till $5 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ för olika ytor i ett rum. Vid påtvingad konvektion med luft varierar värmeövergångstalet från $10 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ till $100 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$.

För vatten gäller vid fri konvektion $200\text{--}250 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ och vid påtvingad konvektion $500\text{--}5000 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$.

De här angivna experimentella värdena på det konvektiva värmeövergångstalet visar att det kan vara svårt att bestämma med önskvärd noggrannhet. Detta behöver emellertid ej betyda att ett felaktigt antagit värmeövergångstal påverkar modell i direkt förhållande till felets storlek t.ex. vid värmetransport genom en vägg utgör det konvektiva värmeövergångstalet endast en del av hela väggens värmekonduktans.

3.2 Strålning

För värmeutbyte genom strålning mellan två svarta kroppar gäller följande välkända formel

$$q_{12} = \sigma \cdot F_{12} A_1 (T_1^4 - T_2^4) \quad (3.2.1)$$

De använda beteckningarna är

q_{12} = värmeflöde från ytan 1 till ytan 2

σ = en konstant

F_{12} = vinkelkoefficient anger hur stor del av strålningen från ytan A_1 som träffar ytan A_2

T_1 = temperaturen hos ytan A_1

T_2 = temperaturen hos ytan A_2

Det framgår av formeln att värmeutbytet beror på temperaturens fjärde potens. För att kunna beskriva värmeutbytet i en linjär modell måste ekvation (3.2.1) linjäriseras. Detta är möjligt att göra med god noggrannhet för små temperaturskillnader relativt den absoluta temperaturen. De två temperaturerna T_1 och T_2 skrivs om som

$$T_1 = T_m + \Delta T/2$$

$$T_2 = T_m - \Delta T/2$$

$$T_m = (T_1 + T_2)/2$$

$$\Delta T = T_1 - T_2$$

och utvecklas fjärdepotenserna i ekv.(3.2.1) så fås följande:

$$q_{12} = \sigma F_{12} A_1 (4 T_m^3 \Delta T + 4 T_m \Delta T^3) \quad (3.2.2)$$

Om $|\Delta T| < 0.1 T_m$ så kan strålningsutbytet linjäriseras med en noggrannhet bättre än 1%.

$$q_{12} \approx 4 \sigma F_{12} A_1 T_m^3 (T_1 - T_2)$$

Det hittintills behandlade strålningsutbytet mellan två kroppar avser helt svarta kroppar. All infallande strålning absorberas. För långvågig temperaturstrålning (mörk) gäller det att de flesta begränsningsytor i ett rum absorberar omkring 90% eller mer av infallande strålning. Absorptionen är däremot oftast mindre än reflektionen vid blankpolerade ytor. Då ytorna i ett rum i regel tillhör den första gruppen, så kan dessa med god approximation betraktas som helt svarta ur värmestrålningssynpunkt.

När det gäller kortvågig temperaturstrålning (dagsljus, solljus) så absorberas betydligt mindre än vid mörk temperaturstrålning och skillnaderna i absorption blir större mellan olika ytor. Reflektion kan alltså ej försummas vid kortvågig temperaturstrålning.

Vid beräkning av rumslufttemperaturer och kylbehov kan därför en felaktig behandling av solstrålning medföra stora fel. Behandlingen av solstrålningens passage genom fönsterpartier är därför också mycket väsentlig.

3.3 Strömning

En stor del av värmetransporterna i en klimatprocess sker genom strömning av vatten i rör eller luft i kanaler. Hastigheten är i regel så hög att strömningen kan betraktas som turbulent. Strömningen kan då approximeras som en ren tidsfördröjning. Är strömningen laminär blir förhållandena betydligt mera komplicerade. Något som dessutom komplicerar det hela, är att ett värmeutbyte kan ske mellan det strömmande mediet och de väggar, som bildar röret eller kanalen. Dämpningen av tem-

peraturvariationer i en luftkanal eller rörledning kan erhållas från överföringsfunktion för densamma. I ett arbete av Profos och Hemmi (1965) har en enkel modell använts för att ta fram överföringsfunktionen mellan ingående och utgående temperatur. Följande förenklade antagande gjordes:

1. Konstant luftström
2. Konstanta materialparametrar
3. Friktionsfri strömning
4. Temperaturen konstant i kanalens tvärsnitt
5. Ingen värmeledning i kanalens längdriktning

En enkel värmebalansekvation kan formuleras för mediet i kanalen, vilket ger följande differentialekvation för temperaturen i kanalen, som betecknas $x(t, z)$. Kanalväggtemperaturen betecknas med $y(t, z)$. Argumentet t avser tiden och z avser läget.

$$\pi r^2 dz \rho_1 c_1 \frac{\partial x}{\partial t}(t, z) = 2\pi r dz h (y(t, z) - x(t, z)) - \pi r^2 dz \rho_1 c_1 v \frac{\partial x}{\partial z}(t, z)$$

Det strömmande mediets materialdata är densiteten ρ_1 och värmekapacitet c_1 och dess hastighet är v . Kanalens radie är r och längd är L . Värmeövergångstalet mellan vägg och strömmande medium är h .

Efter Laplacetransformering fås följande första ordnings differentialekvation med avseende på läget z .

$$\frac{\partial}{\partial z} X(s, z) = -\left(\frac{s}{v} + \frac{2r}{\rho_1 c_1 r v} (1 - G(s))\right) X(s, z)$$

Samtidigt utnyttjas även kunskapen att överföringsfunktionen mellan vägg och strömmande medium är $G(s)$ dvs

$$Y(s, z) = G(s) X(s, z)$$

Lösningen fås som

$$X(s,z) = e^{-\left(\frac{s}{v} + \frac{2r}{\rho_1 c_1 r v} (1-G(s))\right)z} X(s,0)$$

Den sökta överföringsfunktionen mellan inlopp och utlopp fås som

$$\frac{X(s,e)}{X(s,0)} = e^{-\frac{sl}{v}} e^{-\frac{2hl}{\rho_1 c_1 r v} (1-G(s))}$$

Överföringsfunktionen för en tunn vägg, som är idealt isolerad på ena sidan, är följande:

$$G(s) = \frac{1}{(sT+1)}$$

$$T = \frac{\rho_2 c_2 d}{h}$$

Väggens materialdata är ρ_2 och c_2 och dess tjocklek d .

Amplitudgången kan beräknas som

$$|G(s)| = e^{-a \frac{s^2 T^2}{(1+a^2 T^2)}}$$

$$a = \frac{2hl}{\rho_1 c_1 r v}$$

Detta innebär att höga frekvenser endast dämpas med en faktor e^{-a} . Denna dämpfaktor skall beräknas för en luftkanal och en rörledning för att visa storleksordningen. De motsvarande tidskonstanterna beräknas också.

Luftkanal

kanallängd	l 20 m
kanalradie	r 0.2 m
kanalgodstjocklek	d 1 mm
lufthastighet	v 5 m/sek
luftens densitet	ρ_1 1.2 kg/m ³
luftens värmekapacitet	c_1 1 kJ/kg ⁰ C
plåtens densitet	ρ_2 7800 kg/m ³

plåtens värmekapacitet c_2 500 J/kg⁰C
 värmeövergångstal h 50 W/m² °C

$$e^{-a} = e^{-\frac{2hl}{\rho_1 c_1 r v}} = e^{-\frac{2 \cdot 50 \cdot 20}{1000 \cdot 1.2 \cdot 0.2 \cdot 5}} \approx 0.20$$

$$T = \frac{d \rho_2 c_2}{h} = \frac{10^{-3} \cdot 7800 \cdot 500}{50} = 78 \text{ sek}$$

Rörledning

rörlängd l 20 m
 rörradie r 0.025 m
 rörtjocklek d 0.0025 m
 vattenhastighet v 1 m/sek
 densitet vatten ρ_1 1000 kg/m³
 värmekapacitet vatten c_1 4190 J/kg⁰C
 densitet rörvägg ρ_2 7800 kg/m³
 värmekapacitet rörvägg c_2 500 J/kg⁰C
 värmeövergångstal h 2500 W/m² °C

$$e^{-a} = e^{-\frac{2hl}{\rho_1 c_1 r v}} = e^{-\frac{2 \cdot 2500 \cdot 20}{1000 \cdot 4190 \cdot 0.0025 \cdot 1}} \approx 0.38$$

$$T = \frac{d \rho_2 c_2}{h} = \frac{0.0025 \cdot 7800 \cdot 500}{2500} = 3.9 \text{ sek}$$

De här gjorda beräkningarna visar att luftkanalens dynamik ej kan försummas i det frekvensområde som är av reglertekniskt intresse (0.1 - 0.005 rad/sek). Däremot kan den aktuella rörledningens dynamik försummas. Förstärkningen för den högsta frekvensen $a = 0.1$ rad/sek skiljer sig ej mycket från 1.0.

$$e^{-a} \frac{0.39^2}{(1 + 0.39^2)} \approx 0.88$$

Den lilla dämpningen beror främst på att vattnets värmekapacitet i rörleningen är avsevärt större än rörväggens.

$$\frac{\pi r^2 \rho_1 c_1}{2\pi r d \rho_2 c_2} = \frac{0.025 \cdot 1000 \cdot 4190}{2 \cdot 0.0025 \cdot 7800 \cdot 500} \approx 5.4$$

I luftkanalen är förhållandet omvänt

$$\frac{r \rho_1 c_1}{d \rho_2 c_2} = \frac{0.2 \cdot 1.2 \cdot 1000}{2 \cdot 0.001 \cdot 7800 \cdot 500} \approx 0.03$$

Värmetransporten, som sker genom strömningen, bestäms av flödet, vilket ofta kan beräknas med god noggrannhet eller kan erhållas från dimensionerande data.

3.4 Värmeledning

Värmeledning ingår i de flesta klimatprocesser. Den kan ske i både en, två eller tre dimensioner. Oftast sker värmeledning huvudsakligen i en riktning som t.ex. i väggar, golv och tak. Vid värmeledning sker även en värmelagring i den aktuella kroppen, vilket medför att värmeledning är en dynamisk process. Svårigheten med att beskriva värmeledning ligger just i att processen är en dynamisk process. De materialdata som krävs för att beräkna värmeledning är i regel välbestämda.

Hur värmeledningen kan behandlas vid modellbyggnad skall belysas som svar på följande frågor:

När kan en ändligt tjock vägg betraktas som tunn och approximeras med en punktformig värmekapacitet?

När kan en ändligt tjock vägg betraktas som halvoändlig?

På vilka sätt kan icke tunna och icke halvoändliga väggar approximeras?

Den första frågan brukar besvaras med att jämföra värmeeströmmen, som går in i väggen, för den exakta och den approximativa lösningen (Profos

och Hemmi 1965). Den påverkande temperaturen antas vara sinusformad. Vid en avvikelse, som är mindre än 1%, så antas att väggen kan beskrivas som tunn. Detta leder till en olikhet mellan väggens tjocklek d , frekvensen för påverkan ω och väggens materialdata ρ , λ och c .

$$d \leq 0.45 \sqrt{\lambda / \rho c \omega}$$

Är detta villkoret uppfyllt så kan väggen approximeras med god noggrannhet med en punktformig värmekapacitet, som är kopplad till väggytan med halva väggens värmemotstånd.

Den tunna väggen kan beskrivas med följande differentialekvation:

$$\rho c d \dot{x}(t) = -(h_1 + h_2 + \frac{4\lambda}{d}) x(t) + (h_1 + \frac{2\lambda}{d}) u_1(t) + (h_2 + \frac{2\lambda}{d}) u_2(t)$$

De använda beteckningarna är

$x(t)$	väggens temperatur
$u_i(t)$	temperatur hos mediet i
$\rho c \lambda$	materialdata för väggen
d	väggens tjocklek
h_i	värmeövergångstal för ytan mellan väggen och mediet i

Väggens överföringsfunktion mellan insignalen, temperaturen hos mediet i och utsignalen, väggens temperatur, kan skrivas på formen

$$G(s) = \frac{K_i}{sT+1}$$

där den statiska förstärkningen K_i beräknas som

$$K_i = \frac{(h_1 + 2\lambda/d)}{(h_1 + h_2 + 4\lambda/d)}$$

och tidskonstanten T beräknas som

$$T = \frac{\rho c d}{(h_1 + h_2 + 4\lambda/d)}$$

Ett ofta förekommande krav för att en vägg skall kunna behandlas som en halvoändlig vägg för en temperaturpåverkan med en viss frekvens ω är att utgångsamplituden skall vara mindre än 1% av ingångsamplituden. Detta leder till en liknande olikhet mellan vägg tjocklek d , frekvens ω och materialdata

$$d \geq 6.5 \sqrt{\lambda / c \rho \omega}$$

De frekvenser som är av intresse ur reglerteknisk synpunkt ligger i området 0.1 rad/sek - 0.005 rad/sek. För några olika material har i tabell 3.4.1 gränstjockleken beräknats för att en vägg skall kunna behandlas som halvoändlig.

Värdena på gränstjockleken visar att de flesta ytor som förekommer i ett normalt rum kan betraktas som halvoändliga.

Förhållandet mellan gränstjockleken för den tunna väggen och för den halvoändliga är omkring 1:15 för en och samma frekvens. Om det aktuella frekvensområdet skall tas med i betraktning, så ökar förhållandet till 1:60. Värdena i tabell 3.4.1 kan användas som gränstjocklek för den tunna väggen genom att dividera med 60.

Överföringsfunktionen mellan väggytans temperatur $x(t,0)$ och det omgivande mediets temperatur $u(t)$ kan beräknas för en halvoändlig vägg. Inuti väggen gäller värmeledningsekvationen och vid båda väggytorna måste ett randvillkor vara uppfyllt. Vid kontaktytan mellan väggen och mediet gäller att

$$h(u(t) - x(t,0)) = -\lambda \frac{\partial x(t,0)}{\partial z}$$

och vid den andra ytan skall värmetransporten vara noll dvs

$$0 = \lambda \frac{\partial x(t,\infty)}{\partial z}$$

Värmeledningsekvationen blir följande

$$\frac{\partial x(t,z)}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 x(t,z)}{\partial z^2} \quad z > 0$$

Genom att Laplace-transformera värmeledningsekvationen fås

$$s X(s,z) = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 X(s,z)}{\partial z^2}$$

Den allmänna lösningen till denna andra ordningens linjära differentialekvation är följande

$$X(s,z) = A e^{z\sqrt{s/a}} + B e^{-z\sqrt{s/a}} \quad a = \frac{\lambda}{\rho c}$$

Det ena randvillkoret medför att $A=0$ och det andra kan användas för att bestämma den sökta övergångsfunktionen till följande

$$G(s) = \frac{1}{1 + \sqrt{s \rho c \lambda / \alpha^2}}$$

Denna funktion kan användas för att undersöka frekvensegenskaperna hos en halvoändlig vägg. Tyvärr är funktionen ej en rationell funktion med avseende på s , vilket medför att överföringsfunktionen ej kan användas vid analys och syntes av linjära system utan att överföringsfunktionen approximeras.

Om endast ett mindre frekvensområde eller en viss frekvens är av intresse, så kan man approximera en vägg med endast ett värmemotstånd och en värmekapacitet (Källblad 1971). Väggen påverkas från båda sidorna av samma omgivningstemperatur. Detta innebär att ingen värmetransport sker i mitten av väggen. Resultaten gäller därför också en vägg med halva tjockleken och som är idealt isolerad på ena sidan.

Väggens värmeimpedans vid frekvensen ω kan skrivas som

$$Z_{im} = Z_0 \coth \gamma \frac{d}{2}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{1}{i\omega \rho c \lambda}}$$

$$\gamma = \sqrt{i\omega \rho c / \lambda}$$

Väggens värmetekniska data är ρ , c och λ och dess tjocklek är d . För en viss given frekvens kan väggens värmeimpedans skrivas som

$$Z_{im} = R + \frac{1}{i\omega c}$$

Detta har gjorts för några olika byggnadsmaterial och några olika frekvenser och resultat redovisas i figurerna 3.4.1 - 5. Kurvorna anger hur stor del av väggen som deltar i värmeutbytet.

3.5 Ideal blandning

Ett vanligt antagande vid modellbygge är att ideal blandning sker i en viss volym. Detta innebär också att t.ex. temperaturen eller koncentrationen är densamma överallt i volymen.

Detta antagande görs ofta för luftmassan i ett rum. Normala lufthastigheter i ett rum är omkring 0.1 - 0.2 m/sek, vilket medför att rumsluften är ganska väl blandad efter en minut för ett normalt rum. Denna tid skall jämföras med den tid det tar att tillföra den luftmängd som motsvarar hela rumsvolymen. Tiden för en luftväxling är sällan kortare än 6 minuter vilket motsvarar 10 luftväxlingar per timme. Den korta inblandningstiden på en minut kan därför försummas jämfört med luftväxlingstiden.

Om rumsluften antas vara idealt blandad, så kan rumslufttemperaturen $x(t)$ beskrivas med en första ordningens differentialekvation. Värmeutbyte med omgivningen sker via ytan A med värmeövergångstalet h . Vidare sker värmeutbyte med till- och frånluften. Antalet luftväxlingar antas vara n . Tilluftstemperatur betecknas $u_1(t)$ och omgivningens temperatur

$u_2(t)$. Luftmassans värmekapacitet betecknas med C . Då gäller att

$$C \dot{x}(t) = -(Ah + nC) x(t) + nC u_1(t) + Ah u_2(t)$$

Överföringsfunktionen mellan tillufttemperaturen $u_1(t)$ och rumslufttemperaturen $x(t)$ kan användas för att analysera hur ett insvängningsförlopp sker.

$$G(s) = \frac{K_1}{sT+1}$$

Den statiska förstärkningen K_1 och tidskonstanten T fås som

$$K_1 = nC/(nC + Ah)$$

$$T = C/(nC + Ah)$$

Förstärkningen K_1 är alltid mindre än 1.0, om värmeutbyte kan ske mellan rumsluften och omgivningen.

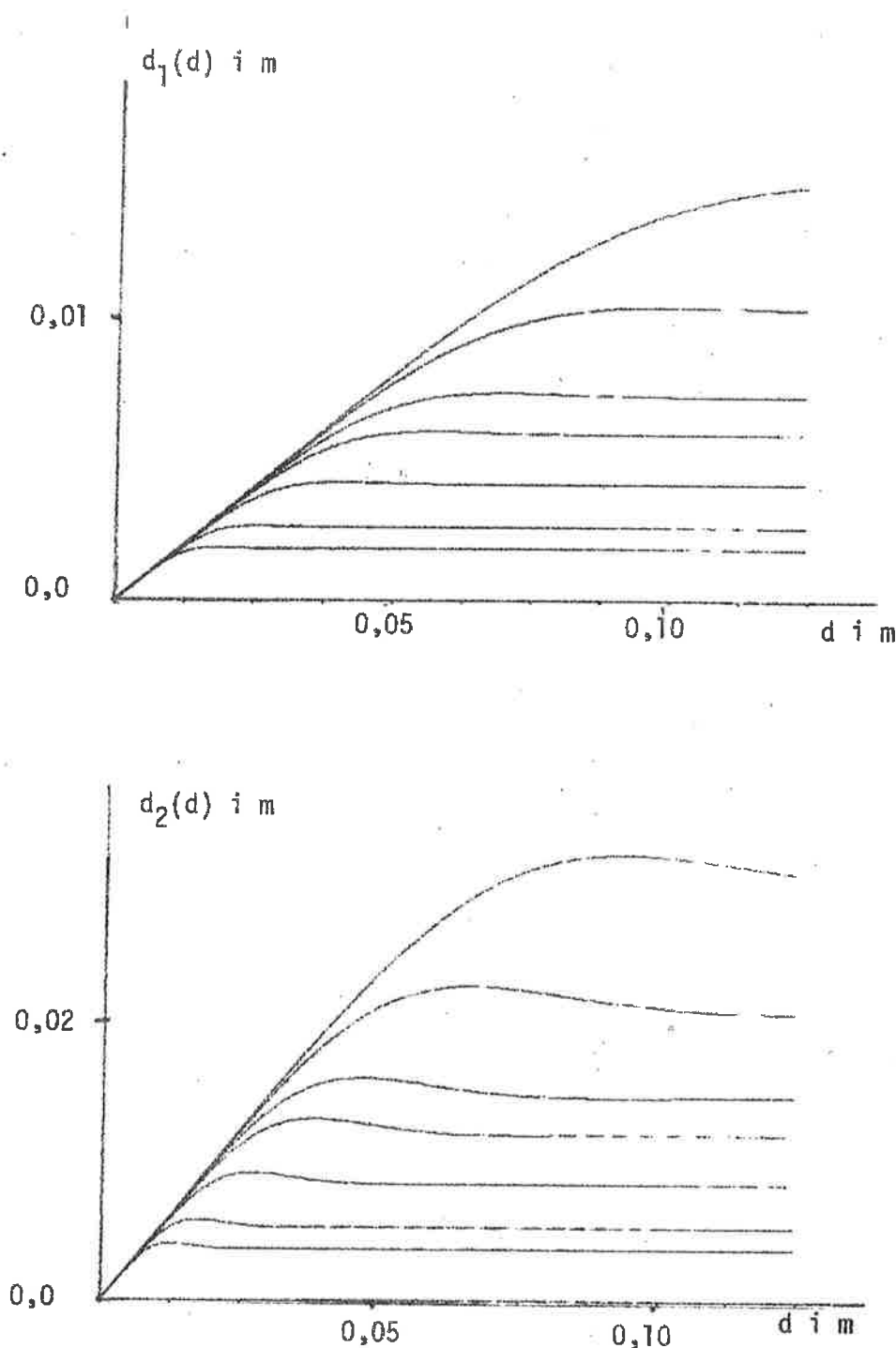
Tidskonstanten anger tiden för när insvängningen har nått omkring 2/3 av sitt slutvärde. Vidare är tidskonstanten alltid mindre än tiden för en luftväxling och avtar, när rumsluftens värmeutbyte med omgivningen ökar.

I icke reglertekniska modeller, som är avsedda för beräkning av rumslufttemperatur för flera dygn, försummas rumsluftens värmekapacitet. Rumsluftens temperatur blir då rent resistivt kopplad till olika yt- och masstemperaturer i modellen. I regel sker beräkning av olika temperaturer i dessa modeller endast varje timme.

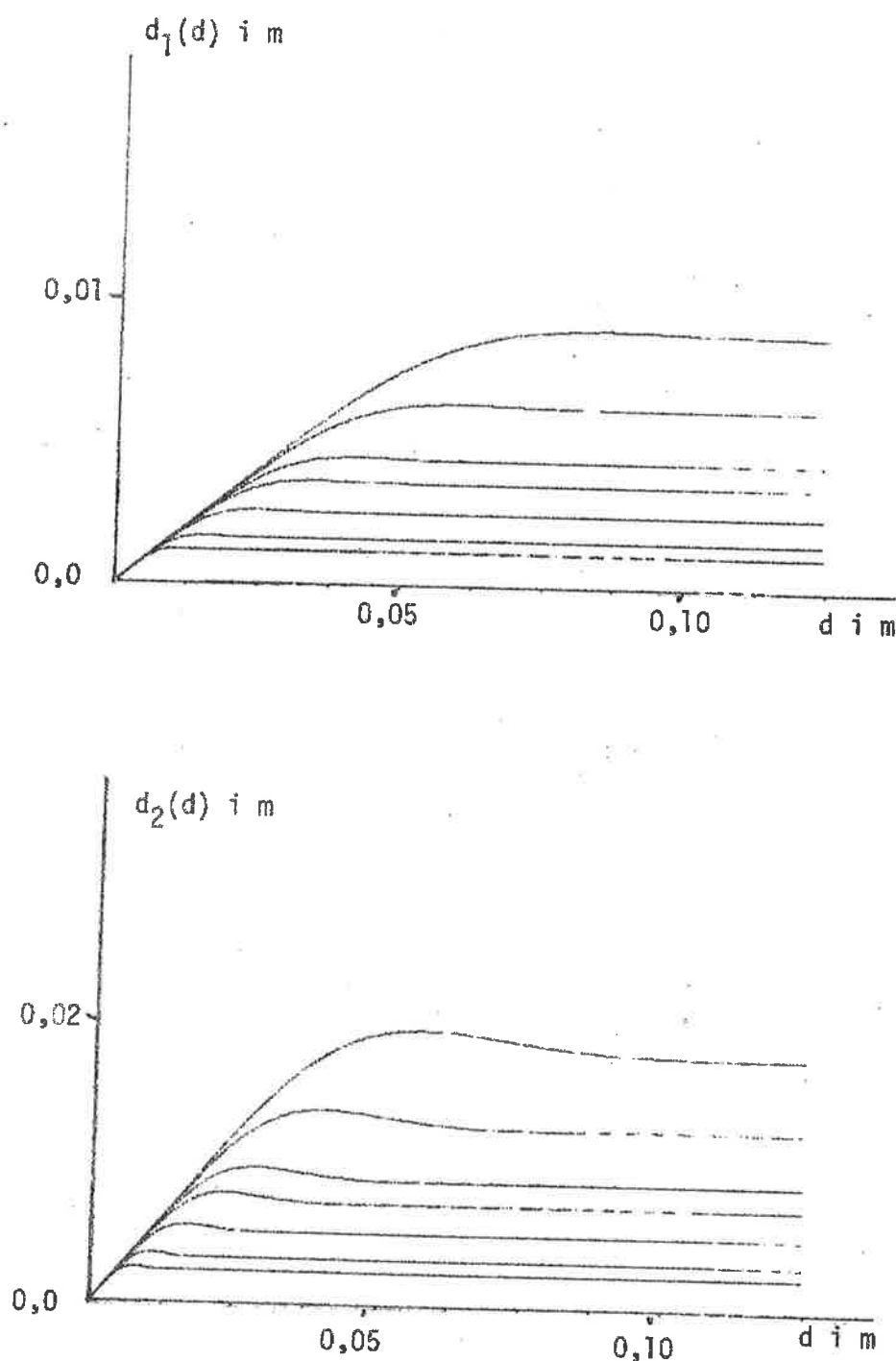
Det bör observeras att vid inblåsning av luft i ett rum påverkas blandningen förutom av inblåsningssättet också av inblåsningsslutets temperatur relativt rumsluften. Vid inblåsning i eller vid taket kan övertempererad inblåsningsslutsluft lägga sig under taket, medan undertempererad inblåsningsslutsluft snabbt sjunker ner mot golvet.

Tabell 3.4.1 Väggtjocklekskrav för att en vägg skall kunna approximeras som halvoändlig för frekvenser större än 0.005 rad/sek.

Material	Materialdata			Gränstjocklek
	λ W/m °C	ρ kg/m ³	c J/kg °C	
betong	1.4	2200	960	84
lättbetong	0.22	800	960	58
gips	0.18	900	840	53
trä	0.15	500	2700	36
stål	50	7800	490	390
mineralull	0.035	40	840	104

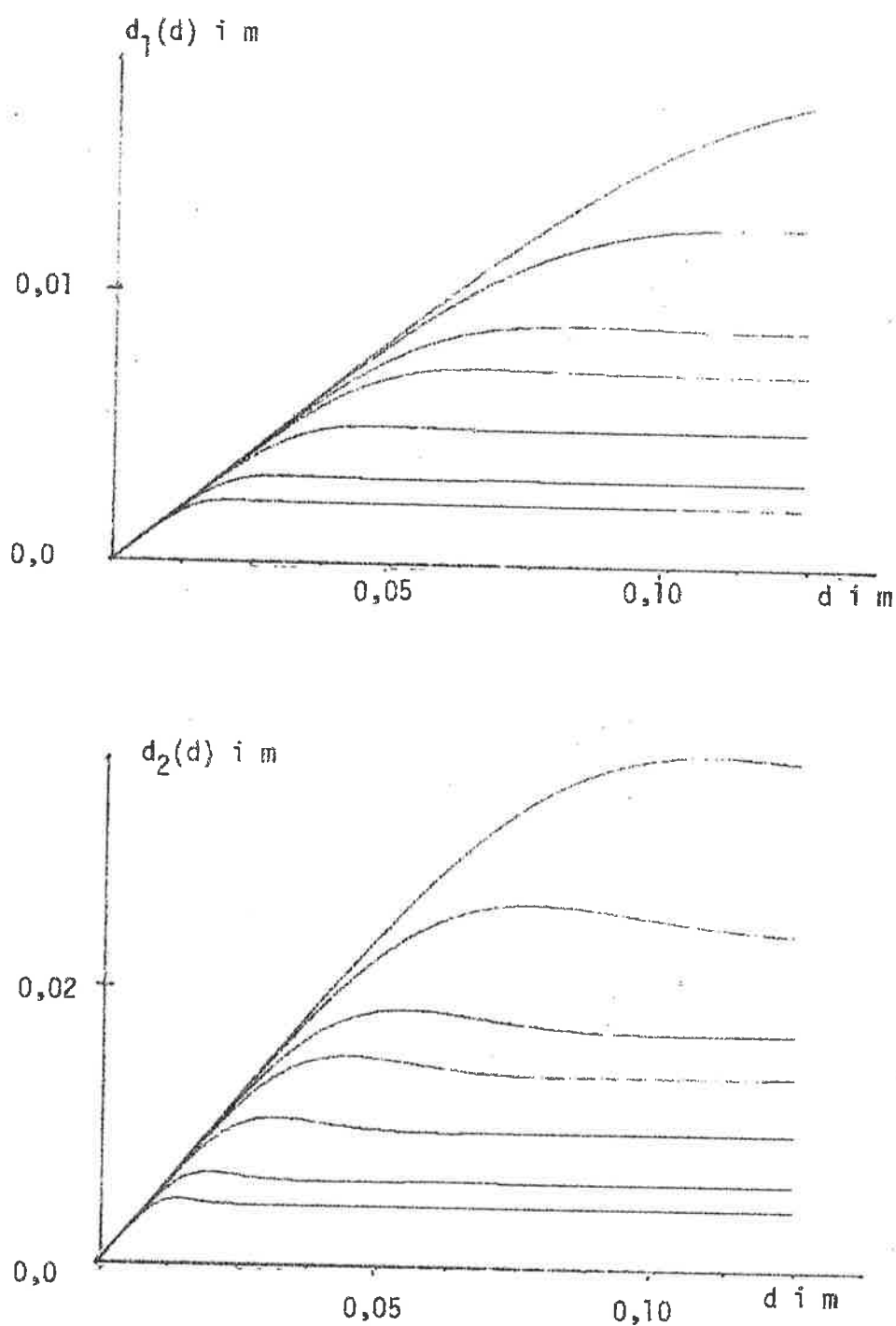


Figur 3.4.1. Modellparametrar för en ekvivalent modell för en speglad vägg. Modellens värmemotstånd och värmekapacitet anges i form av motsvarande tjocklek resp d_1 resp d_2 funktion av väggens totala tjocklek d och för några olika sinussvängningar med periodtiden $T_p = 1, 2, 5, 10, 15, 30$ och 60 minuter. Materialet är betong med $P = 2200 \text{ kg/m}^3$, $c = 960 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ och $\lambda = 1,4 \text{ W/m}^\circ\text{C}$.



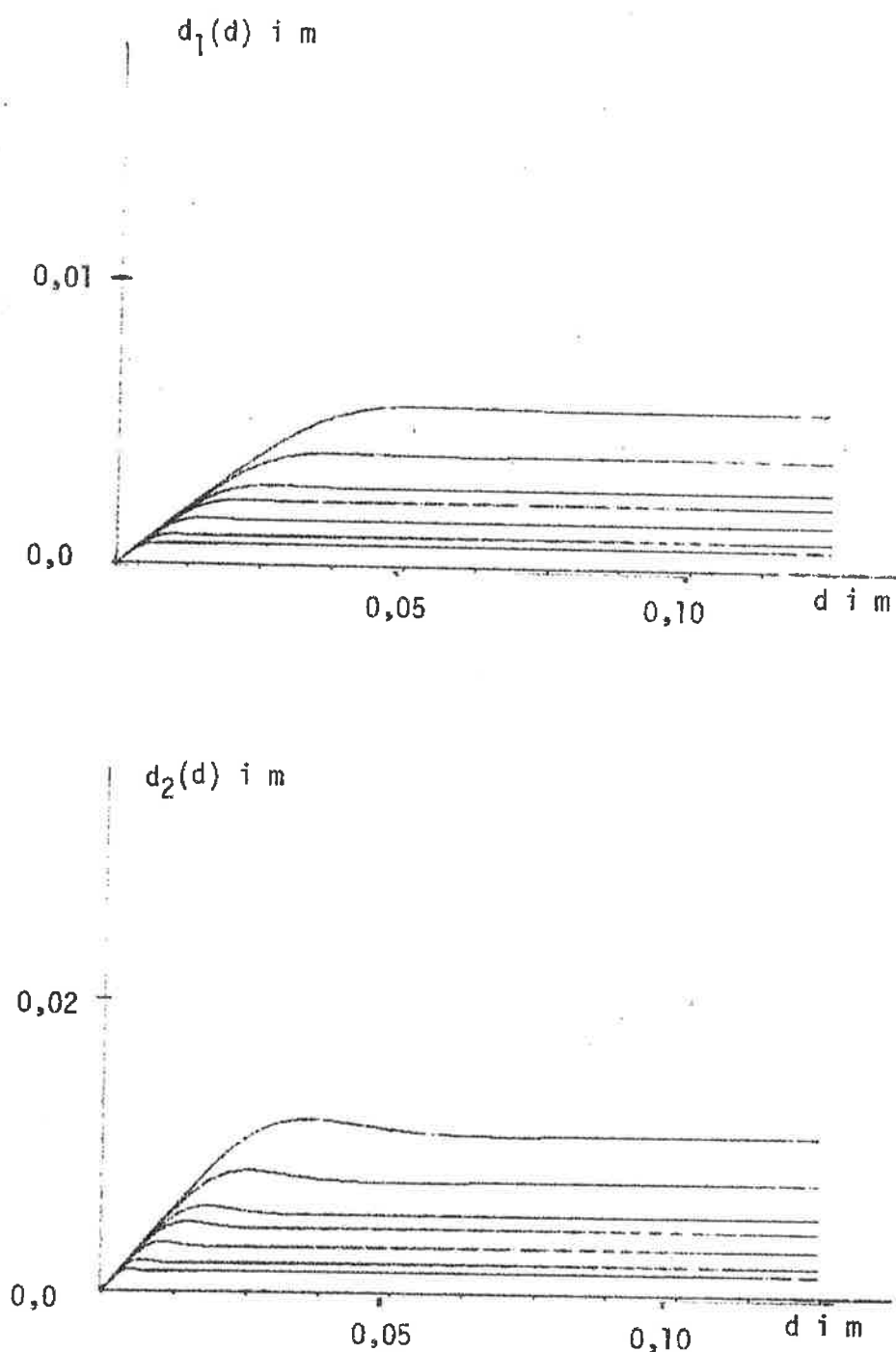
Figur 3.4.2. Modellparametrar för en ekvivalent modell för en speglad vägg. Modellens värmemotstånd och värmekapacitet anges i form av motsvarande tjocklek d_1 resp d_2 , som funktion av väggens totala tjocklek d och för några olika sinussvängningar med periodtiden $T_p = 1, 2, 5, 10, 15, 30$ och 60 minuter.

Materialiet är lättbetong med $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$, $c = 960 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ och $\lambda = 0,22 \text{ W/m}^\circ\text{C}$.



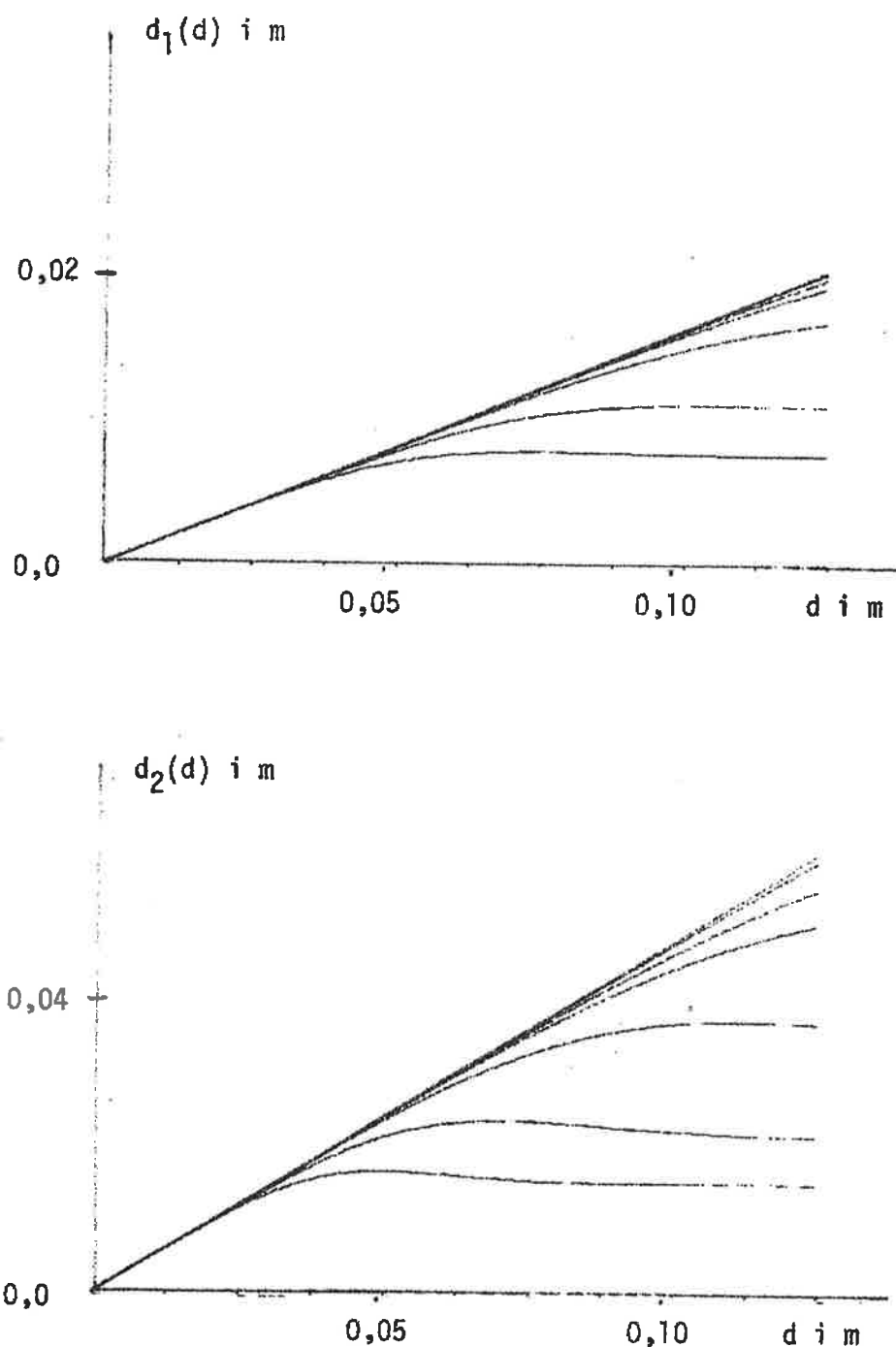
Figur 3.4.3. Modellparametrar för en ekvivalent modell för en speglad vägg. Modellens värmemotstånd och värmekapacitet anges i form av motsvarande tjocklek d_1 resp d_2 , som funktion av väggens totala tjocklek d och för några olika sinussvängningar med periodtiden $T_p = 1, 2, 5, 10, 15, 30$ och 60 minuter.

Materialet är mineralull med $P = 40 \text{ kg/m}^3$, $c = 840 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ och $\lambda = 0,035 \text{ W/m}^\circ\text{C}$.



Figur 3.4.4. Modellparametrar för en ekvivalent modell för en speglad vägg. Modellens värmemotstånd och värmekapacitet anges i form av motsvarande tjocklek d_1 resp d_2 , som funktion av väggens totala tjocklek d och för några olika sinussvängningar med periodtiden $T_p = 1, 2, 5, 10, 15, 30$ och 60 minuter.

Materialet är trä med $P = 500 \text{ kg/m}^2$, $c = 2700 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ och $\lambda = 0,15 \text{ W/m}^\circ\text{C}$.



Figur 3.4.5. Modellparametrar för en ekvivalent modell för en speglad vägg. Modellens värmemotstånd och värmekapacitet anges i form av motsvarande tjocklek d_1 resp d_2 , som funktion av väggens totala tjocklek d och för några olika sinussvängningar med periodtiden $T_p = 1, 2, 5, 10, 15, 30$ och 60 minuter. Materialet är stål med $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$, $c = 490 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ och $\lambda = 50 \text{ W/m}^\circ\text{C}$.

3.6 Modellbyggnad

En modell kan bestå av en eller flera ekvationer, som beskriver den verkliga förebilden. Dessa är i regel energibalanslikvationer för en kropp som kan resp. ej kan lagra energi. Den principiella uppbyggnaden av likvationerna är i det första fallet

$$\text{lagrad energi} = \text{tillförd energi} - \text{bortförd energi}$$

och i det senare

$$\text{tillförd energi} = \text{bortförd energi}$$

Då dessa likvationer gäller i alla tidsögonblick, kan energi även utbytas mot effekt.

Det är i och för sig möjligt att direkt ta fram de differentialekvationer som bestämmer modellen. De statiska likvationerna kan nämligen elimineras genom att beräkna värmeöverföringskapaciteterna mellan de massor, som kan lagra energi. Dessa beräkningar kan bli ganska komplicerade. Modellbygget kan underlättas genom att införa olika hjälptillstånd för kropparna utan någon förmåga att lagra energi. Detta medför att de enskilda likvationerna förenklas, medan antalet likvationer ökar. Hjälptillstånden kan vara lämpliga att använda för olika begränsningsytor från vilka värmeutbyte sker genom konvektion, strålning och värmeledning. I vissa modeller kan det också vara av intresse att beräkna vissa ytemperaturer t.ex. väggytor i ett rum.

Fördelen med att använda hjälptillstånd kan visas med följande exempel. Modellen avser tre massor som har strålningsutbyte med varandra via varandras ytor. Massan och dess yta är förbundna med ett värmemotstånd. Modellen kan beskrivas med två ekvivalenta elektriska analogier med och utan hjälptillstånd. Dessa elektriska analogier återges i figur 3.6.1 och 3.6.2.

I modellen med hjälptillstånd kan de olika värmekonduktanserna beräknas direkt. I modellen utan hjälptillstånd bestäms de tre ingående värmekonduktanserna G'_{12} , G'_{13} och G'_{23} av de sex värmekonduktanserna i den ti-

digare modellen. Först ändras deltakopplingen av G_{12} , G_{13} och G_{23} till en stjärnkoppling, som sedan utökas med konduktanserna G_1 , G_2 och G_3 . Slutligen sker återgång till deltakoppling så att de önskade konduktanserna erhålls.

Med de tidigare beskrivna värmetransportsätten, som alla kan linjäriseras, kan man alltid beskriva en modell med följande generella struktur om följande beteckningar används

- $x(t)$ temperaturvektor för kroppar som kan lagra energi
- $z(t)$ temperaturvektor för kroppar som ej kan lagra energi
- $u(t)$ insignalvektor som innehåller olika temperaturer och effekter som påverkar modellen och ej påverkas av $x(t)$ eller $z(t)$

De tre vektorerna $x(t)$, $z(t)$ och $u(t)$ antas ha dimensionerna $(n \times 1)$, $(m \times 1)$ och $(p \times 1)$. Alla differentialekvationer, som ingår i modellen kan skrivas på följande sätt

$$V \dot{x}(t) = A' x(t) + B' u(t) + C' z(t) \quad (3.6.1)$$

De statiska ekvationerna kan skrivas som

$$0 = D' x(t) + E u(t) + F z(t) \quad (3.6.2)$$

V , A' , B' , C' , D' , E och F är konstanta matriser och deras dimensioner är $(n \times n)$, $(n \times n)$, $(n \times p)$, $(h \times m)$, $(m \times n)$, $(m \times p)$ och $(m \times m)$. Matrisen V är en diagonal matris vars diagonalelement utgörs av värmekapaciteter för motsvarande tillstånds temperatur. Inversen till matrisen V existerar alltid. Matriselementen i matriserna A' , B' , C' , D' , E , F är genomgående vämeövergångskapaciteter mellan de olika kropparna i modellen.

Om hjälptillstånden $z(t)$ valts på ett korrekt sätt, så existerar alltid inversen till matrisen F . Detta innebär att hjälptillstånden $z(t)$ alltid kan beräknas från enbart $x(t)$ och $u(t)$ med ekvationen. Detta kan utnyttjas för att eliminera hjälptillstånden i ekvationen (3.6.1). De nya ekvationerna blir nu

$$V \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} A' - C' F^{-1} D' \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} B' - C' F^{-1} E \end{bmatrix} u(t) \quad (3.6.3)$$

$$z(t) = -F^{-1} D' x(t) - F^{-1} E u(t) \quad (3.6.4)$$

eller

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) \quad (3.6.5)$$

$$z(t) = G x(t) + H u(t) \quad (3.6.6)$$

där

$$A = V^{-1} (A' - C' F^{-1} D') \quad (3.6.7)$$

$$B = V^{-1} (B' - C' F^{-1} E) \quad (3.6.8)$$

$$G = -F^{-1} D' \quad (3.6.9)$$

$$H = -F^{-1} E \quad (3.6.10)$$

De hjälptillstånd som ej skall beräknas, kan helt enkelt strykas i ekvation (3.6.6). Den här skisserade metoden att ta fram modellekvationerna (3.6.5) och (3.6.6) från ekvationen (3.6.1) och (3.6.2) är tänkt att utföras med en dator på vilken också modellen sedan simuleras. Modellens statiska egenskaper kan undersökas enkelt genom att sätta $\dot{x}(t)=0$ i ekvation (3.6.5).

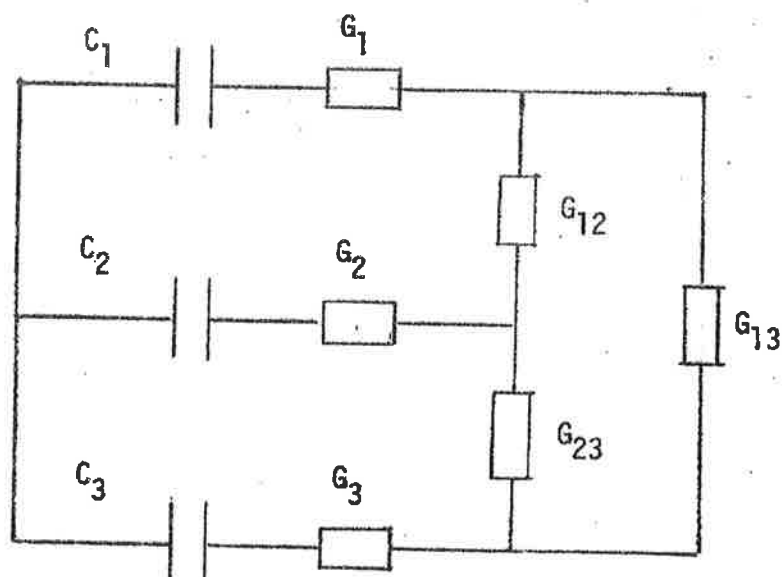
Modellens dynamiska egenskaper kan bedömas genom att beräkna egenvärdena till matrisen A i ekvation (3.6.5). Egenvärdena anger hur snabbt olika moder svänger in till ett jämviktsläge. Ett fullständigare sätt är att beräkna överföringsfunktionen för modellen som är

$$G(s) = C [sI - A]^{-1} B$$

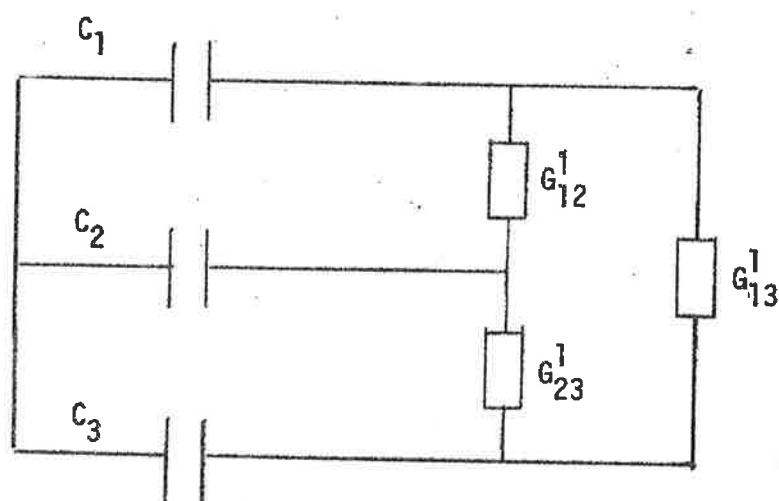
Modellens utsignal antas vara

$$y(t) = C x(t)$$

Modeller som byggs upp av enbart kapacitanser och konduktanser har vissa speciella egenskaper. Matrisen A är symmetrisk och dessutom gäller att



Figur 3.6.1. Modell med hjälptillstånd.



Figur 3.6.2. Modell utan hjälptillstånd.

$$-a_{ii} \geq \sum_{j=i} a_{ij} \quad (i=1,n)$$

Detta medför att egenvärden till matrisen A är reella och enbart negativa. Detta innebär att det öppna systemet är stabilt.

Om $\dim z(t)=0$ så kan man enkelt visa att även systemmatrisen $A'=V^{-1}A$ har negativa reella egenvärden.

$$A'x = \lambda'x$$

$$V^{-1}A'x = V^{-1}\lambda'x$$

$$Ax = \lambda x$$

Då V^{-1} är en diagonalmatris med positiva element så blir även egenvärden till matrisen A negativa och reella.

En annan egenskap hos system bestående av kapacitanser och konduktanser är att deras impulssvar är större eller lika med noll. Detta innebär att stegsvaret för ett sådant system alltid är monotont.

3.7 Simuleringsmetoder

Endast problem med enklare modeller kan lösas analytiskt eller lösas genom handräkning. Innan datorer blev vanliga, har stora modeller simulerats med hjälp av analogmaskiner. Dessa kan vara av två typer antingen passiva eller aktiva analogmaskiner. På den förstnämnda maskinen representeras modellen av resistanser och kapacitanser, medan i den senare ingår det också aktiva komponenter såsom operationsförstärkare. Fördelen med den passiva analogmaskinen är att mycket stora modeller kan simuleras. Nackdelen är att både resistanser och kapacitanser måste kunna väljas. I den aktiva analogmaskinen varierar endast motstånden, medan alla kapacitanser i regel är fixa.

När datorer blev tillgängliga för simulering av dynamiska modeller, var det naturligt att utveckla datorprogram som översatte en analogmaskinuppkoppling till ett datorprogram. Vinsten med att använda datorn är

främst att det tidskrävande uppkopplingsarbetet och simuleringsarbetet kunde elimineras. Vidare kan en simulering med en dator dokumenteras fullständigt genom att lista datorprogrammet och de indata som har använts.

Stora olinjära modeller simuleras ofta snabbare med analogmaskin än med dator. Detta faktum har utnyttjats i hybridmaskinerna. Dessa består av en dator som använder en analogmaskin för att göra beräkningarna av modellen.

Det finns ett flertal olika beräkningsmetoder för att simulera en modell på en dator. I fortsättningen skall endast en metod behandlas som lämpar sig för mindre linjära modeller.

Modellen antas vara på formen

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t)$$

Matriserna A och B är konstanta.

Önskemålet är att beräkna modellens tillståndsvektor $x(t)$ i några ekvidistanta tidpunkter t.ex. varje minut eller varje timme. Den analytiska lösningen till differentialekvationen

$$\dot{x}(t) = A x(t)$$

kan beräknas till

$$x(t) = e^{A(t-t_0)} x(t_0)$$

där den drivande termen $B u(t)$ ingår i ekvationen, så blir den analytiska lösningen följande

$$x(t) = e^{A(t-t_0)} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-s)} B u(s) ds$$

Antag att tidssteget är en tidsenhet och att insignalvektorn $u(t)$ är konstant i tidsintervallet $(t, t+1)$, då fås att

$$x(t+1) = e^A x(t) + \int_0^1 e^{A(1-s)} B ds u(t)$$

eller alternativt

$$x(t+1) = \Phi x(t) + \Gamma u(t)$$

där

$$\Phi = e^A$$

$$\Gamma = A^{-1} (I - \Phi) B$$

Beräkningsgången blir att först beräkna Φ och Γ och därefter simuleras modellen iterativt tidpunkt för tidpunkt. Det finns inga begränsningar för hur långt tidssteget får vara (jfr framåtdifferensmetoden).

4 EXPERIMENTELLA MODELLER

I det föregående kapitlet framgick det att bestämma modeller genom approximationer av fysikaliska grundekvationer och konstruktionsdata är en något osäker metod. Detta beror dels på de gjorda approximationerna och dels på osäkerhet vid bestämning av olika värmeövergångstal. Både de statiska och dynamiska egenskaperna kan därför avvika betydligt från de verkliga.

Med tillgång till lämpliga experimentella mätdata kan en konstruktionsdatamodell förbättras avsevärt. Vad som ligger nära till hands är då att bestämma de svårbestämda fysikaliska parametrarna och prova ut vilka approximationer som är bäst, genom att anpassa modellen till mätdata. Anpassningen sker genom minimering av en förlustfunktion med en minimeringsalgoritm, som kan variera de fysikaliska parametrarna, som skall bestämmas. Denna metod beskrivs i avsnitt 4.2.

En konstruktionsdatamodell är främst intressant som ren processkännedom. Hur processens egenskaper påverkas kan undersökas genom att ändra olika parametrar. Detta kan användas för att utforma processen så att önskade egenskaper erhålles.

Om en digital regulator skall bestämmas för en process, kan det vara lämpligare att direkt bestämma en samplad modell. Några kunskaper om processen krävs ej. Det är i och för sig möjligt att anpassa en konstruktionsdatamodell, men detta är olämpligt då först vissa fysikaliska parametrar måste beräknas och därefter måste den erhållna modellen transformeras till en lämplig form.

Processen beskrivs nu med ett linjärt system av första ordningens differentialekvationer i stället för ett linjärt system av första ordningens differentialekvationer. Den kontinuerliga modellens överföringsfunktion motsvaras av den samplade modellens pulsöverföringsfunktion. Det är parametrarna i denna representation som bestäms vid modellanpassningen. Några av de modellanpassningsmetoder som används vid bestämning av samplade modeller, återges i avsnitt 4.3.

De experimentella data, som används vid modellanpassningen, påverkar resultatet. Olämpligt utformade experiment kan vara helt värdelösa för modellanpassningen. Hur ett experiment skall utformas för att erhålla lämpliga mätdata beskrivs i avsnitt 4.1.

4.1 Utformning av experiment

Ett flertal frågeställningar påverkar hur ett experiment skall utformas. Några av dessa är följande:

Modell för vilket ändamål?

Vilken modellanpassningsmetod skall användas?

Vilket tidsområde är av intresse?

Hur skall insignal väljas?

Är processen olinjär?

Är processen återkopplad?

Det är uppenbart att flera av dessa frågor är sammanlänkade.

Skall modellen användas för att ta fram en regulator bör datainsamling ske på samma sätt som regulatorn kommer att arbeta. Detta innebär att tidsynkronisering mellan insignal och utsignal bör helst vara densamma och samplingsintervallet likaså. Vidare får de fysikaliska förutsättningarna ej förändras genom att montera in andra ställdon eller givare. Detta för att eliminera dynamiken hos långsamma ställdon och givare. Om experimentet syftar till att få ökad kunskap om en viss processdel, då kan det vara lämpligt att försöka eliminera givare- eller ställdonsdynamik på detta sätt.

Modellanpassningsmetoden bestämmer i en del fall hur experimentet skall utföras.

Vid frekvensanalys skall insignalen till processen vara en sinusfunktion. Denna metod är experimentellt tidskrävande och det kan ofta vara svårt att generera en sinusformad insignal till processen.

Vid stegsvarsanalys och impulssvarsanalys använder man sig av ett steg

resp. en impuls i insignalen. Dessa metoder är mycket känsliga för störningar. I gengäld är det lätt att generera dessa signaler.

Andra metoder kräver att insignalen skall vara persistently exciting, vilket i stort sett betyder att alla moder hos processen skall exciteras.

En signalsekvens som uppfyller kravet persistently exciting är Pseudo Random Binary Sequence eller PRBS. Denna signal antar endast två värden t.ex. $\pm a$, vilket är lätt att implementera. Den växlar tecken vid tidpunkter motsvarande multipler av en grundperiod, som betecknas med T . Den är periodisk med perioden $N \cdot T$, där N bestäms av sekvensens ordningstal n enligt formeln $N=2^n-1$. Den kortaste tiden, som signalen är konstant, är T tidsenheter och den längsta är nT tidsenheter. Genereringen av PRBS kan ske med en speciell generator eller med ett datorprogram, om en dator används. För den minsta och största tidskonstanten som kan bestämmas, gäller att

$$T_{\min} > 2T$$

$$T_{\max} < NT/5$$

Det är givetvis förutsatt att samplingsintervallet är T tidsenheter. Genom att göra samplingsintervallet T_s mindre än T kan i stället den minsta tidskonstanten som kan bestämmas beräknas till

$$T_{\min} > 2T_s$$

När de tre parametrarna T_s , T och n , som fastlägger insignalen tidsmässigt, bestämts så återstår det att bestämma amplituden hos insignalen. Amplituden bör väljas så stor som möjligt för att få ett så stort signalbrusförhållande som möjligt. Om däremot processen är olinjär bör amplituden ej väljas större än att den linjära modellen kan anpassas väl till mätdata.

Ett exempel på en PRBS signal återfinns i figur 4.1.1

Om en process är olinjär, måste i regel flera experiment utföras på o-

lika insignalnivåer. Med ett enda PRBS experiment kan man ej avgöra om en process är olinjär, vilket inses av exemplet i figur 4.1.2. Processen antas endast vara statistiskt olinjär.

Frågan om en process är statistiskt olinjär kan avgöras genom att utföra ett lämpligt utformat experiment. Detta sker enklast genom att låta insignalen till processen under en viss tid anta flera ekvidistanta värden, som täcker hela insignalens arbetsområde. Processens utsignal måste hinna svänga in sig på varje insignalnivå, varför experimentet kan bli ganska tidskrävande. Denna ovanstående metod gäller för entydiga olinjäriteter. Glapp, vilket är en icke entydig olinjäritet kan avslöjas genom att både öka och minska insignalen på ett lämpligt sätt.

Experiment bör i första hand ske utan att någon regulator är inkopplad, dvs med ett öppet system. Detta är inte alltid möjligt att genomföra av säkerhets-, tekniska eller ekonomiska skäl. Processen kan vara instabil och därför måste en regulator vara inkopplad. Tidigare har det ej varit klarlagt när en process kan identifieras i ett slutet system. Vid en identifiering av en process i ett slutet system, kunde resultatet bli att processen identifierades som inversen av regulatorn.

I ett arbete av Gustavsson, Ljung och Söderström (1974) ges villkor för hur ett experiment med ett slutet system kan utföras. Man skiljer på fyra olika fall

1. referens insignal
2. olinjär regulator
3. regulator med högt ordningstal
4. styckvis linjär regulator

Förutom de signaler som är av direkt intresse vid modellbestämningar är det lämpligt att mäta andra signaler, som normalt skall vara konstanta och därmed ej påverka experimentet. Eventuella oförklarligheter i utsignalen kan då eventuellt förklaras med de extra uppmätta signalerna. Vid temperaturmätningar kan en av dessa extra signaler vara från en temperaturreferens, vilket kan vara lämpligt för kontroll av mätutrustningen.

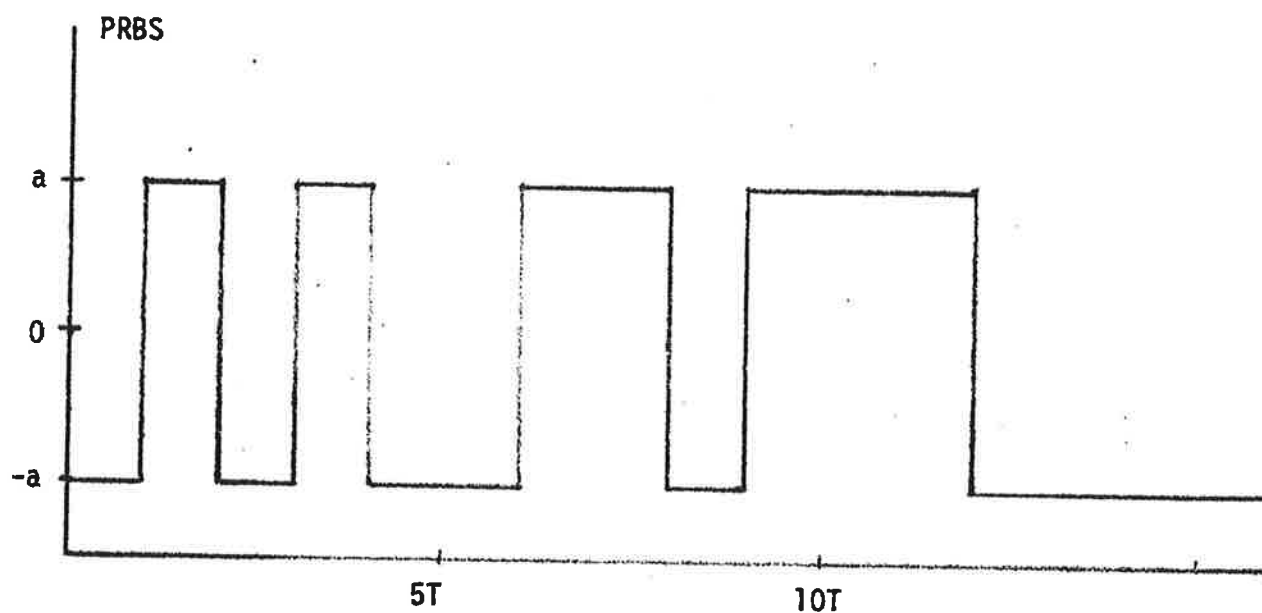
Minst två experiment måste utföras, dels ett PRBS experiment för bestämning av den dynamiska modellen och dels ett experiment för att avgöra hur linjär processen är. Ett tredje experiment och ett andra PRBS experiment kan vara lämpligt att utföra för att undersöka om experimentförhållanden påverkas av icke observerade faktorer. Modellen från det ena experimentet simuleras då direkt och utan någon modellanpassning med mätdata från det andra experimentet och tvärtom. Vid dålig överensstämmelse föreligger troligen skillnader i experimenten.

Hur experimentet startas påverkar resultatet av modellanpassningen. Processen skall helst befinna sig i jämvikt i starten med en insignal som är lika med medelvärdet på den insignal som skall användas under försöket. Om signalen skall anta värden 0, och 1, under experimentet och om start sker från ett jämviktsläge med signalen skild från 0.5, så kommer långsamma moder i systemet att exciteras. Dessa moder är i regel ej av reglertekniskt intresse. Modellanpassningen kommer däremot att modellera även dessa moder. Modellanpassningen kan därför bli en kompromiss mellan snabba och långsamma moder i en modell.

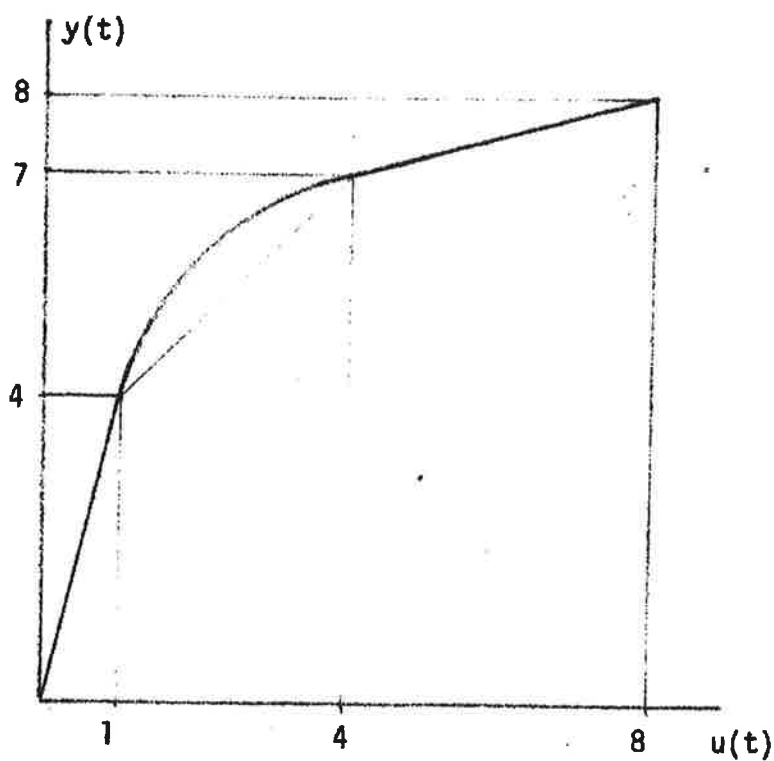
Alla experimentförhållanden som inte mäts skall dokumenteras i ett mätprotokoll eller en loggbok. Denna dokumentation kan knappast göras alltför omfattande. Den blir av stor betydelse när det inte är möjligt att upprepa experimentet.

Felaktiga mätvärden måste rättas annars kan modellanpassningen bli helt värdelös. Detta sker bäst genom att rita upp de olika in- och utsignalerna som funktion av tiden. Större fel kan då lätt observeras och enstaka fel rättas genom interpolation. Mindre fel, som är svåra att observera på detta sätt, kan framträda bättre vid simulering av en modell som har anpassats till mätdata.

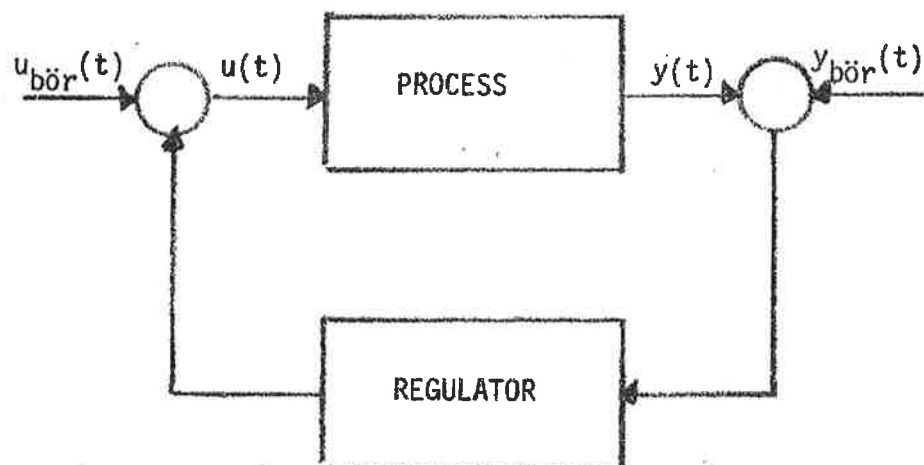
Medelvärdet skall dras ifrån alla i modellen ingående in- och utsignaler, om modellen skall användas för att beskriva dynamiken i en viss arbetspunkt. Detta skall inte göras om modellen är avsedd att beskriva hela processens arbetsområde. Vid subtraktion av medelvärden går en del information om processen förlorad. Valet av de in- och utsignaler, som skall ingå i modellen måste då göras så att modellen blir fysikaliskt rimlig. Detta kan klarläggas med ett exempel.



Figur 4.1.1. Exempel på PRBS med ordningstalet $n = 4$.



Figur 4.1.2. Exempel på olinjäritet som vid identifiering kan ge olika statisk förstärkning 4,1 och 0,25 om insignalen $u(t)$ har varierats (0,1), (1,4) resp (4,8).



Figur 4.1.3 Process återkopplad med regulator

Exempel

Antag att vid mätningar på en elektrisk luftvärmare har effekten $u_1(t)$, lufttemperaturen före $u_2(t)$ och efter $y(t)$ uppmätts. En modell mellan lufttemperaturen efter $y(t)$ och effekten $u_1(t)$ önskas för hela luftvärmarens arbetsområde. Lufttemperaturen före $u_2(t)$ antas vara konstant och slår i stort sett direkt igenom på lufttemperaturen efter $y(t)$.

En modell mellan insignalen $u_1(t)$ och utsignalen $y(t)$ blir direkt felaktig om inte $u_2(t)=0$. Ett bättre resultat fås, om temperaturökningen över luftvärmaren väljs som utsignal. Bäst blir resultatet om modellanpassningen sker med två insignaler $u_1(t)$ och $u_2(t)$, då kan även $u_2(t)$ variera.

Det är inte alltid möjligt att genomföra experiment så att utsignalnivån är konstant. Ofta inträffar det att utsignalen förutom de förväntade variationerna upp och ner ökar eller minskar konstant i tiden. Sådana trender måste också elimineras förutom medelvärdet vid bestämning av en modell för en viss arbetspunkt. Ett alternativ är att göra modellanpassningen med differenser av in- och utsignaler.

Vilken modell som bäst beskriver den aktuella processen avgörs genom att jämföra förlustfunktioner och den uppmätta utsignalen med modellens för olika modeller. I en modell kan antalet insignaler, antalet parametrar, dess struktur och antalet tidsfördröjningar varieras. Det sista görs för att undersöka om processen innehåller rena tidsfördröjningar. Dessutom bör modellanpassningen ej ske för endast ett experiment utan två eller fler experiment bör användas.

Ett förenklat förfaringssätt är att simulera modellerna från ett experiment med mätdata från ett helt annat experiment.

4.2 Bestämning av parametrar i en fysikalisk modell

Vid anpassning av modeller till experimentella data kan det ofta vara lämpligare att utnyttja viss processkunskap genom att anpassa en modell med en given struktur än att anpassa en generell modell. Med given

struktur avses här att den verkliga processen kan approximeras med ett system av första ordningens linjära differentialekvationer, i vilka de ingående fysikaliska parametrarna är kända eller okända. Modellanpassningen avser då att bestämma den uppsättning av parametrar, som ger den bästa modellanpassningen.

Problemställning

Givet ett linjärt system av första ordningens differentialekvationer

$$\dot{x}(t) = A(a) x(t) + B(a) u(t) \quad (4.2.1)$$

och utsignalekvationen

$$y_m(t) = C(a) x(t) + D(a) u(t) \quad (4.2.2)$$

Matriserna $A(a)$, $B(a)$, $C(a)$ och $D(a)$ är alla konstanta i tiden och funktioner av parametervektorn a , som skall bestämmas. De experimentella data är utsignalen ($y(t)$, $t=1, N$) och de olika insignalerna ($u_i(t)$, $t=1, N$), $i=1, m$).

Bestäm parametervektorn a som den vektor som minimerar förlustfunktionen

$$V(a) = \sum_{t=1}^N (y(t) - y_m(t))^2 \quad (4.2.3)$$

Lösning

Förlustfunktionen $V(a)$ minimeras med en minimeringsalgoritm varvid parametervektorn a bestämmas.

Denna metod kräver ofta långa körtider, då modellen måste simuleras igenom för varje parametervektor a , som minimeringsalgoritmen önskar testa. Upp till sex parametrar är rimligt att bestämma med dagens algoritmer.

Antalet parametrar, som kan bestämmas formellt, kan begränsas uppåt till $n(mp+1)$, där n är antalet tillstånd, m är antalet insignaler och

p är antalet utsignaler. Beroende på modellens struktur kan antalet bestämbara parametrar vara klart mindre än den tidigare givna övre gränsen. Genom att beräkna överföringsfunktionen mellan insignaler och utsignaler går det att avgöra vilka parametrar eller kombinationer av parametrar som går att bestämma. Överföringsfunktionen fås efter Laplace-transformering av differentialekvationen (4.2.1) och med utnyttjande av ekvation (4.2.2)

$$G(s) = C \begin{bmatrix} sI - A \end{bmatrix}^{-1} B$$

Minimeringen av förlustfunktionen misslyckas, om ett för stort antal parametrar används. Hur modellens struktur påverkar antalet bestämbara parametrar visas bäst med ett enkelt exempel.

Modellen antas vara en rummodell. Rumsluften och en vägg är de kroppar som kan lagra värme och deras värmekapaciteter antas vara C_1 respektive C_2 . Värmeutbytet mellan dem sker via en yta med arean A och värmeövergångstalet h . Antalet luftväxlingar är n per tidsenhet. Förutom tilluft kan rumsluften påverkas av en direkt tillförd effekt som betecknas $u_2(t)$. Temperaturen för rumsluften, väggen och tilluften betecknas $x_1(t)$, $x_2(t)$ och $u_1(t)$. Modellen kan också beskrivas med figur 4.2.1.

För de två massornas temperaturer $x_1(t)$ och $x_2(t)$ kan följande differentialekvation uppställas baserad på energibalans

$$C_1 \dot{x}_1 = Ah(x_2(t) - x_1(t)) + nC_1(u_1(t) - x_1(t)) + u_2(t)$$

$$C_2 \dot{x}_2 = Ah(x_1(t) - x_2(t))$$

Modellen kan nu också skrivas

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t)$$

$$y(t) = C x(t)$$

och matriserna A , B och C är

$$A = \begin{bmatrix} -Ah/C_1 - n & Ah/C_1 \\ Ah/C_2 & -Ah/C_2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} n & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Modellens utsignal är alltså rumslufttemperaturen $x_1(t)$.

För att avgöra vilka parametrar som går att bestämma måste överföringsfunktionen beräknas mellan insignal och utsignal.

$$G(s) = C [sI - A]^{-1} B$$

Överföringsfunktionen mellan tilluft och rumsluft blir uträknat

$$G_1(s) = \frac{(ns + nAh/C_2)}{(s^2 + (Ah/C_1 + Ah/C_2 + n)s + nAh/C_2)}$$

Detta är en andra ordningens modell och endast parametrarna a_1 , a_2 , b_1 och b_2 kan bestämmas i följande generella överföringsfunktion.

$$G(s) = \frac{(b_1 s + b_2)}{(s^2 + a_1 s + a_2)}$$

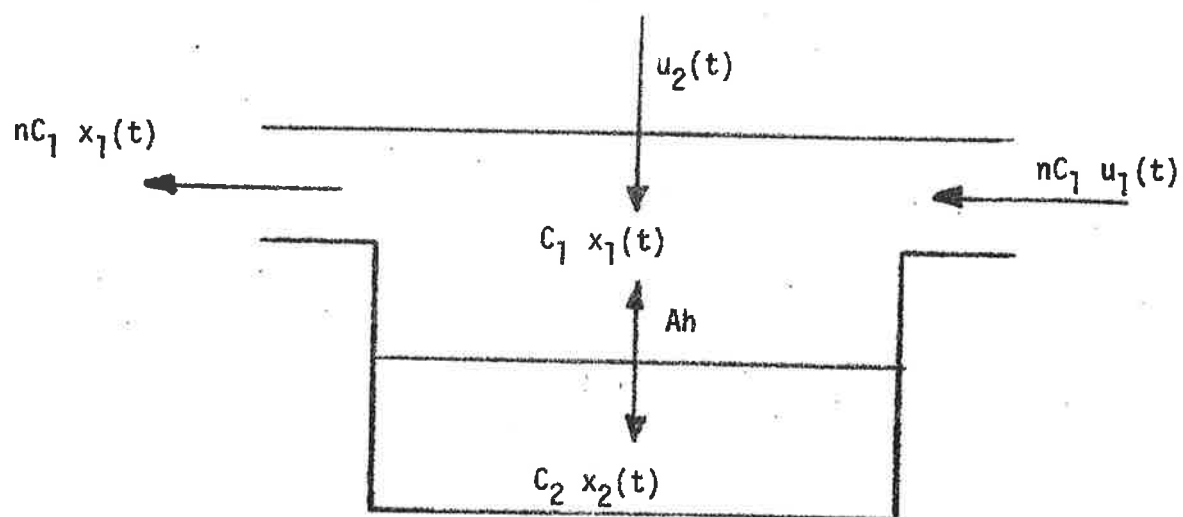
Identifiering av parametrar i de två överföringsfunktionerna ger att

$$b_1 = n$$

$$b_2 = nAh/C_2$$

$$a_1 = Ah/C_1 + Ah/C_2 + n$$

$$a_2 = nAh/C_2$$



Figur 4.2.1. Enkel rummodell med en värmekapacitet för rumsluften C_1 och en för omgivningen C_2 . Värmeöverföringskapaciteten mellan omgivning och rumsluft är Ah och antalet luftväxlingar är n .

Endast parametern n kan bestämmas och förhållandet mellan parametrarna Ah , C_1 och C_2 . Detta senare kan tolkas som storleken på rummet ej kan fastläggas genom att bara undersöka en modell mellan tilluft och rums-luft. För ett givet rum kan rumsluftens värmekapacitet alltid beräknas, men värmekapaciteten C_1 motsvarar den delen av rumsluften, som är aktiv.

Om däremot den direkt tillförda effekten utnyttjas som insignal vid experimentet och vid modellenpassningen, så kan parametrarna n , C_1 , C_2 och Ah bestämmas. Överföringsfunktionen blir i detta fall

$$G_2(s) = \frac{s/C_1 + Ah/C_1 C_2}{(s^2 + s(Ah/C_1 + Ah/C_2 + n) + nAh/C_2)}$$

och följande relationer gäller mellan okända modellparametrar och de identifierade parametrarna a_1 , a_2 , b_1 och b_2

$$b_1 = 1/C_1$$

$$b_2 = Ah/C_1 C_2$$

$$a_1 = Ah/C_1 + Ah/C_2 + n$$

$$a_2 = nAh/C_2$$

4.3 Bestämning av parametrar till en given samplad modell

Det finns ett flertal modellenpassningsmetoder. Några av de vanligaste förekommande är följande

Minsta kvadratmetoden

Generaliserad minsta kvadratmetod

Maximum likelihoodmetoden

Tally principle metoden

Instrumental variable metoden

Gemensamt för dessa metoder är att endast modeller med en utsignal kan bestämmas.

Minsta kvadratmetoden är den vanligaste och den ingår ofta som en del av andra metoder. Denna metod och maximum likelihoodmetoden är de modellanpassningsmetoder som använts i detta forskningsarbete och de kommer att beskrivas i de två följande avsnitten. Sist redogörs för hur minsta kvadratmetoden kan användas för att beräkna modeller i reell tid. Modellanpassningen sker då samtidigt som experimentet fortlöper. Experimentutrustningen kan därför utnyttjas mera effektivt, då resultatet från modellanpassningen kan fås omedelbart.

4.3.1 Minsta kvadratmetoden

Minsta kvadratmetoden är en välkänd metod för att lösa överbestämda ekvationssystem. Parametrarna anpassas så att summan av det kvadratiske ekvationsfelet minimeras - därav namnet minsta kvadratmetoden. Problemet med att anpassa en samplad modell till mätdata kan lätt formuleras så att minsta kvadratmetoden kan användas.

Problemställning

Givet utsignalen $y(t)$ och insignalerna $u_i(t)$, $i=1,m$ i tidpunkterna $t=1,N$. Bestäm parametrarna i modellen

$$\begin{aligned} y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_n y(t-n) = \\ + b_{11} u_1(t-1) + \dots + b_{1n} u_1(t-n) + \\ \vdots \\ + b_{n1} u_n(t-1) + \dots + b_{nn} u_n(t-n) + e(t) \end{aligned}$$

så att kvadratsumman

$$V = \sum_{t=1}^N e^2(t)$$

minimeras. Modellekvationerna kan skrivas på ett mer kompakt sätt med hjälp av matriser. Följande ekvationssystem erhålls då

$$Y = U x + E$$

Här är

$$Y = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} z(0) \\ z(1) \\ \vdots \\ z(N-1) \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} e(1) \\ e(2) \\ \vdots \\ e(N) \end{bmatrix}$$

$$x = (-a_1, -a_2, \dots, -a_n, b_{11}, \dots, b_{1n}, \dots, b_{n1}, \dots, b_{nn})^T$$

$$z(i) = (y(i), y(i-1), \dots, y(i-n), \\ u_1(i), \dots, u_1(i-n), \dots, u_n(i), \dots, u_n(i-n))$$

Kvadratsumman som skall minimeras kan skrivas på två sätt

$$V = E^T E$$

eller

$$V = (Y - UX)^T (Y - UX)$$

Den vektor x som minimerar V fås som

$$\hat{x} = (U^T U)^{-1} U^T Y$$

eller som lösningen till ekvationssystemet

$$U^T U \hat{x} = U^T Y$$

I vissa specialfall kan denna ekvation utnyttjas för att beräkna lösningen analytiskt i stället för att inverta matrisen $U^T U$ rättsfram.

För att lösa problemet så måste matrisen $U^T U$ och vektorn $U^T Y$ beräknas från mätdata och efter invertering av $U^T U$ och multiplikation med vektorn $U^T Y$ så fås lösningen x . Denna metod utnyttjar endast mätdata en gång vilket sparar beräkningstid jämfört med modell Anpassningsmetoden för fysikaliska modeller, som simulerar modellen för varje ny parametervektor, som minimeringsalgoritmen testat.

Skall flera olika modeller bestämmas kan en generell modell formuleras

så att den täcker alla fall. Matrisen $U^T U$ och vektorn $U^T Y$ beräknas för denna generella modell. Mätdata används bara en gång. Genom att stryka lämpliga rader och kolonner i matrisen $U^T U$ och element i vektorn $U^T Y$ så kan de olika önskade modellerna beräknas. Endast matrisinverteringen behöver göras om för varje modell.

En stor fördel med minsta kvadratmetoden är att den är lätt att programmera för en dator eller en kalkylator. Enda svårigheten är matrisinverteringen av $U^T U$.

För att förtydliga framställningen återges ett exempel nedan.

Exempel

Givet insignal-utsignalsekvensen $(u(t), y(t), t=1, N)$ och modellen

$$y(t) + a y(t-1) = b u(t-1) + e(t)$$

Bestäm modellparametrarna a och b med minsta kvadratmetoden. Matrisen U och vektorn Y blir nu

$$U = \begin{bmatrix} y(0) & u(0) \\ y(1) & u(1) \\ \vdots & \vdots \\ y(N-1) & u(N-1) \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix}$$

Matrisen $U^T U$ och vektorn $U^T Y$ fås som

$$U^T U = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N-1} y^2(i) & \sum_{i=0}^{N-1} y(i) u(i) \\ \sum_{i=0}^{N-1} y(i) u(i) & \sum_{i=0}^{N-1} u^2(i) \end{bmatrix}$$

och

$$U^T Y = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{N-1} y(i+1) y(i) \\ \sum_{i=0}^{N-1} y(i+1) u(i) \end{bmatrix}$$

Lösningen fås sedan efter triviala räkningar med uttrycket

$$\begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \end{bmatrix} = (U^T U)^{-1} U^T Y$$

Om endast parametern b skall bestämmas ($a=0$) så kan den tidigare beräknade matrisen $U^T U$ och vektorn $U^T Y$ utnyttjas. Rad ett och kolonn ett strykes i matrisen $U^T U$ och likaså element ett i vektorn $U^T Y$, då dessa motsvarar parametern a . Nu blir

$$U^T U = \sum_{i=0}^{N-1} u^2(i)$$

och

$$U^T Y = \sum_{i=0}^{N-1} y(i+1) u(i)$$

och lösningen fås som

$$\hat{b} = (U^T U)^{-1} U^T Y = \frac{1}{\sum_{i=0}^{N-1} u^2(i)} \sum_{i=0}^{N-1} y(i+1) u(i)$$

Om i stället värdet på parametern a är fixt och skilt från noll så kan två förfaringssätt användas. En ny utsignal beräknas som är $y'(t)=y(t)+ay(t-1)$ och modellen blir nu $y'(t)=b u(t-1)$. Parametern b beräknas som

tidigare

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} y(i+1) u(i)}{\sum_{i=0}^{N-1} u^2(i)}$$

Det andra sättet utnyttjar ovanstående uttryck och sambandet $y'(t) = y(t) + ay(t-1)$ sätts in i detta. Parametern b kan nu beräknas som en funktion av parametern a .

$$\hat{b}(a) = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} (y(i+1) + ay(i)) u(i)}{\sum_{i=0}^{N-1} u^2(i)}$$

$$\hat{b}(a) = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} y(i+1) u(i) + a \sum_{i=0}^{N-1} y(i) u(i)}{\sum_{i=0}^{N-1} u^2(i)}$$

Det sista sättet utnyttjar redan de tidigare beräknade summorna.

Fördelen är nu att parametern b är en linjär funktion av parametern a

$$b = ka + \ell$$

Minsta kvadratmetoden kan modifieras så att den även omfattar fixa parametrar. Modellparametervektorn x delas upp i en fix del x_1 och en del x_2 som skall anpassas. På samma sätt delas matrisen U upp i en motsvarande del U_1 resp. U_2 .

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix}$$

Ekvationssystemet blir nu

$$Y = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + E$$

eller

$$Y = U_1 x_1 + U_2 x_2 + E$$

Sätt

$$Y' = Y - U_1 x_1$$

Lösningen fås nu som

$$\hat{x}_2 = (U_2^T U_2)^{-1} U_2^T Y'$$

eller

$$\hat{x}_2 = (U_2^T U_2)^{-1} (U_2^T Y - U_2^T U_1 x_1)$$

Matriserna $U_2^T U_2$, $U_2^T Y$ och $U_2^T U_1$ kan fås ur de generella matriserna $U^T U$ och $U^T Y$.

$$U^T U = \begin{bmatrix} U_1^T \\ U_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1^T U_1 & U_1^T U_2 \\ U_2^T U_1 & U_2^T U_2 \end{bmatrix}$$

$$U^T Y = \begin{bmatrix} U_1^T \\ U_2^T \end{bmatrix} Y = \begin{bmatrix} U_1^T Y \\ U_2^T Y \end{bmatrix}$$

4.3.2 Maximum likelihoodmetoden

Med minsta kvadratmetoden kan följande modell beräknas

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_n y(t-n) = \\ + b_1 u(t-1) + \dots + b_n u(t-n) \\ + v(t)$$

Parameteranpassningen sker genom att minimera förlustfunktionen

$$V = \sum_{t=1}^N v^2(t)$$

När N går mot oändligheten, så är parametrarna a_i och b_i lika med de korrekta om modellens residualer $v(t)$ är oberoende av varandra i tiden och är normalfördelade, är detta inte fallet så skiljer sig modellparametrarna från de riktiga.

Detta problem kan lösas genom att använda sig av maximum likelihoodmetoden som kan bestämma parametrarna a_i , b_i och c_i i följande modell

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_n y(t-n) = \\ + b_1 u(t-1) + \dots + b_n u(t-n) + \\ e(t) + c_1 e(t-1) + \dots + c_n e(t-n)$$

Modellparameteranpassningen sker genom att minimera förlustfunktionen

$$V = \sum_{t=1}^N e^2(t)$$

För att dessa modellparametrar skall vara korrekta så måste även här modellens residualer $e(t)$ vara oberoende i tiden och normalfördelade.

Minimeringen av förlustfunktionen sker med en iterativ metod och minsta kvadratmetoden används för att ge startvärdena. Mätdata genomlöpes

flera gånger och beräkningstiden är därför avsevärt längre än för minsta kvadratmetoden.

En utförlig beskrivning av metoden återfinnes i Åström, Bohlin (1965) och i Gustavsson (1969).

4.3.3 Bestämning av en samplad modell i reell tid

Om en dator används för att utföra experimentet dvs generera en lämplig insignal och mäta och lagra alla signaler av intresse, så är det möjligt att samtidigt genomföra modellanpassningen. Fördelen med detta arbetssätt är att resultatet fås omedelbart. Experimentet kan avbrytas när önskat resultat uppnåtts eller när ett experiment med annan utformning bör göras i stället för att uppnå det önskade resultatet. Detta innebär att datorn och experimentutrustningen utnyttjas på ett effektivt sätt. I fortsättningen av detta avsnitt antas att modellanpassningen är minsta kvadratmetoden.

I ett datorsystem med en stor minneskapacitet kan samma modellanpassningsprogram användas som används vid beräkningar i icke reell tid. Enda skillnaden är att modellanpassningen kan ske samtidigt som datainsamlingen äger rum och när så önskas.

I ett datorsystem med en liten minneskapacitet kan alla mätdata ej lagras. I stället beräknas de mellanresultat som modellanpassningsmetoden normalt gör. De antal celler som krävs för att lagra mellanresultaten är avsevärt färre än de som krävs för att lagra alla mätdata. Mellanresultatet för minsta kvadratmetoden utgörs av matrisen $U^T U$ och vektorn $U^T Y$. För en modell med n parametrar krävs det $n(n+1)/2$ och n celler för att lagra matrisen $U^T U$ resp. vektorn $U^T Y$. Matrisen $U^T U$ är symmetrisk och därför behöver endast diagonalen och den övre eller undre triangeln lagras. Denna metod använder sig av samma beräkningssätt som föregående med den enda skillnaden att mellanresultaten uppdateras omedelbart efter varje mättidpunkt. Den slutliga beräkningen av modellparametrarna, som kräver en invertering av matrisen $U^T U$, görs endast när så önskas.

För att kunna beräkna ett flertal olika modeller kan en generell modell

formuleras som täcker alla tänkbara modeller. I en enskild modell är då ett flertal modellparametrar lika med noll. Vid själva modellbestämningen stryks alla de rader och kolonner i matrisen $U^T U$ och de element i vektorn $U^T Y$, som motsvarar de modellparametrar i den generella modellen som har satts lika med noll. Denna metod kan också vara lämplig att använda vid modellanpassning med experiment med ett stort antal mättpunkter. Fördelen är att mätdata bara behöver genomräknas en enda gång för den generella modellen.

Vid modellanpassning i icke reell tid elimineras i regel medelvärdet för de i modellen ingående mätsignalerna. Detta då signalförstärkningen är av intresse och inte den totala förstärkningen. Detta kan klaras av genom att beräkna medelvärdet för alla de i modellen ingående mätsignalerna. Med dessa medelvärden kan sedan matrisen $U^T U$ och vektorn $U^T Y$ korrigeras så att det motsvarar att medelvärdet var noll för de i modellen ingående mätsignalerna.

Detta kan göras genom att anta att utsignalen $y(t)$ och radvektorn $z(t)$ har medelvärdena y_m resp. z_m . Vidare bildas två matriser

$$Y_m = \begin{bmatrix} y_m \\ y_m \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} \quad \dim (N \times 1)$$

och

$$Z_m = \begin{bmatrix} z_m \\ z_m \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix} \quad \dim (N \times n)$$

Alla rader är lika i dessa matriser.

Denna modell som skall anpassas till mätdata med medelvärdet noll, kan då bestämmas från följande ekvationssystem

$$Y - Y_m = (U - Z_m)x + E$$

Lösningen blir som tidigare

$$\hat{x} = ((U - Z_m)^T (U - Z_m))^{-1} (U - Z_m)^T (Y - Y_m)$$

Utvecklas detta uttryck fås att

$$\hat{x} = (U^T U - Z_m^T Z_m)^{-1} (U^T Y - Z_m^T Y_m)$$

då

$$Z_m^T Z_m = Z_m^T U = U^T Z_m$$

och

$$Z_m^T Y_m = Z_m^T Y = U^T Y_m$$

Detta innebär att den tidigare matrisen $U^T U$ och vektorn $U^T Y$ endast skall korrigeras med matrisen $Z_m^T Z_m$ resp. $Z_m^T Y_m$.

De två här skisserade metoderna kan ej vara riktiga reelltidsmodell Anpassningsmetoder, då de ej behöver beräkna fram modellparametrarna i varje tidssteg. Att använda den andra av de två metoderna för beräkning av modellparametrarna i reelltid är ej otänkbart, men att ständigt invertera matrisen $U^T U$ är klumpigt. I Aström (1968) återges en metod hur en minsta kvadratmodell Anpassning kan genomföras utan att invertera matrisen $U^T U$. Vid fler än tre parametrar är denna metod klart överlägsen den föregående. Vid modell Anpassning i reell tid bör man observera att felaktiga mätvärden kan förekomma, vilket medför att resultatet påverkas. Någon form av test bör göras på mätvärdena. En eventuell korrektion kan ej ske som en interpolation vid ett enstaka fel, när modell Anpassning görs i icke reell tid. Interpolation kan tillgripas vid enstaka fel om modell Anpassningen är fördröjd ett samplingsintervall.

En annan för de två sista metoderna gemensam nackdel är att någon simulering av modellen ej kan utföras.

5 EXEMPEL PÅ MODELLER

Avsikten med detta kapitel är ej att ge en fullständig katalog över alla tänkbara enhetsprocesser, som kan ingå i en klimatprocess. Avsikten är i stället att ge några olika exempel på modeller beräknade från konstruktionsdata eller bestämda med mätdata från speciella experiment och att jämföra dessa med varandra.

I de följande fem avsnitten kommer modeller för följande processer att behandlas:

process	insignal	utsignal
rum	tillufttemperatur	frånlufttemperatur
luftkanal	"	"
eftervärmare	vattenflöde	lufttemperatur- ökning
entalpiväxlare	varvtal	temperaturverk- ningsgrad
bostadsområde	utetemperatur	fjärrvärmeeffekt- uttag

Genomgående för de teoretiska modellerna är att de är kraftigt förenklade och avsikten är endast att få en enkel uppskattning av statiska och dynamiska egenskaper, som kan användas vid utformning av experiment och eventuellt, om modellen är tillräckligt bra, även för bestämning av regulatorer. Det skall framhållas att modellerna ej är avsedda att användas inom ett mycket stort tidsområde från sekunder till dygn utan endast tidsområdet med den dominerande dynamiken, vilken är av intresse ur reglerteknisk synpunkt. Detta innebär att rena transportfördröjningar på grund av i processen ingående flöden har försummats. För de flesta klimatanläggningar är transporttiderna för luft- och vattenflödena försumbara jämfört med den övriga dynamiken. Modellerna kan ej heller användas för simulering av mycket långsamma förlopp såsom dygnstemperaturvariationer vid olika belastningar såsom sol, personer, belysning mm. I de aktuella rumsmodellerna antas att temperaturen i väggar, golv och tak ej påverkas av rumslufttemperaturen.

Vidare är modellerna i regel avsedda att användas kring en arbetspunkt med måttliga variationer i insignaler och utsignal. Vid stora variationer är det ej säkert att en modell gäller då den verkliga processen kan

vara starkt olinjär.

5.1 Rum tilluft - frånluft

I detta avsnitt skall en enkel modell beräknas från konstruktionsdata för några olika ventilerade rum. Insignalen är tilluftstemperaturen och utsignalen är rumsluft- eller frånlufttemperaturen. De beräknade modellerna kommer att jämföras med modeller bestämda från experimentella data. Detta görs för tre olika rum och för olika antal luftväxlingar.

Ett rum är en lektionssal (LS) med följande data:

rumsvolym	260 m ³
begränsningsyta	406 m ²
antal luftväxlingar	10.8 /h

Frånlufttemperaturen användes som utsignal för modellen.

Ett annat rum är ett omöblerat försöksrum (FR1) med följande data:

rumsvolym	49 m ³
begränsningsyta	87 m ²
antal luftväxlingar	10.4 och 12.4 /h

I detta fall användes rumslufttemperaturen som utsignal för modellen.

Ett tredje rum är ett möblerat försöksrum (FR2) med följande data:

rumsvolym	50 m ³
begränsningsyta	80 m ²
antal luftväxlingar	3.2, 6.6 och 8.2 /h

Medelvärdet av tre rumslufttemperaturgivare togs som utsignal från modellen.

Ytterligare data om rummen och mätningarna finns återgivet i Jensen (1974I).

Rummet kan beskrivas med en enkel värmebalansekvation för rumsluften, om följande antagande görs

- 1 Rumslufttemperaturen är densamma överallt (ideal blandning)
- 2 Omgivningstemperaturen är konstant och påverkas ej av rumsluften. (Omgivningen avser golv, tak, väggar och föremål i rummet).
- 3 Värmeutbytet med omgivningen är proportionellt mot temperaturdifferensen.
- 4 Frånlufttemperaturen är densamma som rumslufttemperaturen.

Antagandet att rumsluften blandas idealt är ett vanligt antagande i rumsmodeller. Normala lufthastigheter i ventilerade rum är omkring 0.1 m/sek, vilket medför att luften kan bli ganska väl blandad på en minut.

Omgivningens värmekapacitet är ofta omkring 100 gånger större än rumsluftens. Dess temperatur påverkas endast lite under de korta tidsperioder, som är av intresse vid reglering, varför antagandet om att omgivningens temperatur är konstant är en god approximation.

Värmebalansekvationen är följande:

$$C \dot{x}(t) = -(nC + Ah) x(t) + nC u_1(t) + Ah u_2(t)$$

Här är

$x(t)$	rumslufttemperaturen
$u_1(t)$	tillufttemperaturen
$u_2(t)$	omgivningens temperatur
C	rumsluftens värmekapacitet
A	yta mellan rumsluft och omgivning
h	värmeövergångstal mellan rumsluft och omgivning
n	antal luftväxlingar per tidsenhet

Om värmebalansekvationen Laplace-transformeras, fås överföringsfunktionen för insignalen $u_1(t)$ och utsignalen $x(t)$ som

$$G_1(s) = \frac{K_1}{sT + 1}$$

Sambanden mellan parametrarna i värmebalansekvationen och i överföringsfunktionen är för tidskonstanten

$$T = C/(nC + Ah)$$

och för förstärkningen

$$K_1 = nC/(nC + Ah)$$

Att beräkna eller mäta de tre parametrarna C , A och n är lätt. Däremot är det svårare att fastlägga värmeövergångstalet h . Vanliga värden i rumsmodeller är $1-3 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$. För de tre olika rummen har tidskonstanten T och förstärkningen K beräknats med värmeövergångstalet $h = 1, 2$ och $3 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ (se tabell 5.1.1).

Samma modellparametrar kan också bestämmas från mätdata genom identifiering av en första ordningens samplad modell

$$x(t) = a x(t-1) + b u_1(t-1)$$

Denna modell kan transformeras till motsvarande kontinuerliga överföringsfunktion

$$G(s) = \frac{K_i}{sT_i + 1}$$

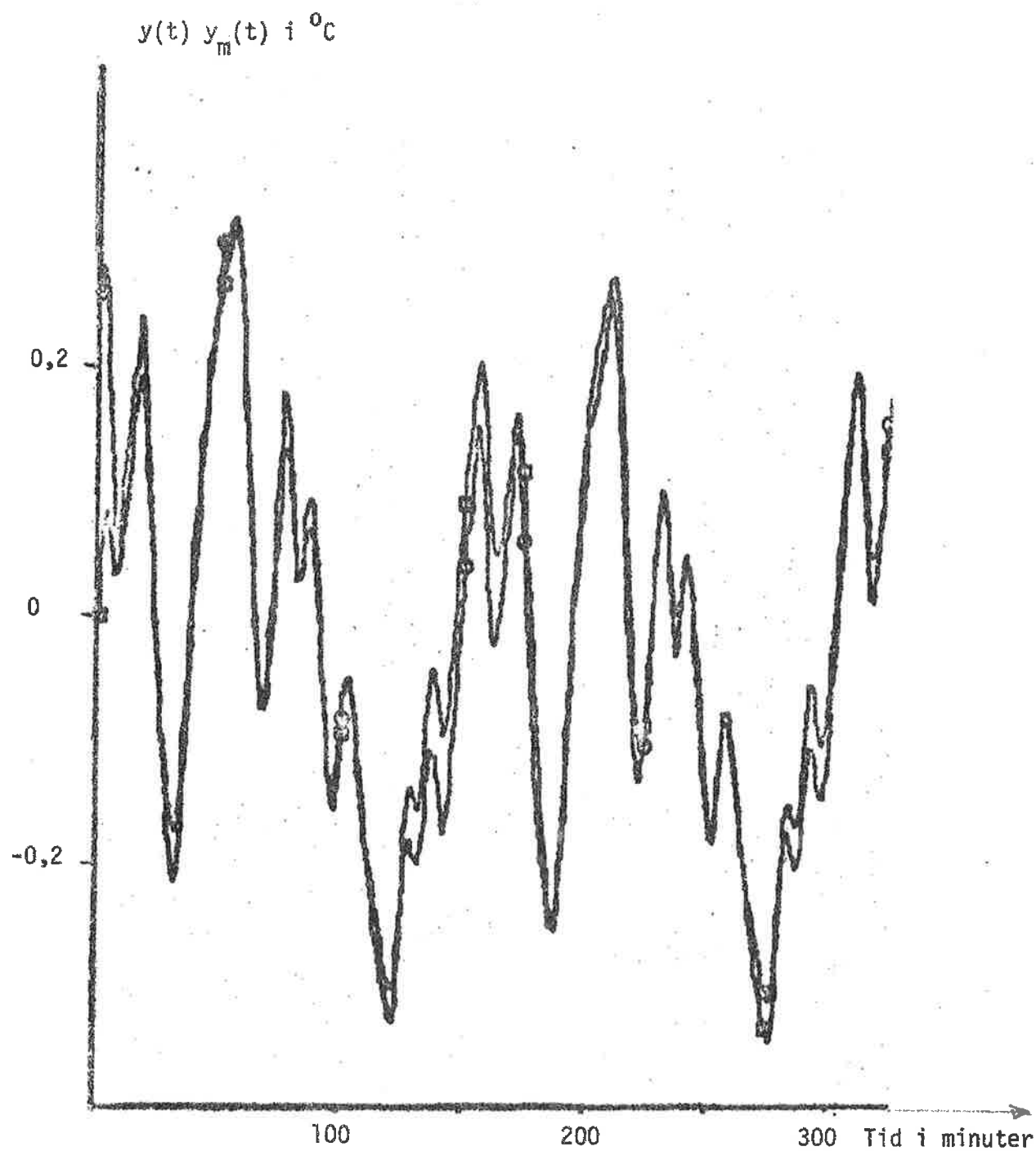
Sambandet mellan dessa två modellens parametrar är följande

$$K_i = b/(1-a)$$

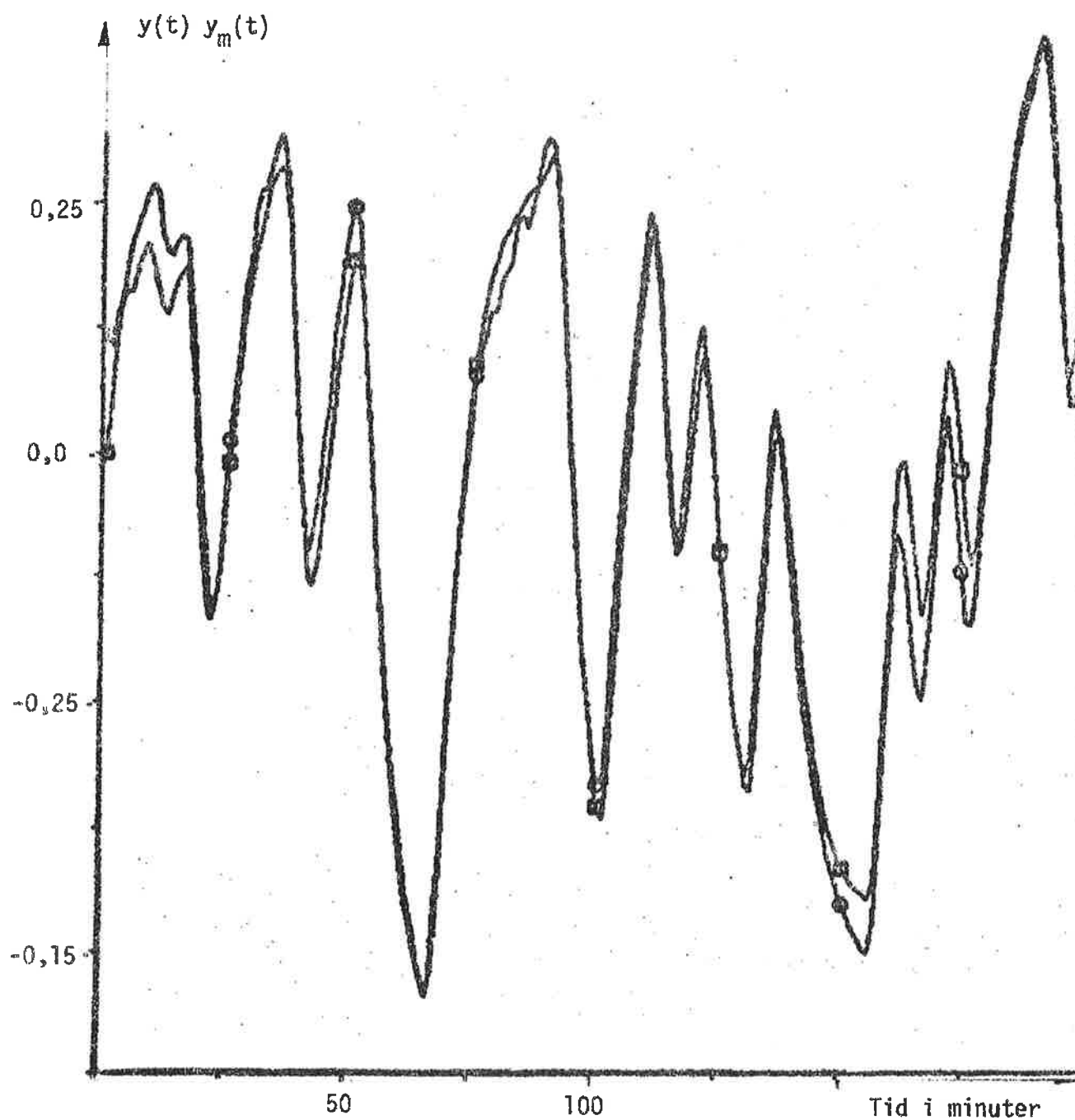
$$T_i = 1/\ln(1/a)$$

De samplade modellernas parametrar, bestämda från mätdata, residualernas standardavvikelse λ och motsvarande kontinuerliga tidskonstant T_i och förstärkningen K_i finns återgivna i tabell 5.1.2. Att modellenpassningen är god framgår vid en jämförelse mellan den uppmätta utsignalen och modellens utsignal i figurerna 5.1.1 - 3.

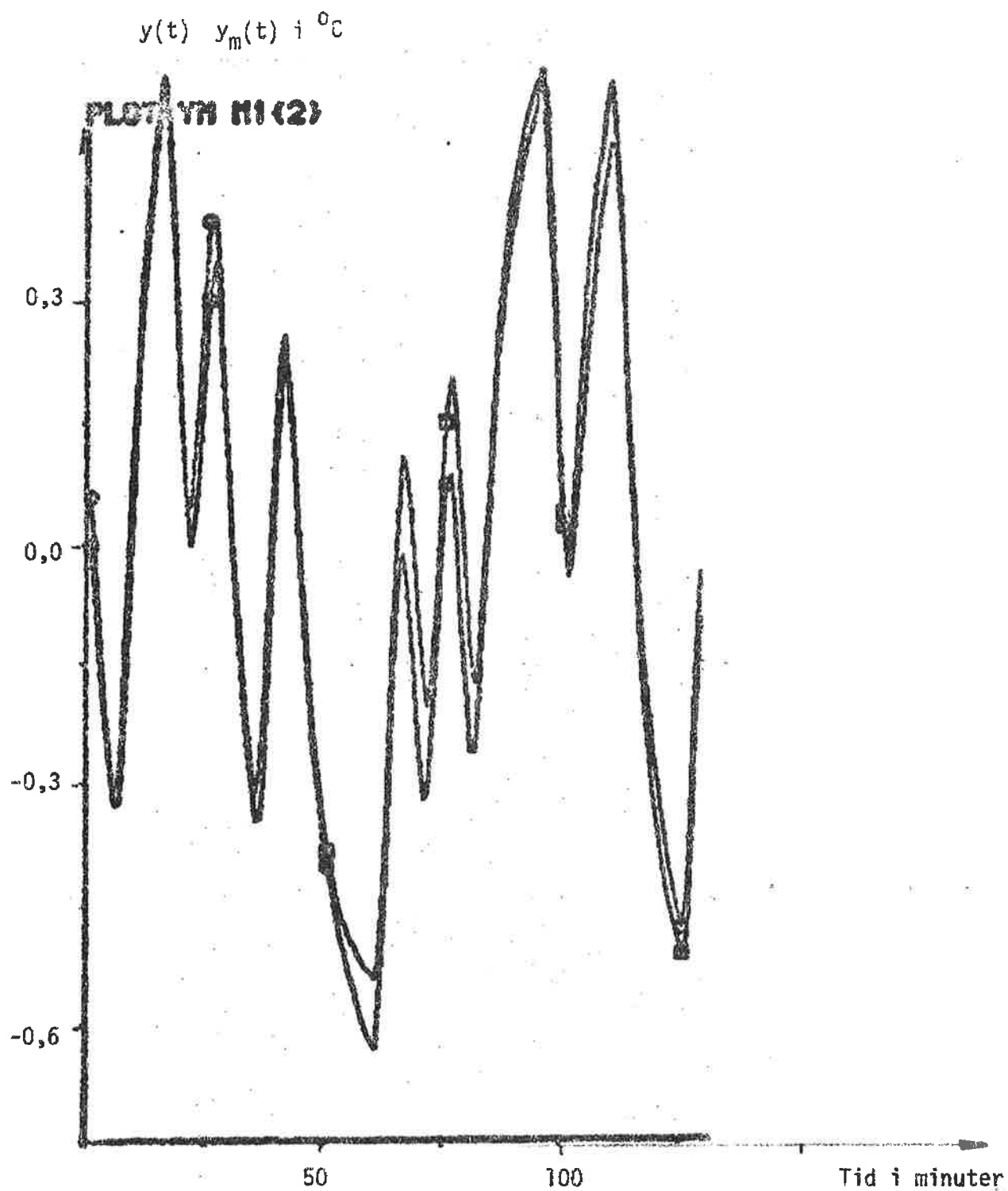
Vid en jämförelse mellan de på olika sätt framtagna modellparametrarna



Figur 5.1.1. Den uppmätta $y(t)$ och modellens $y_m(t)$ rumslufttemperaturavvikelse från medelvärdet för ett experiment med rum FR2 och med 3,2 luftväxlingar per timme.



Figur 5.1.2. Den uppmätta $y(t)$ och modellens $y_m(t)$ rumsluftstemperaturavvikelse från medelvärdet för ett experiment med rum FR2 och med 6,6 luftväxlingar per timme.



Figur 5.1.3. Den uppmätta $y(t)$ och modellens $y_m(t)$ rumsluftstemperaturavvikelse från medelvärdet för ett experiment med rum FR2 och med 8,2 luftväxlingar per timme.

Tabell 5.1.1 Beräknad tidskonstant T och förstärkning K för olika rum, antal luftväxlingar n och värmeövergångstal h.

Rum	n /h	h W/m ² °C	T min	K
LS	10.8	1	3.9	0.70
		2	3.0	0.54
		3	2.4	0.43
FR1	10.4	1	3.8	0.66
		2	2.8	0.49
		3	2.3	0.39
FR1	12.4	1	3.4	0.70
		2	2.6	0.53
		3	2.1	0.43
FR2	3.2	1	7.5	0.40
		2	4.7	0.25
		3	3.4	0.18
FR2	6.6	1	5.3	0.58
		2	3.7	0.41
		3	2.9	0.31
FR2	8.2	1	4.6	0.63
		2	3.4	0.46
		3	2.7	0.36

Tabell 5.1.2 Experimentellt bestämda modellparametrar till sampelade modeller, residualerna λ och motsvarande kontinuerliga modellers parametrar för olika rum och antal luftväxlingar n.

Rum	n /h	a	b	λ °C	T_i min	K_i
LS	10.8	0.71	0.074	0.076	2.8	0.25
FR1	10.4	0.74	0.095	0.105	3.3	0.37
FR1	12.4	0.66	0.106	0.047	2.4	0.31
FR2	3.2	0.83	0.038	0.018	5.2	0.22
FR2	6.6	0.73	0.069	0.020	3.2	0.25
FR2	8.2	0.70	0.079	0.027	2.8	0.26

Tabell 5.1.3 Sammanställning av på olika sätt beräknade modellparametrar för olika rum och olika antal luftväxlingar n. Tiden per luftväxling T_x har också angivits.

Rum	n /h	K	K_a	K_i	T min	T_i min	T_x min
LS	10.8	0.54	0.35	0.25	3.	2.8	5.5
FR1	10.4	0.49	0.33	0.37	2.8	3.3	5.8
FR1	12.4	0.53	0.35	0.31	2.6	2.4	4.8
FR2	3.2	0.25	0.20	0.22	4.7	5.2	18.7
FR2	6.6	0.41	0.29	0.25	3.7	3.2	9.1
FR2	8.2	0.46	0.32	0.26	3.4	2.8	7.3

finner man att tidskonstanterna T och T_i stämmer rätt så bra överens för värmeövergångstalet $h = 2 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$, medan den beräknade förstärkningen K är klart större än den identifierade K_i . Beräknas K med formeln $K_a = nC/(2nC + Ah)$, så fås betydligt bättre överensstämmelse. Detta innebär att den statiska förstärkningen högst kan uppgå till 0.5. I tabell 5.1.3 har alla de på olika sätt erhållna modellparametrarna sammanställts för de olika rummen. Tiden för en luftväxling T_x har också angivits.

Siffrorna i tabell 5.1.3 visar att tidskonstanterna T och T_i är klart mindre än tiden för en luftväxling och att den approximativa förstärkningen K_a ej skiljer sig mycket från den identifierade K_i . Slutsatsen är att de identifierade första ordningens samplade modellerna med två parametrar beskriver processen bra och att dessa parametrar kan beräknas från byggnadsdata med god överensstämmelse.

Försök har gjorts med att låta omgivningens temperatur variera i modellen. Rumsmodellen blir då av andra ordningen med en värmebalansekvation för rumsluften och en för omgivningen. I denna modell är den snabba moden i överföringsfunktionen av intresse. Beräkningar visade att bättre anpassning till de experimentellt bestämda modellparametrarna kunde ej uppnås. Olika värden på omgivningens värmekapacitet provades.

5.2 Luftkanal tilluft - frånluft

På samma sätt som i föregående avsnitt kommer en modell för en isolerad plåtkanal att beräknas med utgångspunkt från konstruktionsdata och bestämmas med hjälp av mätdata. Modellens insignal är lufttemperaturen före kanalen och utsignalen är lufttemperaturen efter kanalen.

Avsikten med detta avsnitt är att få en enkel modell som beskriver luftkanalen bra vid ett samplingsintervall på en minut eller mer. Detta innebär att den transportfördröjning på några sekunder som finns kan försummas. Den väsentliga dynamiken ligger i att plåtmassan har ett icke obetydligt värmeutbyte med luften i kanalen. Värmekapaciteten för plåtmassan är i regel 20 gånger större än luftens. Detta indikerar att luftens värmekapacitet kan försummas i en enkel modell. Följande antagan-

de görs i modellen:

- 1 Plåtens temperatur är densamma överallt (ideal blandning)
- 2 Luftens temperatur är densamma överallt i luftkanalen (ideal blandning)
- 3 Värmeutbyte mellan luft och plåt är proportionellt mot temperaturskillnaden
- 4 Lufttemperaturen efter kanalen är densamma som i kanalen

Med dessa antaganden kan två värmebalansekvationer ställas upp för luftmassan och plåtmassan.

$$0 = Ah(x_2(t) - x_1(t)) + Q(u(t) - x_1(t))$$

$$C\dot{x}_2(t) = Ah(x_1(t) - x_2(t))$$

De använda beteckningarna är

- $x_1(t)$ lufttemperatur i kanalen
- $x_2(t)$ plåttemperatur
- $u(t)$ lufttemperatur före kanalen
- C plåtmassans värmekapacitet
- A luftkanalens inre yta
- h värmeövergångstal mellan luft och plåt
- Q luftströmmens värmeeffekt per grad

Den kontinuerliga överföringsfunktionen kan beräknas som följande:

$$G(s) = \frac{Q}{(Q+Ah)} + \frac{Ah}{(Q+Ah) (sC(Q+Ah)/QAh+1)}$$

Överföringsfunktionen består av en direkt term $D = Q/(Q+Ah)$ och ett första ordningens system med förstärkningen $K = Ah/(Q+Ah)$ och med tidskonstanten $T = C(Q+Ah)/QAh$. Alla parametrar kan bestämmas lätt utom värmeövergångstalet h , som kan variera mellan $10 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ till $100 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$. I detta fall har h satts till $50 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$. De övriga parametrarna beräknas från en luftkanal med följande data:

längd	20 m
diameter	0.4 m
plåttjocklek	0.7 mm
luftflöde	2800 m ³ /h

Detta ger

$$Q = 930 \text{ W/}^{\circ}\text{C}$$

$$Ah = 1260 \text{ W/}^{\circ}\text{C}$$

$$C = 63 \text{ kJoule/}^{\circ}\text{C}$$

och modellparametrarna blir

$$D = 0.42$$

$$K = 0.58$$

$$T = 2 \text{ min}$$

Summan av D och K är ett, vilket innebär att luftkanalmodellen ej har några värmeförluster till omgivningen.

Med mätdata från tre olika experiment med den beskrivna luftkanalen har en samplad första ordningens modell med direktterm bestämts. Modellen är

$$x_1(t) = a x_1(t-1) + b_0 u(t) + b_1 u(t-1) + \lambda e(t)$$

Minsta kvadratmetoden har använts. Resultat från identifieringen och motsvarande kontinuerliga parametrar finns återgivna i tabell 5.2.1.

Den identifierade tidskonstanten T_i är ungefär 50% större än den från konstruktionsdata beräknade. Vidare är summan av D_i och K_i ej ett utan omkring 0.85 dvs luftkanalen har förluster på omkring 15%. Förhållandet mellan direkttermen D och förstärkningen K stämmer något så när överens ($D_i/K_i = 0.83$ och $D/K = 0.73$). Ytterligare detaljer om luftkanalen och experimenten återfinnes i Ekström m.fl (1974a).

I ett annat arbete av författaren Jensen (1973f) har en något fullständigare modell för en luftkanal anpassats till data. Den tidigare model-

ten kompletterades med följande antagande

- 1 Kanalluftens värmekapacitet försummas ej (lämpligt ur beräkningstekniska skäl)
- 2 Värmeutbytet mellan luftkanal och omgivning är proportionellt mot temperaturdifferensen

Med följande nya och ändrade beteckningar kan en värmebalansekvation ställas upp för kanalluften och en för plåtmassan.

- $x_1(t)$ kanallufttemperatur
- $x_2(t)$ plåttemperatur
- $u_1(t)$ lufttemperatur före luftkanalen
- $u_2(t)$ omgivningens temperatur
- C_1 kanalluftens värmekapacitet
- C_2 plåtmassans värmekapacitet
- h_i inre värmeövergångstalet (plåt-kanalluft)
- h_y yttre värmeövergångstalet (plåt-omgivning)

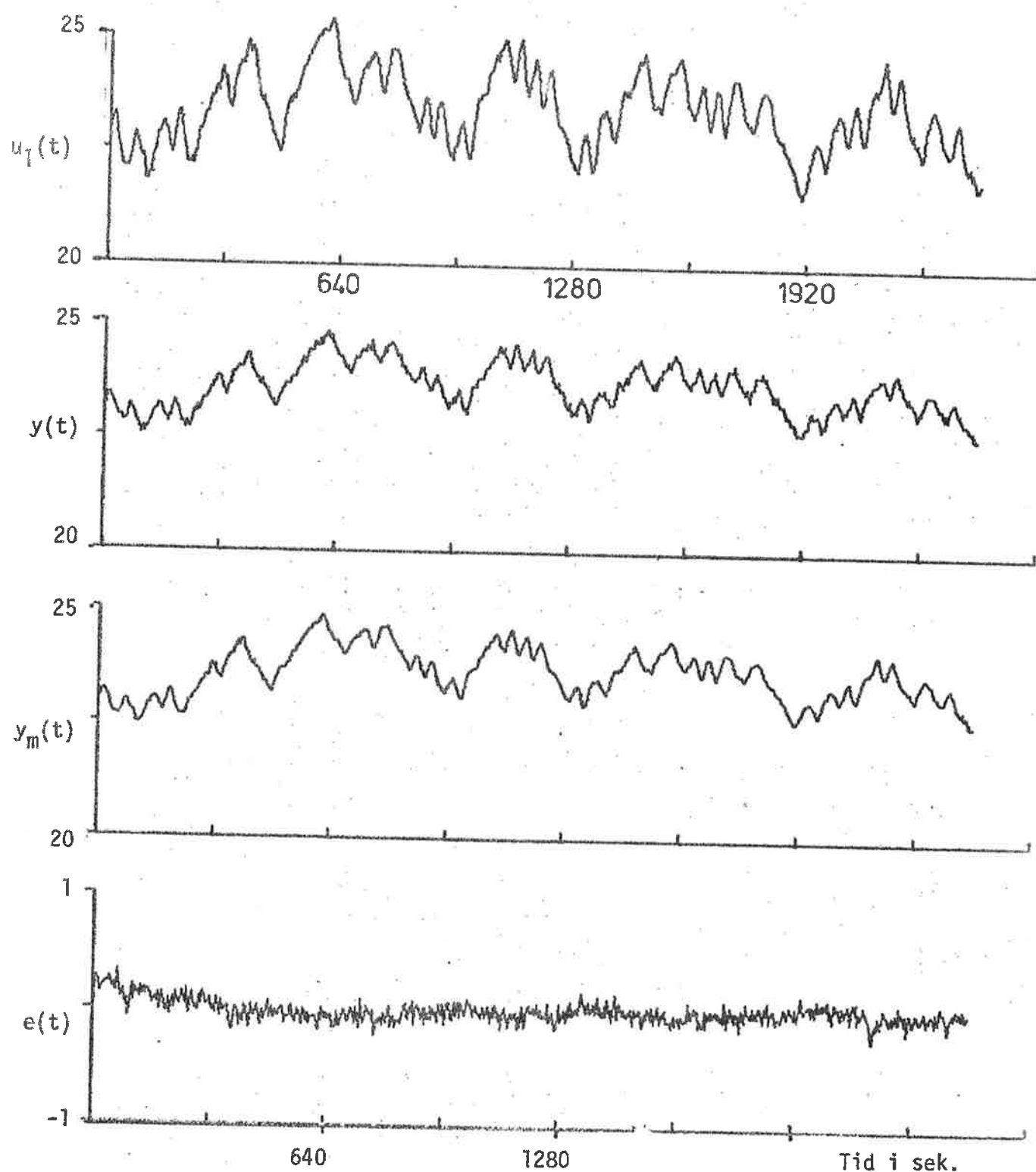
$$C_1 \dot{x}_1(t) = Ah_i(x_2(t) - x_1(t)) + Q(u_1(t) - x_1(t))$$

$$C_2 \dot{x}_2(t) = Ah_i(x_1(t) - x_2(t)) + Ah_y(u_2(t) - x_2(t))$$

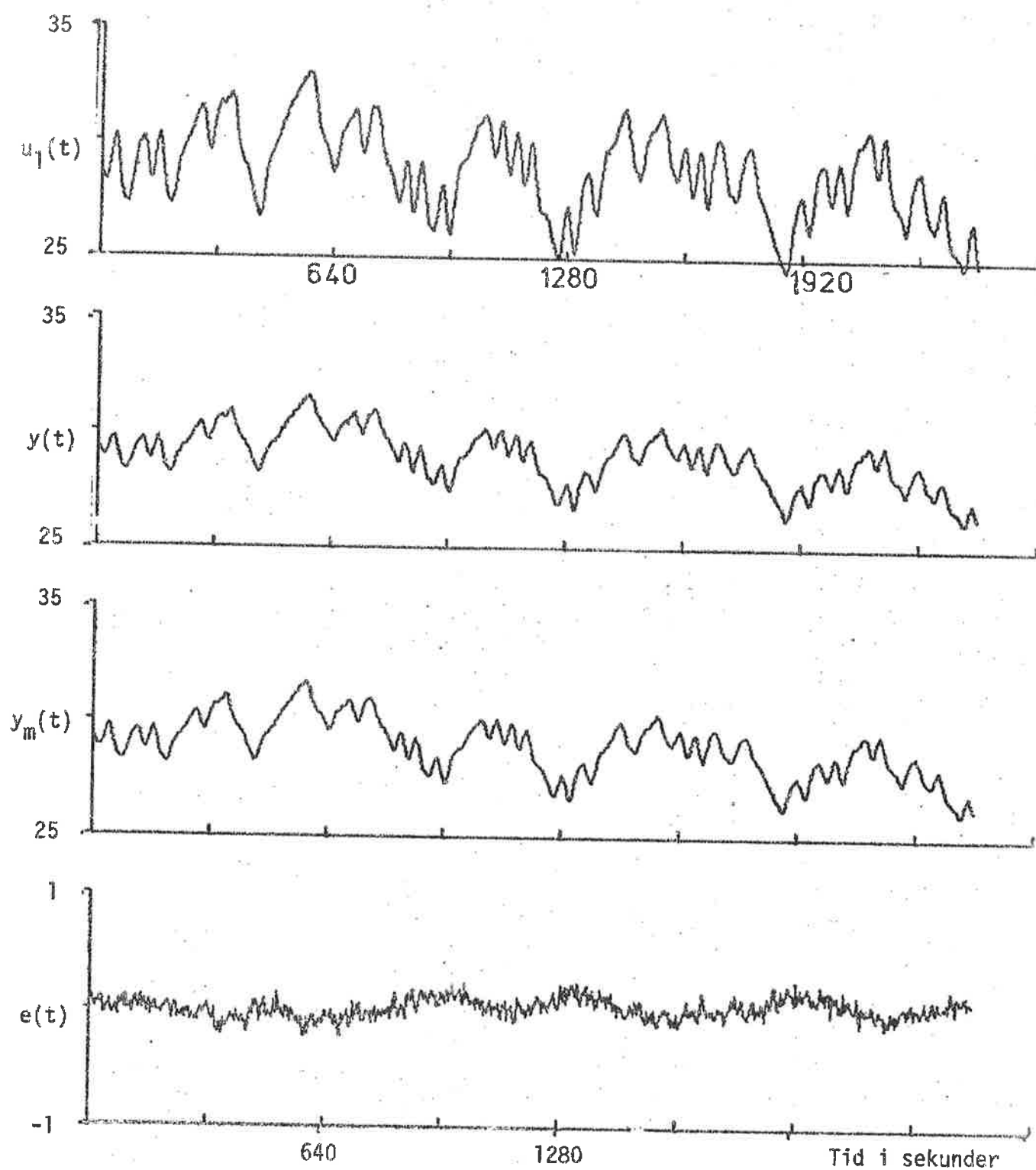
Parametrarna C_1 , C_2 , A och Q kan lätt beräknas eller uppmätas medan de två värmeövergångstalen h_i och h_y är svåra att bestämma. I det aktuella fallet var även den omgivande temperaturen $u_2(t)$ okänd. Luftkanalens data är

längd	23.5 m
diameter	0.45 m
tjocklek	0.001 m
luftflöde	4.000 m ³ /h

Samplingsintervallet var i detta fall 4 sekunder. Ytterligare detaljer återfinnes i Jensen (1973f). Omgivningens temperatur $u_2(t)$ bestämdes till 28.8 °C genom att utnyttja medeltemperaturer för luften före och efter kanalen från tre olika experiment. När medeltemperaturen för luften före och efter luftkanalen är lika, så är också omgivningens medeltemperatur lika med dessa.

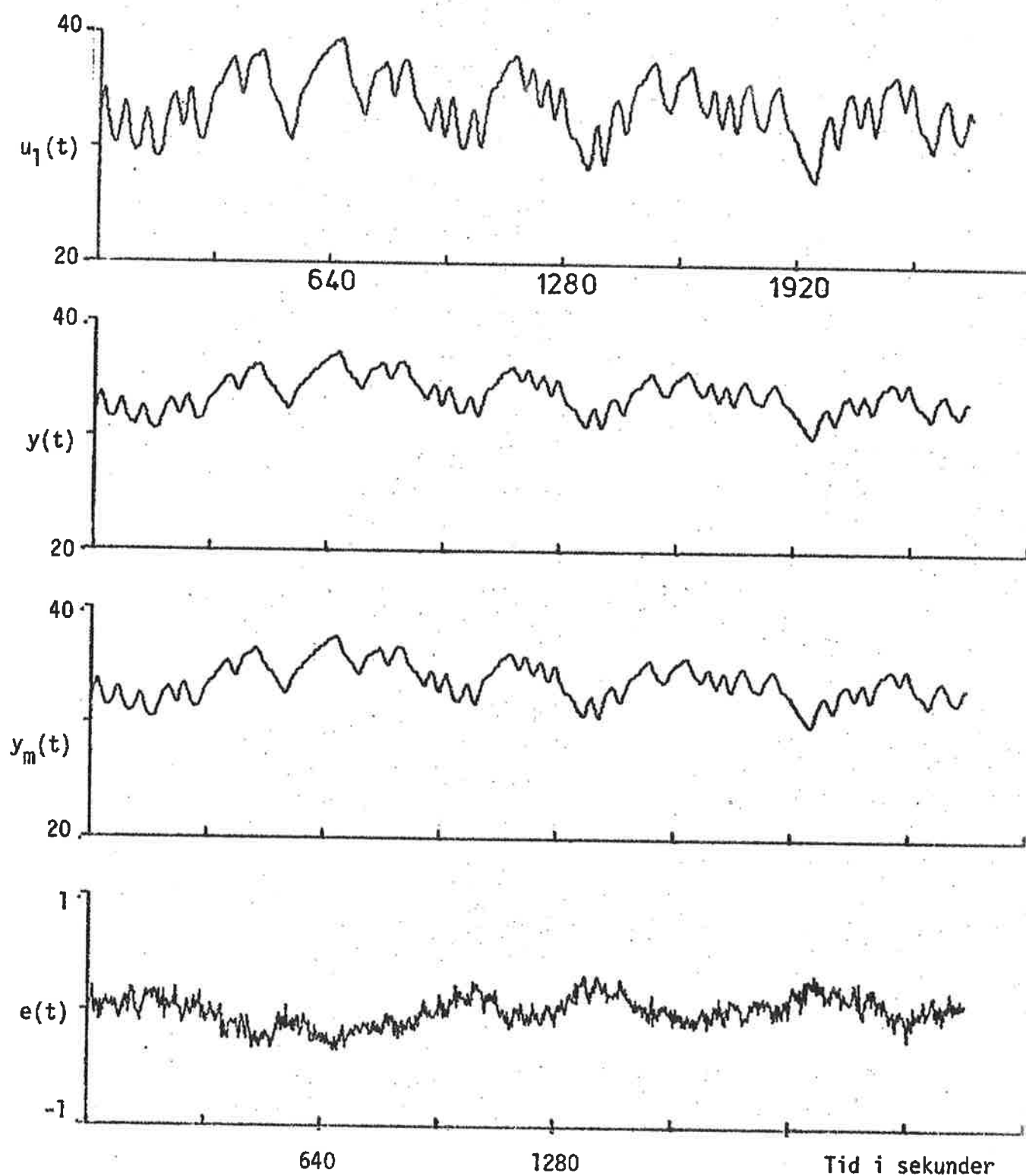


Figur 5.2.1. Experiment med luftkanal. Störningsamplitud - minsta. Kurvorna är uppifrån ingående luftens temperatur $u_I(t)$ i $^{\circ}\text{C}$, uppmätt utgående lufttemperatur $y(t)$ i $^{\circ}\text{C}$, modellens utgående lufttemperatur $y_m(t)$ i $^{\circ}\text{C}$ och felet $e(t) = y(t) - y_m(t)$ i $^{\circ}\text{C}$. Samplingsintervallet är 4 sekunder.



Figur 5.2.2. Experiment med luftkanal. Störningsamplitud - mellersta.

Kurvorna är uppfifrån ingående luftens temperatur $u_1(t)$ i $^{\circ}\text{C}$, uppmätt utgående lufttemperatur $y(t)$ i $^{\circ}\text{C}$, modellens utgående lufttemperatur $y_m(t)$ i $^{\circ}\text{C}$ och felet $e(t) = y(t) - y_m(t)$ i $^{\circ}\text{C}$. Samplingsintervallet är 4 sekunder.



Figur 5.2.3. Experiment med luftkanal. Störningsamplitud - största.

Kurvorna är uppifrån ingående luftens temperatur $u_1(t)$ i $^{\circ}\text{C}$, uppmätt utgående lufttemperatur $y(t)$ i $^{\circ}\text{C}$, modellens utgående lufttemperatur $y_m(t)$ i $^{\circ}\text{C}$ och felet $e(t) = y(t) - y_m(t)$ i $^{\circ}\text{C}$.

Tabell 5.2.1 Identifierade modellparametrar, modellfelets rotmedelkvadrat λ och motsvarande kontinuerliga modellparametrar för några olika experiment.

Parametrar	Experiment nummer		
	1	1	3
a	-0.721	-0.745	-0.730
b_0	0.376	0.372	0.379
b_1	-0.143	-0.156	-0.151
λ	0.124	0.069	0.101
D_i	0.38	0.37	0.38
K_i	0.46	0.47	0.46
T_i	3.06	3.40	3.18
antal data	516	616	509

Tabell 5.2.2 Strukturidentifiering av luftkanal

Experiment	Antal data	Parametrar	
		h_i W/m ² °C	h_y W/m ² °C
1	600	49.9	1.7
2	600	49.8	2.0
3	600	47.6	1.5

Tabell 5.2.3 Förstärkning och tidskonstanter för strukturmodeller i tabell 5.5.2 (S) och andra ordningens maximum likelihoodmodeller (ML).

Experiment	Identifieringsmetod	Modellparametrar			
		K_1	T_1	K_2	T_2
1	S	0.45	1.5	0.51	140
2	S	0.45	1.5	0.50	138
3	S	0.47	1.5	0.50	144
1	ML	0.46	1.8	0.47	160
2	ML	0.45	1.3	0.45	154
3	ML	existerar ej			

För tre olika experiment med olika amplitud på lufttemperaturen före luftkanalen har de två resterande parametrarna h_x och h_y bestämts med strukturidentifiering. Resultaten finns återgivna i tabell 5.2.2. Motsvarande kontinuerliga förstärkningar och tidskonstanter för struktur- och maximum likelihoodmodeller finns givna i tabell 5.2.3.

Hur väl strukturmodellerna beskriver luftkanalen framgår i figurerna 5.2.1 - 3.

Ett naturligt sätt att förfinas strukturmodellen är att dela upp luftkanalen i flera luftkanaler, som är sammankopplade i serie. Detta har provats med negativt resultat. Anpassningen till mätdata blev ej bättre när antalet tillstånd i modellen ökade.

Den snabba tidskonstanten kan tolkas som en direktterm. Transportfördröjningen har eliminerats genom att förskjuta och interpolera fram nya data. Värmeövergångstalen h_x och h_y har satts till $50 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ respektive $2 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ vid starten av strukturidentifieringen. Detta förklarar varför h_x är så nära $50 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$. Optimeringsalgoritmen i strukturidentifieringsprogrammet har efter ett fåtal steg avbrutit minimeringen av förlustfunktionen.

Sammanfattningsvis kan sägas att en luftkanal kan beskrivas väl med en första ordningens modell med direktterm och att dessa modellparametrar kan beräknas approximativt från konstruktionsdata.

5.3 Luftvärmare vattenflöde - lufttemperaturökning

En enkel modell skall tas fram för en vattenvärmd luftvärmare. Innehållet i detta avsnitt finns också utförligt beskrivet i Jensen (1974i). Dessutom kommer en jämförelse att göras med modeller bestämda med experimentella data.

Följande antagande görs:

- 1 Vatten och metallmassorna antas ha samma temperatur i hela värmaren

2. Luftens temperatur antas vara konstant i hela värmaren
3. Värmeutbytet mellan vatten-metallmassan och luftmassan i värmaren antas vara proportionellt mot temperaturskillnaden
4. Värmekapaciteten för luftmassan i värmaren försummas

Med dessa antaganden kan en värmebalansekvation ställas upp för luften och en för vatten-metallmassan i värmaren. Följande beteckningar används

$x_1(t)$	vatten-metalltemperatur
$x_2(t)$	lufttemperatur
$u_1(t)$	inkommande vattentemperatur
$u_2(t)$	inkommande lufttemperatur
q_1	vattenvärmekapacitetsflöde
q_2	luft - " -
C_1	vatten-metall värmekapacitet
Ah	totala värmeövergångstalet mellan vatten-metall och luft

Värmebalansekvationerna blir då med dessa beteckningar för vatten-metallmassan och luften

$$C_1 \dot{x}_1(t) = -(Ah + q_1)x_1(t) + Ahx_2(t) + q_1u_1(t)$$

$$0 = Ahx_1(t) - (Ah + q_2)x_2(t) + q_2u_2(t)$$

Dessa ekvationer är olinjära om flödena q_1 och q_2 används som insignaler. Vid till-från reglering av vattenflödet krävs två uppsättningar av ekvationer för att beskriva värmaren. I fortsättningen antas flödena q_1 och q_2 vara konstanta. En god uppfattning om vad ekvationerna innebär kan fås av en schematisk modell i figur 5.3.1.

Den överföringsfunktion, som är av intresse, är den mellan inkommande vattentemperatur $u_1(t)$ och utgående lufttemperatur $x_2(t)$. Överföringsfunktionen kan beräknas till

$$G(s) = \frac{K_1}{sT_1 + 1}$$

där

$$K_1 = \left(1 + \frac{q_2}{Ah} + \frac{q_2}{q_1}\right)^{-1}$$

$$T_1 = \frac{C_1(Ah + q_2)}{(Ah(q_1 + q_2) + q_1 q_2)}$$

Denna överföringsfunktion kan användas för att undersöka hur den statiska förstärkningen K_1 och tidskonstanten T_1 påverkas av vattenflödet q_1 .

Följande värden för en eftervärmare har använts

$$\begin{aligned} C_1 &= 2600 \text{ J/}^\circ\text{C} \\ Ah &= 23 \text{ W/}^\circ\text{C} \\ q_{1\text{max}} &= 93 \text{ W/}^\circ\text{C} \\ q_2 &= 57 \text{ W/}^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Förhållandet $K_1/K_{1\text{max}}$ har beräknats som en funktion av flödeskvoten $q_1/q_{1\text{max}}$. Resultatet finns återgivet i figur 5.3.2. Kurvan visar det välkända faktumet att lufttemperaturökningen över en värmare vid flödesreglering är en olinjär funktion av flödet.

Tidskonstanten T_1 varierar i detta fall från 24 sekunder vid maximalt flöde till 3 minuter vid inget flöde. Detta visar att vid flödesreglering påverkas dynamiken av flödet. Uppvärmning sker betydligt snabbare än avkylning.

Vid reglering av flödet med magnetventiler beror värmeuttaget på hur lång till-från-perioden är. Med en till-frånperiodlängd, som är längre än uppvärmningstidskonstanten, kommer värmeuttaget att bli i stort sett proportionellt mot till-frånförhållandet. Vid en till-frånperiod kortare än uppvärmningstidskonstanten kan flödet approximeras som ett kontinuerligt flöde proportionellt mot det maximala flödet och till-frånförhållandet. Detta innebär nu att värmeuttaget följer den olinjära kurvan i figur 5.3.2. Detta innebär att olinjäritet kan delvis elimineras om det är möjligt att välja en lång period vid reglering med en pulslängdsmodulerad magnetventil.

Mätvärden från experiment med pulslängdsmodulerat vattenflöde och en maximal pulslängd på en minut har skalats och ritats in i figur 5.3.2. Överensstämmelsen mellan modell och mätningar visar att en enkel modell kan användas för att få en god uppfattning om olinjäriteter hos proces-

sen.

Ju mindre det maximala flödet $q_{1\max}$ görs för en given värmare desto mindre olinjär blir temperaturökningen över värmare vid flödesreglering. I figur 5.3.3 har för den aktuella eftervärmaren förstärkningen K_1 beräknats och ritats in som en funktion av flödesförhållandet och några olika maximala flöden. Den motsvarande batterifyllnadstiden är 15 sek, 1 min, 2 min och 5 min. Samtidigt som olinjäriteten minskas, utnyttjas värmaren sämre. Den maximala förstärkningen K_1 eller temperaturökningen minskar med ökande batterifyllnadstid.

En första ordningens samplad modell har bestämts med minsta kvadratmetoden och för de experimentella data som finns återgivna i figur 5.3.4. Modellen är följande

$$y(t) + a y(t-1) = b u(t-1) + e(t)$$

Här är $y(t)$ luftens temperaturökning över luftvärmaren och $u(t)$ är flödesförhållandet för det pulslängdsmodulerade flödet. $u(t) = 1$ motsvarar maximalt flöde och $u(t) = 0$ motsvarar inget flöde. Periodtiden är 1 minut.

I tabell 5.3.1 återges modellparametrarna a och b , den statiska förstärkningen $g=b/(1+a)$ och residualernas rotmedelkvadrat λ . Det motsvarande kontinuerliga systemets tidskonstant varierar från 60 sekunder till 90 sekunder. Den identifierade tidskonstanten är en medeltidskonstant för den snabba tilltidskonstanten på 24 sekunder och den långsamma fråntidskonstanten på 3 minuter. Variationen hos den statiska förstärkningen stämmer också väl med de teoretiska beräkningarna. Periodtiden för det pulsade flödet under de 100 första tidpunkterna är omkring 12 minuter och detta flöde kan ej betraktas som ett kontinuerligt flöde, då eftervärmarens tidskonstant är mindre än 3 minuter. Modellens statiska förstärkning anger i detta fall den statiska förstärkningen vid maximalt flöde eller den maximala temperaturökningen över eftervärmaren.

Modeller för värmare efter kylare med temperaturreglering kan härledas från den aktuella eftervärmaremodellen. Den aktuella modellen kan även

modifieras så att den gäller för ett elbatteri. Den massa som tar del i värmeöverföringen till luften är ej enbart själva värmarespiralerna utan även de omgivande kanalväggarna deltar i värmeöverföringen till luften.

Värmeelektroderernas höga temperatur medför att värmeöverföringen även sker indirekt till luften via strålning till batteri och kanalväggarna och därefter via konvektion till luften.

För att visa att den använda approximativa modellen även kan användas för andra värmare, skall här göras en jämförelse mellan den dominerande tidskonstanten och den statiska förstärkningen för experimentellt bestämda modeller och en från konstruktionsdata bestämd modell. I modellen är som tidigare insignal vattentemperatur före värmaren och utsignal är lufttemperatur efter värmaren.

Mätningar och experimentella modeller finns dokumenterade i Jensen (1971) Den dominerande tidskonstanten ligger i tidsområdet 10-20 sekunder och den statiska förstärkningen är omkring 0.5.

För att kunna beräkna tidskonstant och förstärkning från konstruktionsdata, måste vattenmetallmassans värmekapacitet C , värmeöverföringskapaciteten mellan vatten-luft Ah , vattnets värmekapacitetsflöde q_1 och luftens värmekapacitetsflöde q_2 beräknas. Enkla beräkningar och uppskattningar ger

$$C = 37000 \text{ Joule/}^{\circ}\text{C}$$

$$Ah = 1700 \text{ W/}^{\circ}\text{C}$$

$$q_1 = 3400 \text{ W/}^{\circ}\text{C}$$

$$q_2 = 1400 \text{ W/}^{\circ}\text{C}$$

Med formlerna

$$K = \frac{Ah \cdot q_1}{(Ah(q_1+q_2)+q_1q_2)}$$

$$T = \frac{C(Ah+q_2)}{(Ah(q_1+q_2)+q_1q_2)}$$

fås följande värden

$$K \approx 0.45$$

$$T \approx 9 \text{ sek}$$

Detta resultat visar att den enkla modellen ligger ganska nära de riktiga värdena.

Att ytterst enkla modeller kan användas för att uppskatta dynamiken visar följande exempel med en plattvärmeväxlare. Några dynamiska modeller för en plattvärmeväxlare (vatten-vatten) har beräknats från experimentella data av Lundström och Nilsson (1971). De experimentellt bestämda modellerna visade att den aktuella plattvärmeväxlaren är en mycket snabb process. Tidskonstanterna ligger i området 1-2 sekunder. Några data för den aktuella plattvärmeväxlaren är

primärvattenflöde	1 dm ³ /sek
sekundärvattenflöde	1 dm ³ /sek
primär vattenvolym	4 dm ³
sekundär vattenvolym	4 dm ³
värmeöverföringskapacitet	10 kW/°C

Två värmebalansekvationer kan ställas upp för primär- och sekundärvattenet i plattvärmeväxlaren, om följande förenklade antagande görs och följande beteckningar används

1. primärvattentemperaturen är densamma överallt
2. sekundärvattentemperaturen är densamma överallt
3. värmekapaciteten för metallen i plattvärmeväxlaren försummas
4. värmeutbytet mellan primär- och sekundärvatten är proportionellt mot temperaturskillnaden

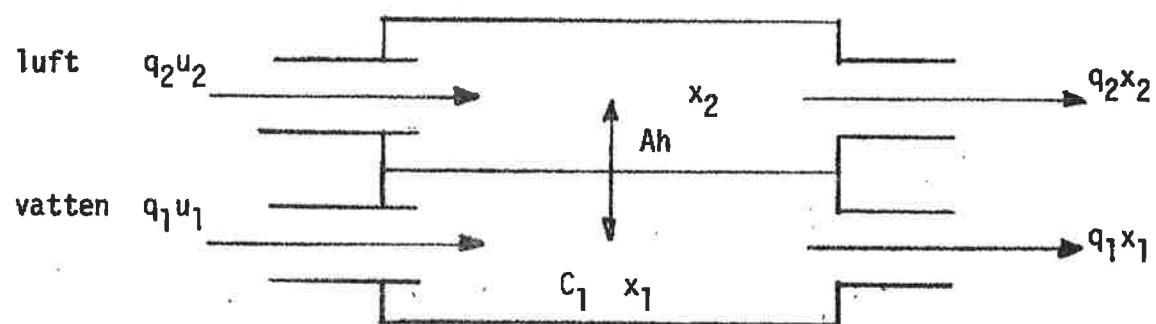
C värmekapacitet för primär- eller sekundärvatten

Ah värmeöverföringskapacitet

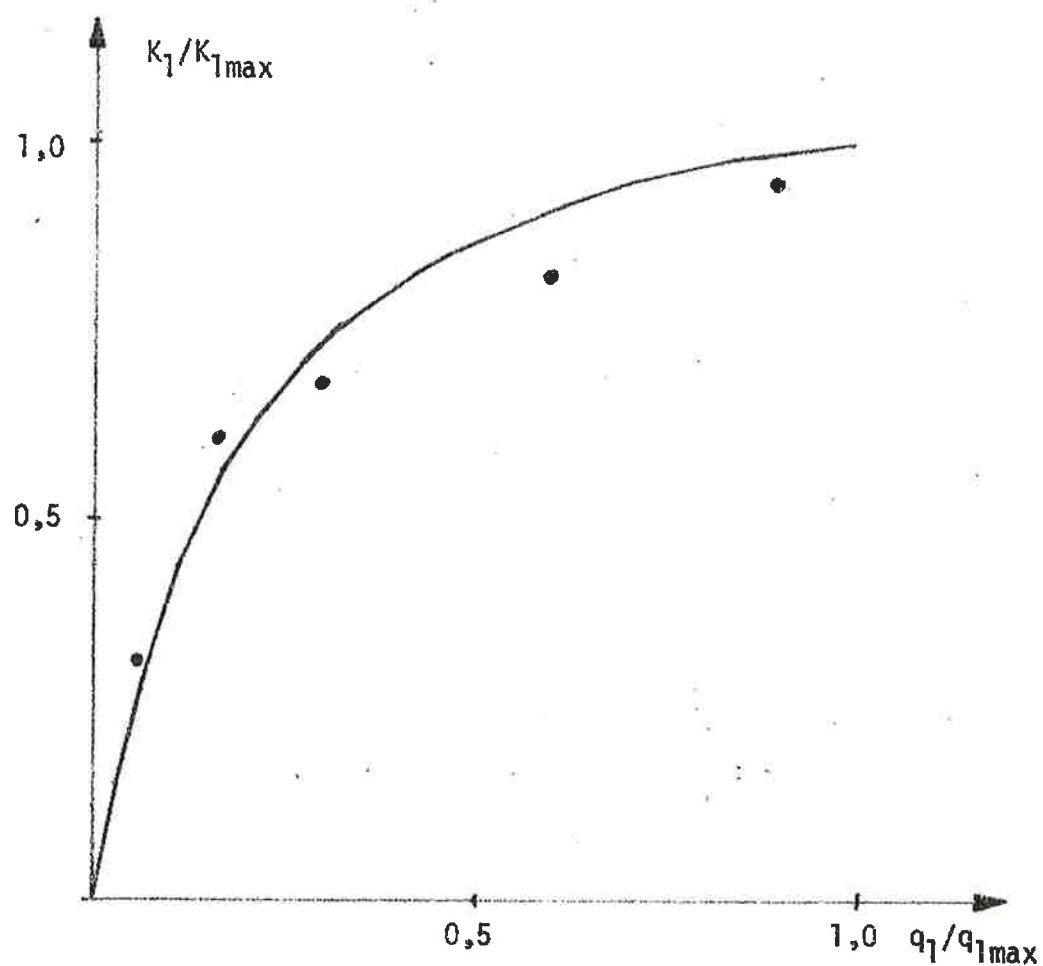
n antal vattenväxlingar per sekund

$x_1(t)$ primärvattentemperatur i vvx

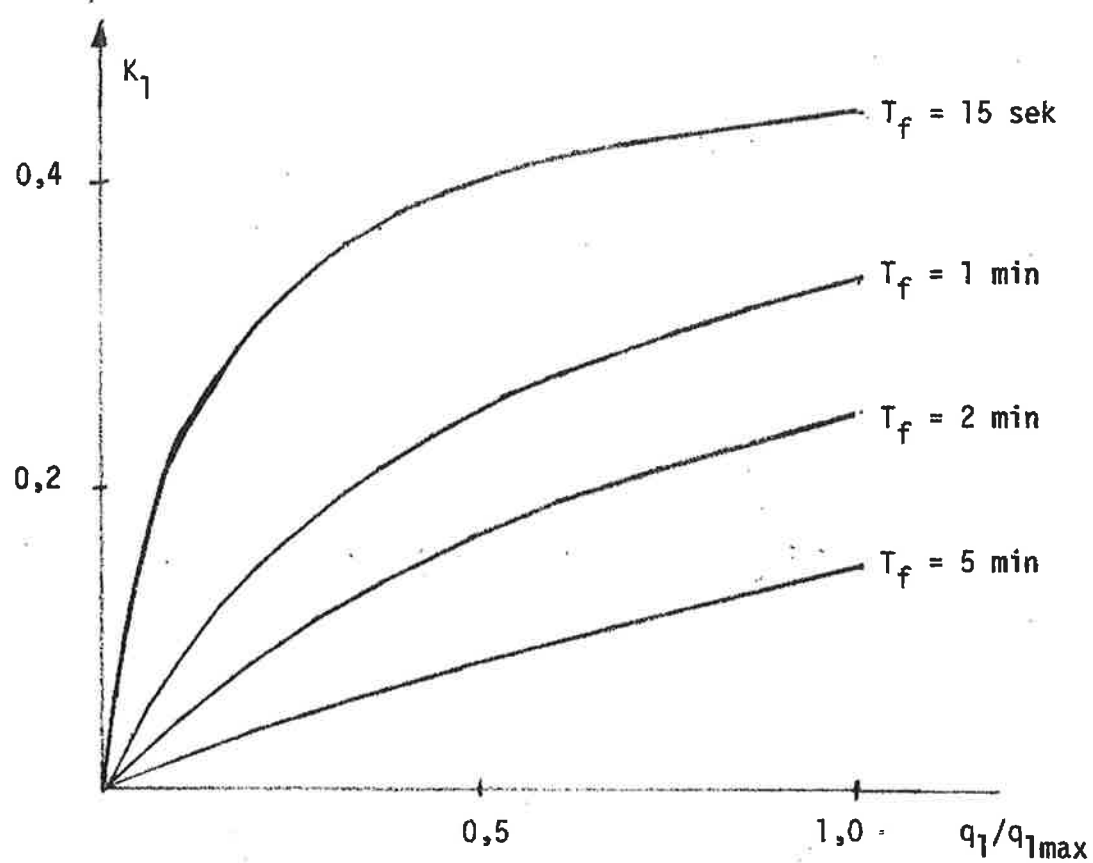
$x_2(t)$ sekundärvattentemperatur i vvx



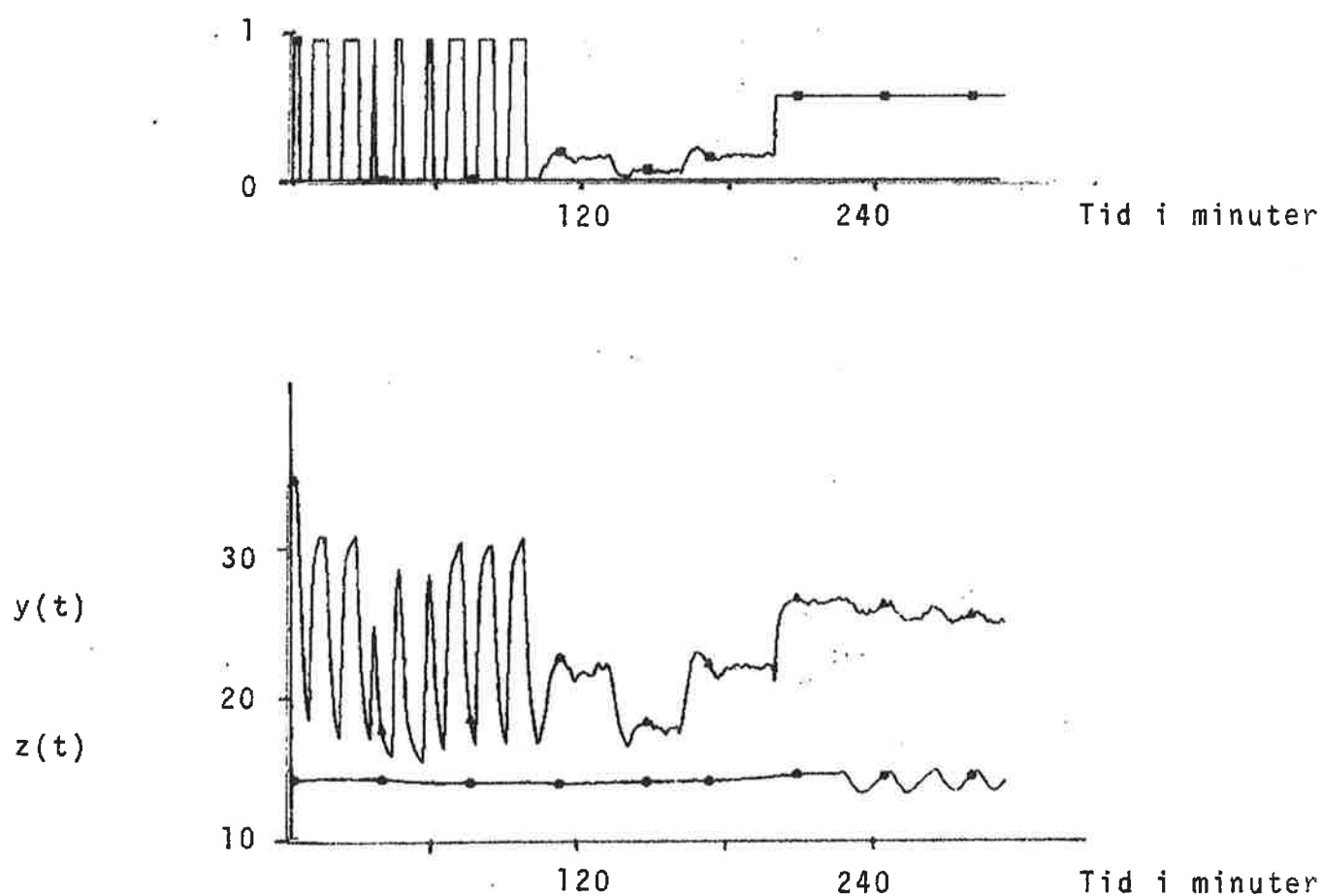
Figur 5.3.1 En schematisk modell av en luftvärmare. Pilarna anger hur värmeutbytet sker.



Figur 5.3.2 Den statiska förstärkningens variation som funktion av vattenflödets värmekapacitet. Punkterna är mätvärden som har skalats.



Figur 5.3.3 Förstärkningen K_1 som en funktion av flödesförhållandet och för olika batterifyllnadstider T_f .



Figur 5.3.4. Experiment med eftervärmare. Samplingsintervallet är 1 minut. Lufttemperaturen efter eftervärmaren i $^{\circ}\text{C}$ betecknas $y(t)$ och temperaturen före $z(t)$. Tillfrånförhållandet betecknas med $u(t)$.

Tabell 5.3.1 Identifierade modellparametrar a och b för en eftervärmare, statisk förstärkning $g=b/(1+a)$ och residualernas standardavvikelse λ för några olika delar av ett experiment.

Identifieringsdata från tidpunkt till tidpunkt		Modellparametrar			λ σ_c
		a	b σ_c	g σ_c	
1	100	-0.41	0.67	11.3	2.1
101	200	-0.51	1.71	35.0	0.35
201	300	-0.53	0.59	12.5	0.47

$u_1(t)$ primärvattentemperatur före vvx

$u_2(t)$ sekundärvattentemperatur före vvx

$$C\dot{x}_1(t) = -(Ah+nC) x_1(t) + Ah x_2(t) + n C u_1(t)$$

$$C\dot{x}_2(t) = -(Ah+nC) x_2(t) + Ah x_1(t) + n C u_2(t)$$

Detta andra ordningens system har två reella egenvärden λ_1 och λ_2 .

$$\lambda_1 = -2Ah/C - n$$

$$\lambda_2 = n$$

De aktuella parametrarna kan beräknas till

$$C = 16000 \text{ Joule/}^{\circ}\text{C}$$

$$Ah = 10000 \text{ W/}^{\circ}\text{C}$$

$$n = 0.25 \text{ /sek}$$

De motsvarande tidskonstanterna kan beräknas till 0.7 sekunder och 4 sekunder. Tidskonstanten för de experimentella modellerna ligger alltså innanför de från konstruktionsdata uppskattade.

5.4 Entalpiväxlare varvtal - temperaturverkningsgrad

I detta avsnitt skall två enkla modeller bestämmas för en entalpiväxlare för att undersöka hur dynamik och verkningsgrad beror på varvtalet. Dessa fysikaliska modeller kommer att jämföras med experimentella modeller.

En entalpiväxlare är en värmeväxlare som kan växla entalpi eller värmeinnehåll mellan två luftströmmar. Dessa luftströmmar passerar var sin halva av en rotor med axiella kanaler. Rotormaterialet är hygroskopiskt och kan därför även överföra vatten mellan de två luftströmmarna. Värmeutbytet mellan luftströmmarna sker genom att rotorn roterar. Verkningsgraden är en olinjär funktion av varvtalet. De två luftströmmarna är i regel uteluft och returluft. Returluften förhindras att åter komma in i

byggnaden genom att rotorn måste passera en renblåsningssektor mellan returluftsektorn och uteluftsektorn.

I fortsättningen kommer entalpiväxlaren att endast betraktas som en temperaturväxlare utan förmåga att överföra vatten mellan luftströmmarna.

Detta avsnitt finns utförligt dokumenterat i Jensen (1974h).

5.4.1 En kammarmodell

En ytterst enkel modell kan ställas upp för en temperaturväxlare med roterande värmeöverföringsmassa. Följande förenklade antagande görs

- 1 Luften och rotormassan har samma temperatur överallt i uteluftsektorn
- 2 Luften och rotormassan har samma temperatur överallt i returluftsektorn
- 3 Renblåsningssektorn försummas
- 4 Värmeutbytet mellan uteluft- och returluftsektorn är proportionellt mot temperaturskillnaden mellan dessa och varvtalet
- 5 Värmeutbytet mellan uteluft och uteluftsektorn är proportionellt mot temperaturskillnaden
- 6 Värmeutbytet mellan returluft och returluftsektorn är proportionellt mot temperaturskillnaden

En schematisk bild av modellen finns i figur 5.4.1. Med denna antaganden kan en värmebalansekvation ställas upp för vardera halvan av rotorn. Följande beteckningar kommer att användas:

- $x_1(t)$ temperatur uteluftsektor
- $x_2(t)$ temperatur returluftsektor
- $u_1(t)$ temperatur uteluft
- $u_2(t)$ temperatur returluft
- C värmekapacitet hos en halva av rotorn
- q värmekapacitetsflöde hos uteluft och returluft
- kq värmekapacitetsflöde hos rotorn

k proportionell mot rotationshastighet

De två värmebalansekvationerna fås enkelt som

$$C\dot{x}_1(t) = q(u_1(t) - x_1(t)) + kq(x_2(t) - x_1(t))$$

$$C\dot{x}_2(t) = q(u_2(t) - x_2(t)) + kq(x_1(t) - x_2(t))$$

Det är möjligt att välja tidsenheten så att $C=q$. Ekvationerna kan nu skrivas

$$\dot{x}_1(t) = -(k+1)x_1(t) + k x_2(t) + u_1(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = -(k+1)x_2(t) + k x_1(t) + u_2(t)$$

När rotorn ej roterar, motsvaras detta av $k=0$. Värdet på k vid maximalt varvtal kan uppskattas på följande sätt. Vid maximalt varvtal är verkningsgraden 0.75. Antag att returluft- och utelufttemperaturen är 20°C respektive -20°C och att rotorns temperaturprofil ökar 5°C och minskar 5°C per varv. En större temperaturändring medför att verkningsgraden ej kan anta så höga värden, då temperaturprofilen hade blivit olämplig. Värmeöverföringen mellan returluft och uteluft kan beräknas till

$$q(20 - (-20))0.75 = 30q$$

eller till

$$k_{\max} q = 30q$$

Vid maximalt varvtal motsvaras detta av att $k=6$. Den tidigare valda tidsenheten kan nu bestämmas. Vid 10 varv/min kommer rotorn att på 3 sekunder rotera ett halvt varv dvs värmekapaciteten C är lika med det maximala värmeflödet $k_{\max}q$ under 3 sekunder.

$$C = k_{\max}q \cdot 3$$

$$C/q = 18 \quad (k_{\max}=6)$$

Tidigare valdes tidsenheten så att $C=q$. Tidsenheten är nu bestämd till 18 sekunder.

Hur beror verkningsgraden i stationärt tillstånd på varvtalet (k)? Denna fråga kan besvaras genom att beräkna verkningsgraden $v(t)$ som $x_1(t)$ genom att sätta $\dot{x}_1(t)=\dot{x}_2(t)=u_1(t)=0$ och $u_2(t)=1$. Verkningsgraden $v(t)$ definieras som

$$v(t) = \frac{x_1(t) - u_1(t)}{u_2(t) - u_1(t)}$$

med de gjorda antagandena fås

$$v(t) = x_1(t) = k/(2k+1)$$

Verkningsgraden för den aktuella modellen kan ej överstiga 0.5. I den verkliga processen sker värmeutbyte som i en motströmsvärmväxlare. Ute-luften och returluften genomströmmar rotorn från var sitt håll. I den aktuella modellen finns det inget som indikerar genomströmningsriktningen. Om två kammarmodeller kopplas i kaskad, då kan motströmsegenskapen byggas in i modellen. Detta innebär att rotorn delas i två rotor-er med halva tjockleken. Rotationsvärmeffödet blir nu $kq/2$ per rotor och dess värmekapacitet blir $C/2$ per rotor och uteluft- eller returluft- sektor. I figur 5.4.2 finns en schematisk bild av hur den modifierade modellen kommer att vara utformad. Den statiska verkningsgraden kan nu ej överstiga $2/3$. I figur 5.4.3 och 5.4.4 har verkningsgraden $v(k)$ återgetts som en funktion av varvtalet (k) och för olika antal kammarmodel-ler kopplade i kaskad.

Den lokala statiska förstärkningen kan beräknas för modellen med två kamrar genom att derivera verkningsgraden $v(k)$ med avseende på varvtal- parametern k .

$$\frac{dv(k)}{dk} = \frac{1}{(2k+1)^2}$$

Den lokala förstärkningen varierar med en faktor 169 från högsta till lägsta varvtal.

En annan fråga som är av intresse är: Vilken är den dominerande tidskonstanten och hur påverkas den av varvtalet? Den frågan kan besvaras genom att undersöka egenvärdena till matrisen A som härrör från kammarmodellen.

$$A = \begin{bmatrix} -k-1 & k \\ k & -k-1 \end{bmatrix}$$

Egenvärdena är

$$\lambda_1 = -1$$

$$\lambda_2 = -1-2k$$

Modellens tidskonstanter är då alltid lika med eller mindre än en tidsenhet (18 sekunder).

5.4.2 En sektorelementmodell

I den tidigare modellen delades rotorn i axiell led för att motströms-egenskapen skulle kunna byggas in i modellen, vilket är lämpligt vid höga varvtalet och höga verkningsgrader. Vid låga varvtalet kommer däremot rotorn att laddas upp helt i returluftsektorn och laddas ut helt i uteluftsektorn. Temperaturprofilen i axiell led är då ej så viktig utan i stället blir temperaturprofilen i vinkelled av intresse. Genom att undersöka en enkel modell för ett sektorelement av rotorn under ett helt varv kan verkningsgraden beräknas. Följande antagande görs

- 1 Temperaturen hos rotormassan i sektorelementet är lika överallt
- 2 Temperaturen hos luften i sektorelementet är lika överallt
- 3 Värmeutbytet mellan rotormassa och luft i rotorn är proportionellt mot temperaturskillnaden

Följande beteckningsr används:

$x_1(t)$	temperatur luft
$x_2(t)$	temperatur rotormassa
$u(t)$	temperatur tilluft
C_1	värmekapacitet för luftmassan
C_2	värmekapacitet för rotormassan
A	yta mellan rotormassa och luft
h	värmeövergångstal mellan rotormassa och luft
n	antal luftväxlingar

Med de tidigare antagandena och ovanstående beteckningar kan två värmebalansekvationer formuleras, en för rotormassa i sektorelementet och en för luftmassan i sektorelementet.

$$C_1 \dot{x}_1(t) = Ah(x_2(t) - x_1(t)) + nC_1(u(t) - x_1(t))$$

$$C_2 \dot{x}_2(t) = Ah(x_1(t) - x_2(t))$$

Hur insignalen $u(t)$, tillufttemperaturen till sektorelementet, varierar under ett varv beskrivs bäst med figur 5.4.5. För att förenkla beräkningarna sätts returlufttemperaturen till en temperaturenhet och utelufttemperaturen till 0 temperaturenheter. Insignalen $u(t)$ kan nu skrivas som

$$u(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < t_1 \\ u_m & t_1 \leq t < t_2 \\ 0 & t_2 \leq t < t_4 \end{cases}$$

Tiden för ett halvt varv är t_2 och ett helt t_4 . Verkningsgraden v kan nu beräknas som kvoten mellan integralen av lufttemperaturen $x_1(t)$ under tiden t_3 till t_4 och integralen av returlufttemperaturen under tiden 0 till t_1 .

$$v = \frac{\int_{t_3}^{t_4} x_1(t) dt}{\int_0^{t_1} x_1(t) dt}$$

Renblåsningsluftens temperatur u_m beräknas som medelvärdet av den uteluft som har passerat rotorn under tiden t_2 till t_3 .

$$u_m = \frac{\int_{t_2}^{t_3} x_1(t) dt}{t_3 - t_2}$$

De två integralerna kan lätt beräknas genom att införa ett extra tillstånd $x_3(t)$ som definieras på följande sätt

$$\dot{x}_3(t) = x_1(t)$$

Verkningsgraden v blir nu

$$v = (x_3(t_4) - x_3(t_3))/t_1$$

och temperaturen hos renblåsningsluften u_m blir

$$u_m = (x_3(t_3) - x_3(t_2))/(t_3 - t_2)$$

Verkningsgraden v som en funktion av varvtalet har beräknats för några olika värden på C_2 och h för en entalpväxlare av fabrikat Munters EV 1900. Modellparametrarna har varit följande

$$\begin{aligned} C_1 &= 580 \text{ J/}^\circ\text{C} \\ C_2 &= 220 \text{ eller } 440 \text{ kJ/}^\circ\text{C} \\ A &= 1700 \text{ m}^2 \\ h &= 10 \text{ eller } 30 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C} \\ n &= 22.2 \text{ sek}^{-1} \end{aligned}$$

Resultatet återges i tabell 5.4.1. Hela renblåsningssektorn utgör 3% av hela varvet.

Verkningsgraden för denna modell kan ej överstiga 0.5 då motströmsegenskapen ej är inbyggd i modellen. Detta kan göras genom att dela upp sektorelementet i flera axiella element som då är kopplade i serie. Att renblåsningssektorn påverkar verkningsgraden framgår speciellt vid låga varvtal. Vid en ändring av rotationstiden från 2400 sek till 1200 sek ökar verkningsgraden mer än dubbelt.

5.4.3 Experimentell bestämning av verkningsgrad

Temperaturverkningsgraden har bestämts för 25 olika värden på varvtalet. Varvtalet hölls konstant under 15 minuter. Datainsamling skedde var 20:e sekund. Hela experimentet återges i figur 5.4.6. Av de 45 mättidpunkterna som erhöles för varje varvtalsnivå användes 20 från det 21:a till det 40:e för att beräkna verkningsgraden. Tre temperaturer uppmättes, nämligen uteluftens u_1 , returluftens u_2 och uteluftens efter entalpiväxlaren y . Den senare är ett medelvärde av tre temperaturgivare. Detta är nödvändigt, då det finns stora temperaturvariationer i kanaltvärsnittet efter entalpiväxlaren. Detta framgår även klart i figur 5.4.1 i vilket de tre uppmätta temperaturerna är återgivna. Verkningsgraden v har beräknats som

$$v = \frac{y - u_1}{u_2 - u_1}$$

Resultat finns återgivet i tabell 5.4.2 tillsammans med de uppmätta temperaturerna u_1 , u_2 och y och det uppmätta varvtalet u_3 . Varvtalet anges i volt, vilket i stort sett motsvarar varv per minut.

I figur 5.4.7 och 5.4.8 har verkningsgraden uppritats som en funktion av det uppmätta varvtalet u_3 . Överensstämmelsen mellan dessa uppmätta och de teoretiska beräknade kurvorna är rätt god.

I andra liknande experiment befanns att temperaturverkningsgraden kunde variera upptill 30% för varvtal under 1 varv/minut. Förklaringen är att entalpiverkningsgraden är mycket liten vid låga varvtal, men det är ingen garanti för att temperatur- och fuktverkningsgraden är liten. Vad som inträffade i de aktuella experimenten var att uteluft med hög temperatur och hög relativ fuktighet dvs med stort vatteninnehåll avfuktades varvid ångbildnings- och lösningsvärmets frigjordes och tillfördes uteluften. Parallellt med detta befuktades returluften varvid ångbildnings- och lösningsvärme togs från rotorn och returluften. Den lilla vattenmängd som vid låga varvtal överförs från uteluftsektorn till returluftsektorn är tillräcklig för att ge upphov till höga temperaturverkningsgrader. Ju högre den relativa fuktigheten är och temperaturen hos uteluften är desto större kan temperaturverkningsgraden bli vid lå-

ga varvtalet.

5.4.4 Experimentell bestämning av dynamiken

För att kunna bestämma dynamiska modeller för entalpväxlaren har ett speciellt experiment utförts. På sex olika varvtalsnivåer har de önskade varvtalet varierats enligt lämplig signalsekvens (PRBS). Datainsamling skedde var 20:e sekund. Antal data per varvtalsnivå var 225.

Det uppmätta varvtalet $u_3(t)$ och de fem olika temperaturerna redovisas i figur 5.4.9.

Dynamiken från utelufttemperaturen $u_1(t)$, returlufttemperaturen $u_2(t)$ och uppmätt varvtalet $u_3(t)$ till utsignalen uteluftens temperatur efter växlaren $y(t)$ har bestämts för några olika modeller, som ges av följande generella modell:

$$y(t) + ay(t-1) = b_1u_1(t-1) + b_2u_2(t-2) + b_3u_3(t-1) + e(t)$$

Parametrarna a , b_1 , b_2 , b_3 har bestämts med hjälp av minsta kvadratmetoden. Resultat återges för två av modellerna i tabell 5.4.3. Den lokala statiska förstärkningen mellan insignalen $u_3(t)$ (varvtalet) och utsignalen $y(t)$ (utelufttemperatur efter växlare) har också beräknats. Av parametern a framgår det att dynamiken är ytterst snabb i förhållande till andra klimatprocesser. I nio fall av tolv är parametern a större än -0.5 , vilket motsvarar att processens tidskonstant är mindre än 30 sekunder. Den lokala statiska förstärkningen ökar genomgående med minskande varvtalet från 0.4°C/volt till 5°C/volt . Ett undantag är att förstärkningen är omkring 2°C/volt för det lägsta varvtalet. En trolig förklaring till denna avvikelse är att den uppmätta utsignalen har haft ett litet signalbrusförhållande. Modellanpassningen har då i stort sett skett så att endast medelvärdet blivit det rätta.

Tabell 5.4.1 Temperaturverkningsgrad i procent som en funktion av rotationstiden T i sekunder och värmekapaciteten C_2 i $\text{kJ}/^\circ\text{C}$, värmeövergångstalet h i $\text{W}/\text{m}^2\text{C}$.

C_2 $\text{kJ}/^\circ\text{C}$	220	220	440	440
h $\text{W}/\text{m}^2\text{C}$	10	30	10	30
T sek				
12	27.7	38.8	27.8	39.0
15	27.6	38.6	27.7	39.0
20	27.4	38.2	27.7	38.9
30	27.0	37.2	27.6	38.6
60	25.2	32.9	27.0	37.2
120	20.1	23.2	25.1	32.9
240	11.8	11.8	20.1	23.2
1200	3.7	3.3	9.3	8.9
2400	1.1	0.8	3.7	3.3

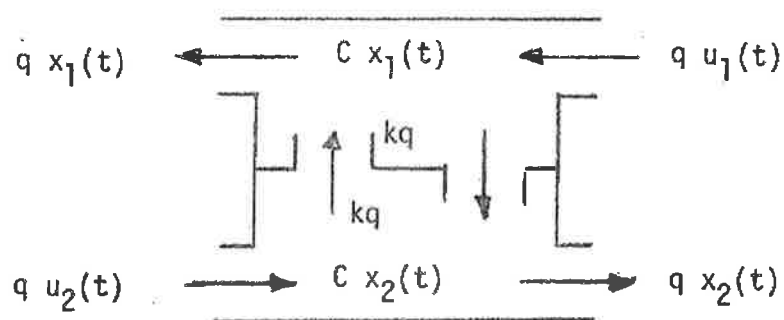
Tabell 5.4.2 Beräknade medelvärden för temperaturverkningsgrad $u(t)$ $u_1(t)$ utelufttemperatur i $^{\circ}\text{C}$ $u_2(t)$ returlufttemperatur i $^{\circ}\text{C}$ $u_3(t)$ uppmätt varvtal i volt $u_4(t)$ önskat varvtal i volt $y(t)$ utelufttemperatur efter entalpiväxlare i $^{\circ}\text{C}$ $v(t)$ verkningsgrad i %

för experimentet i figur 5.4.3.

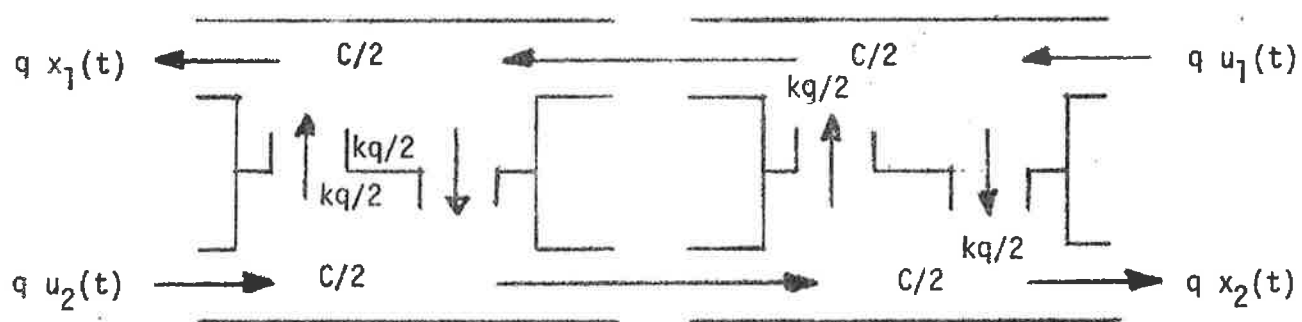
$u_1(t)$ $^{\circ}\text{C}$	$u_2(t)$ $^{\circ}\text{C}$	$u_3(t)$ v	$u_4(t)$ v	$y(t)$ $^{\circ}\text{C}$	$e(t)$ %
4.80	21.00	1.73	-1.57	13.01	50.64
4.63	21.21	0.00	0.00	4.96	1.97
4.48	21.01	1.96	-1.79	13.62	55.33
4.43	21.00	0.07	-0.09	5.76	8.01
4.24	20.93	2.16	-1.98	14.02	58.60
4.13	21.07	3.45	-3.49	15.88	69.37
4.05	21.10	0.51	-0.48	7.88	22.46
3.87	21.04	4.08	-3.97	16.20	71.82
3.79	21.11	0.68	-0.58	8.42	26.75
3.63	21.05	5.06	-4.97	16.49	73.87
3.49	21.09	0.25	-0.19	6.82	18.94
3.42	21.00	2.57	-2.47	14.64	63.80
3.36	21.03	0.35	-0.28	7.05	20.87
3.25	20.97	3.01	-2.98	15.23	67.58
3.26	21.02	0.51	-0.38	7.45	23.62
3.09	20.94	0.52	-0.67	7.49	24.66
3.07	20.93	6.06	-5.99	16.48	75.09
3.12	21.06	0.86	-0.77	8.87	32.07
3.02	21.03	7.12	-6.98	16.64	75.62
3.10	21.11	0.93	-0.89	9.30	34.41
3.12	21.01	0.93	-0.99	9.30	34.58
3.02	21.00	8.17	-7.98	16.70	76.09
3.08	21.09	1.28	-1.18	10.90	43.43
3.13	21.08	8.74	-8.97	16.80	76.15
3.17	21.15	1.46	-1.38	11.70	47.44
3.28	21.09	1.45	-1.57	11.76	47.65
3.26	21.02	0.00	0.00	3.79	2.95
3.24	20.92	1.93	-1.79	13.05	55.51
3.45	20.99	0.06	-0.09	5.34	10.77
3.74	20.96	2.07	-1.98	13.84	58.68

Tabell 5.4.3 Första ordningens modellparametrar för olika modeller och olika varvtalsnivåer med i volt och amplituder a i volt. Modellernas statiska förstärkning g har också beräknats.

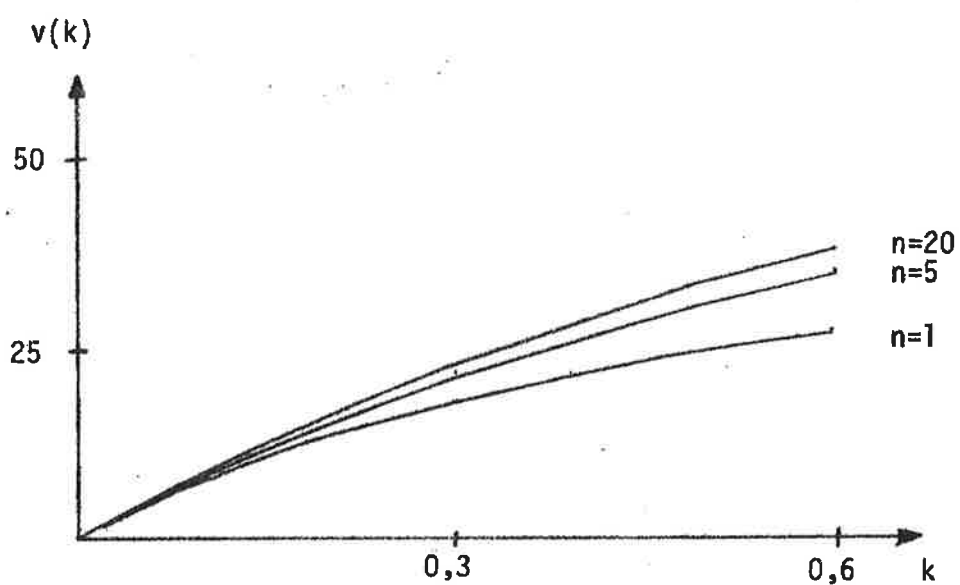
med	amp	a	Modellparametrar				$y=b_3(1-a)$ °C/V
			b_3 °C/V	b_2	b_1		
0.5	0.2	-0.429	1.001	-	-		1.75
		-0.325	1.574	-0.101	-0.489		2.34
0.85	0.15	-0.608	2.054	-	-		5.24
		-0.548	2.089	0.035	0.651		4.73
1.25	0.25	-0.860	0.163	-	-		1.16
		-0.327	1.357	0.596	0.210		2.01
1.75	0.25	-0.219	1.302	-	-		1.66
		-0.220	1.363	-0.096	0.036		1.75
2.50	0.50	-0.280	0.849	-	-		1.18
		-0.070	1.130	0.294	-0.166		1.21
4.0	1.0	-0.532	0.207	-	-		0.44
		-0.138	0.340	0.327	0.407		0.39



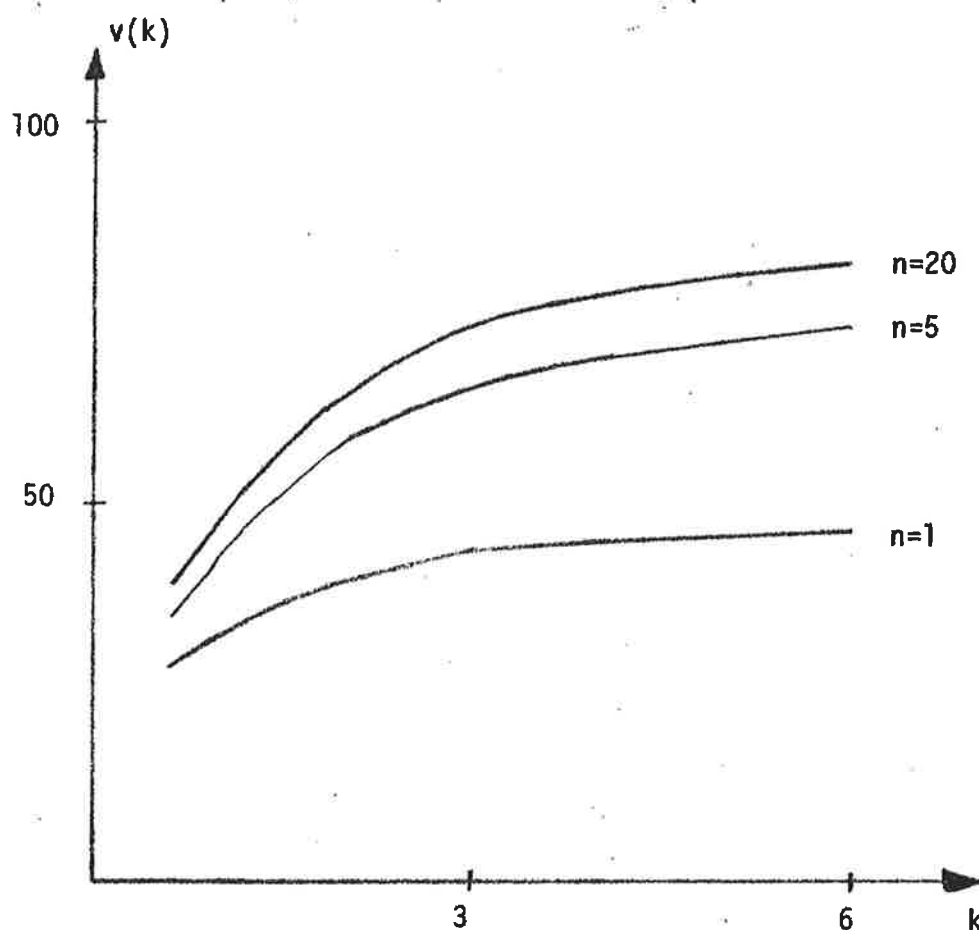
Figur 5.4.1. En kammarmodell av en entalpväxlare. Parametern k är varvtalsberoende.



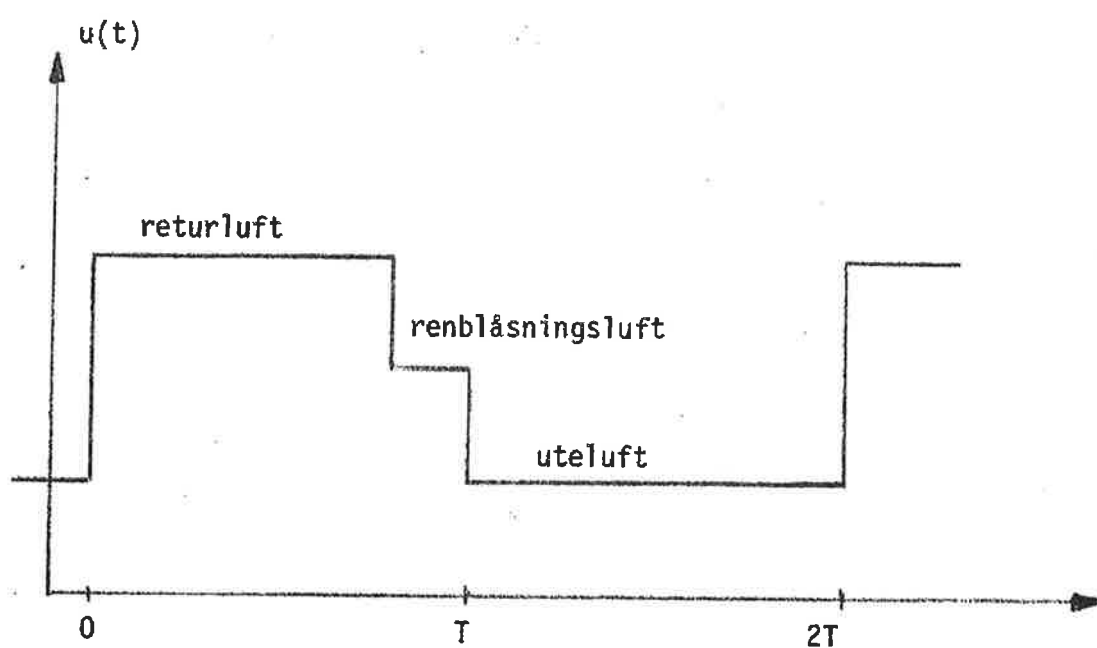
Figur 5.4.2. Kaskadkoppling av två kammarmodeller. Detta motsvarar att rotorn delas i två rotorer. Parametern k är varvtalsberoende.



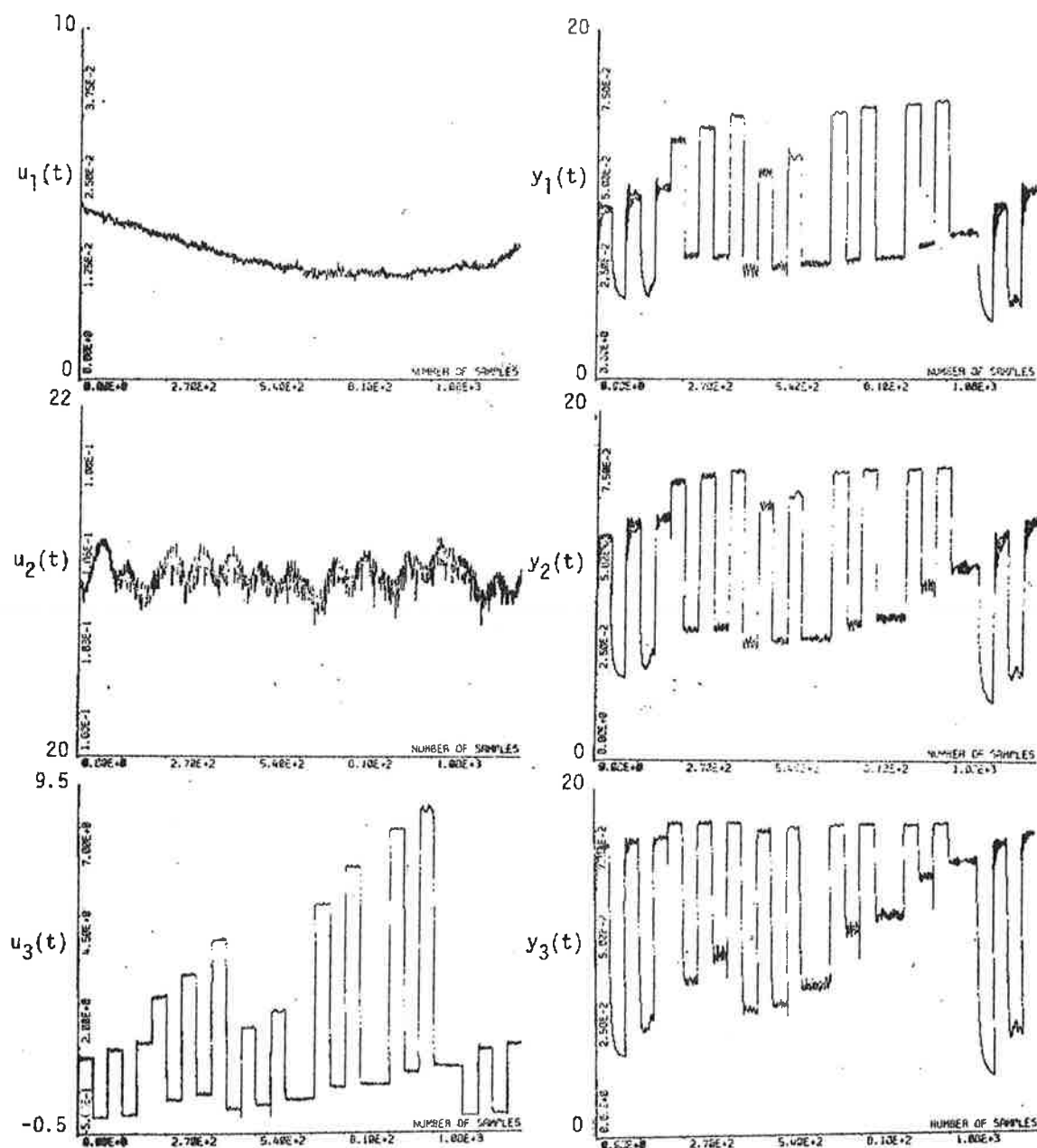
Figur 5.4.3. Beräknad verkningsgrad v som funktion av varvtalsparametern k och antal rotorskivor n .



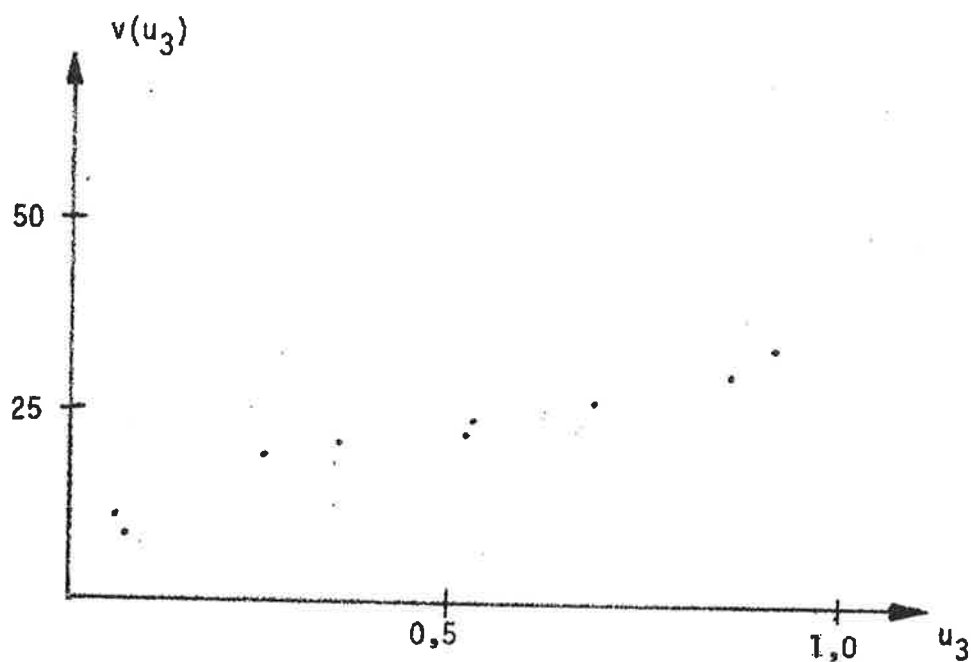
Figur 5.4.4. Beräknad verkningsgrad v som funktion av varvtalsparametern k och antal rotorskivor n .



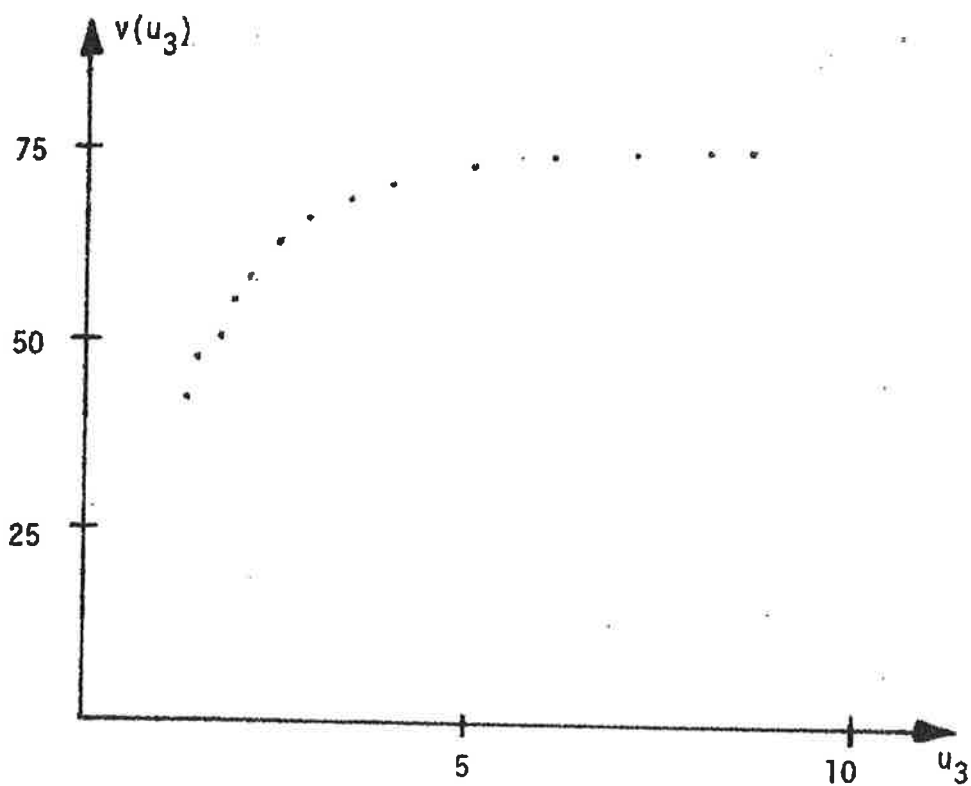
Figur 5.4.5. Ingående lufttemperatur till ett sektorelement i rotorn, som funktion av tiden vid konstant varvtal. Rotationstiden är $2T$.



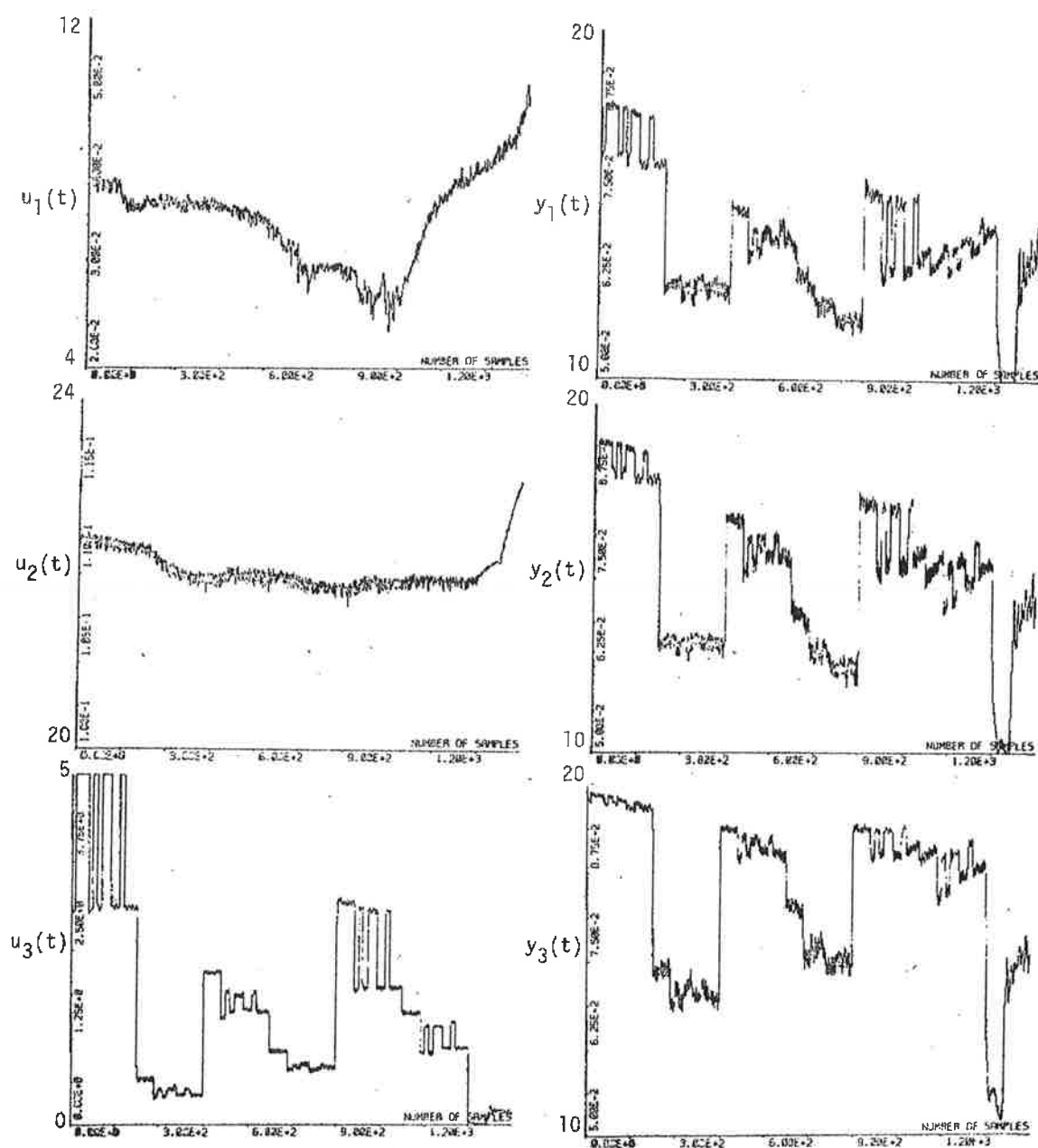
Figur 5.4.6. Uppmätta temperaturer och varvtal från ett experiment för bestämning av temperaturverkningsgraden som funktion av varvtalet. Hela experimentet omfattar 450 min. $u_1(t)$ är utelufttemperatur i $^{\circ}\text{C}$. $u_2(t)$ är returlufttemperatur i $^{\circ}\text{C}$. $u_3(t)$ är uppmätt varvtal i volt (varv/min). $y_1(t)$, $y_2(t)$ och $y_3(t)$ är utelufttemperatur efter entalpväxlare i $^{\circ}\text{C}$.



Figur 5.4.7. Uppmätt temperaturverkningsgrad v i % som funktion av varvtalet u_3 i volt.



Figur 5.4.8. Uppmätt temperaturverkningsgrad v i % som funktion av varvtalet u_3 i volt.



Figur 5.4.9. Uppmätta temperaturer och varvtal från ett experiment för bestämning av dynamiska egenskaper för olika varvtalsnivåer. Hela experimentet omfattar 500 minuter. $u_1(t)$ är utelufttemperatur i $^{\circ}\text{C}$. $u_2(t)$ är returlufttemperatur i $^{\circ}\text{C}$. $u_3(t)$ är uppmätt varvtal i volt (varv/min). $y_1(t)$, $y_2(t)$ och $y_3(t)$ är uteluftens temperatur efter entalpväxlaren i $^{\circ}\text{C}$.

5.5 Bostadsområde utetemperatur - fjärrvärmeeffekt

Andamålet med modellen är att den skall kunna användas för att beskriva och prediktera fjärrvärmeeffektuttaget för ett bostadsområde. Fjärrvärmemet används för uppvärmning, ventilation och tappvarmvattenberedning. Avsnittet finns också utförligt beskrivet i Jensen (1973g).

De två förstnämnda värmeuttagen kan förväntas vara i stort sett proportionella mot inne-utetemperaturdifferensen. Något som förstärker detta beroende är att framledningstemperaturen till radiatorerna i de flesta fall regleras efter utetemperatur och någon given reglerkurva. En god ansats är då att anta att uppvärmning och ventilationseffekten är proportionell mot utetemperaturen. Innetemperaturens variation antas vara försumbar.

Nu kvarstår att beskriva tappvarmvatteneffekten. En god ansats är att anta att den är periodisk. Periodiciteten kan utformas på flera sätt t.ex.

alla veckans timmar är olika

alla dygnets timmar är olika

I det ena fallet beskrivs periodiciteten med 168 (7·24) parametervärden och i det senare fallet med 24 parametervärden.

Modellen kan nu skrivas som

$$y_m(t) = x_1 u_1(t) + p(t) \quad (5.5.1)$$

Här är

$y_m(t)$ modellens fjärrvärmeeffekt i kW

$u_1(t)$ uppmätt utetemperatur

$p(t)$ periodiciteten

x_1 parametern för utetemperaturens inverkan

För att kunna bestämma modellparametrar med minsta kvadratmetoden kan periodiciteten skrivas på ett lämpligt sätt.

$$p(t) = \sum_{i=2}^n x_i u_i(t) \quad (5.5.2)$$

Här är

$n-1$ antalet parametrar som beskriver periodiciteten

x_i periodicitetsparametrar n

$u_i(t)$ speciellt valda hjälpsignaler n

Dessa definieras på följande sätt

$$u_i(t) = 1 \text{ om } i-1 = \text{mod}(t, n-1)$$

$$u_i(t) = 0 \text{ för övrigt}$$

Detta innebär att endast en gång per period är hjälpsignalerna skilda från noll och vidare att detta inträffar ej samtidigt dvs

$$u_i(t)u_j(t) = 0 \text{ för alla } i=2, n, \quad j=2, n \text{ och } i \neq j$$

Modellen kan nu skrivas som

$$y_m(t) = \sum_{i=1}^n x_i u_i(t) \quad (5.5.3)$$

Modellparametrarna bestäms enligt minsta kvadratkriteriet.

$$\min \sum_{t=1}^N (y(t) - y_m(t))^2 \quad (5.5.4)$$

Här är $y(t)$ uppmätt fjärrvärmeeffekt. Den minimerade parametervektorn $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ fås som

$$\hat{x} = (U^T U)^{-1} U^T Y \quad (5.5.5)$$

eller alternativt som lösningen till ekvationssystemet

$$(U^T U) \hat{x} = U^T Y \quad (5.5.6)$$

Här är U och Y en matris respektive en vektor som definieras på följande sätt

$$U = \begin{bmatrix} u_1(1) & u_2(1) & \dots & u_n(1) \\ u_1(2) & u_2(2) & \dots & u_n(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_1(N) & u_2(N) & \dots & u_n(N) \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix}$$

På det sätt som hjälpsignalerna definierats på visar det sig att ekvationssystemet (5.5.6) kan lösas enkelt utan att invertera matrisen $U^T U$. Denna matris kan nämligen skrivas som

$$U^T U = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad (5.5.7)$$

Här har undermatriserna a_{11} , a_{12} , a_{21} och a_{22} dimensionerna 1×1 , $1 \times (n-1)$, $(n-1) \times 1$ och $(n-1) \times (n-1)$ och matrisen a_{22} är diagonal beroende på hjälpsignalernas definition.

Ekvationssystemet kan skrivas som

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (5.5.8)$$

eller

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_p = b_1 \quad (5.5.9)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_p = b_2$$

x_1 är en skalär och motsvarar konstanten för utetemperaturen inverkan på fjärrvärmekonsumtionen. x_p är en vektor med parametrar för periodiciteten.

Eftersom a_{22} är diagonal kan x_p lätt lösas ut ur ekvation (5.5.10) och efter insättning i ekvation (5.5.9) fås x_1 , som är en skalär. Därefter lösas x_p ut ur ekvation (5.5.10) med hjälp av x_1 . Någon matrisinversion behöver ej göras.

För att representera matrisen $U^T U$ krävs endast $2n-1$ parametrar, då a_{22} är diagonal och $a_{12} = a_{21}^T$. Detta sparar avsevärt med minnetrymme, då matrisen kräver normalt $n \cdot n$ parametrar för att representeras. För $n=169$ blir $2n-1 = 339$ och $n \cdot n = 28561$.

I datorprogrammet utnyttjas de speciella egenskaperna hos $u_i(t)$, $i=2, n$ vid beräkning av $U^T U$ och $U^T Y$ dvs av a_{21} , a_{22} och b_2 . Matrisen U och vektorn Y finns aldrig lagrade i datorn utan a_{11} , a_{12} , a_{22} , b_1 och b_2 beräknas direkt med $y(t)$ och $u_i(t)$, $i=1, n$.

Den här beskrivna modellen har anpassats till mätdata från kv.Stadinge i Tensta som består av sex byggnader med 113 lägenheter. Mätningarna har utförts av byggnadsenergigruppen och dokumenterats i byggnadsenergigruppen (1974). Uppvärmningen sker med ett fjärrvärmearslutet radiator-system. Byggnaderna ventileras med ett FT-system (fläktstyrda från- och tillluftsflöden). Värmesystemet består av en shuntgrupp, gemensam för radiatorer och varmluftapparater för uppvärmning av tilluften. Värmeeffektbehovet är beräknat för DIT (dimensionerande innetemperatur) = 20 grader och DUT (dimensionerande utetemperatur) = -20 grader. Temperaturen i kryprummen har antagits vara 10 grader och i källarlokalerna 20 grader. Det beräknade totala värmeeffektbehovet för transmission och ventilation uppgår till 772 kW för de sex byggnaderna, vilket motsvarar 19 kW/grad.

Temperaturregleringen sker centralt från abonnentcentralen. Framledningstemperaturen regleras i förhållande till utetemperaturen efter en inställd reglerkurva. Varmluftapparaterna är anslutna till radiatorsystemet och är alltså förshuntade. För efterreglering av tilluftstemperaturen är varje varmluftapparat försedd med en självverkande ven-

til styrd av en temperaturgivare i tilluftskanalen.

Periodiciteterna som har anpassats är alla veckans timmar lika ($n=2$), alla dygnets timmar olika ($n=25$) och veckans alla timmar olika ($n=169$). I figur 5.5.1 - 3 redovisas uppmätt fjärrvärmeeffekt, modellens fjärrvärmeeffekt och felet. Modellparametrarna har anpassats till veckorna före den vecka som redovisas och därefter har fjärrvärmeeffekten beräknats med de givna modellparametrarna och med den uppmätta utetemperaturen. Egentligen skulle utetemperaturen ha predikterats, men detta ligger utanför forskningsarbetets ram.

Att använda endast två parametrar dvs att anta att periodiciteten är konstant, ger dåligt resultat. Skillnaden mellan alla dygnets timmar olika och alla veckotimmar olika framgår bäst kring lördag och söndag.

I figur 5.5.4 redovisas periodiciteten med 168 parametrar efter anpassning till olika långa mätdataserier (3, 11 och 19 veckor).

Vardagarna är i stort sett lika medan lördagar och söndagar är i sin tur lika. I periodiciteten återfinns en liten topp efter den stora kvällstoppen. Förklaringen visar sig vara att morgonhöjningen av framledningstemperaturen har lagts fel och kommer tidigt på natten, vilket klart framgår i figur 5.5.5. Här har radiatoreffekten för ett av husen uppritats som funktion av tiden. Samma toppar återfinns här vid samma tidpunkt.

Modellfelets storlek bör ses i relation till ett normalt tappvarmvattenuttag t.ex. en badkarstappning. Medeleffekten under en timme blir ungefär 8 kW. Detta kan jämföras med standardavvikelsen vid prediktion för felet i figur 5.5.1 - 3

antal modellparametrar	standardavvikelse
$n=2$	32.2 kW
$n=25$	22.9 kW
$n=169$	23.3 kW

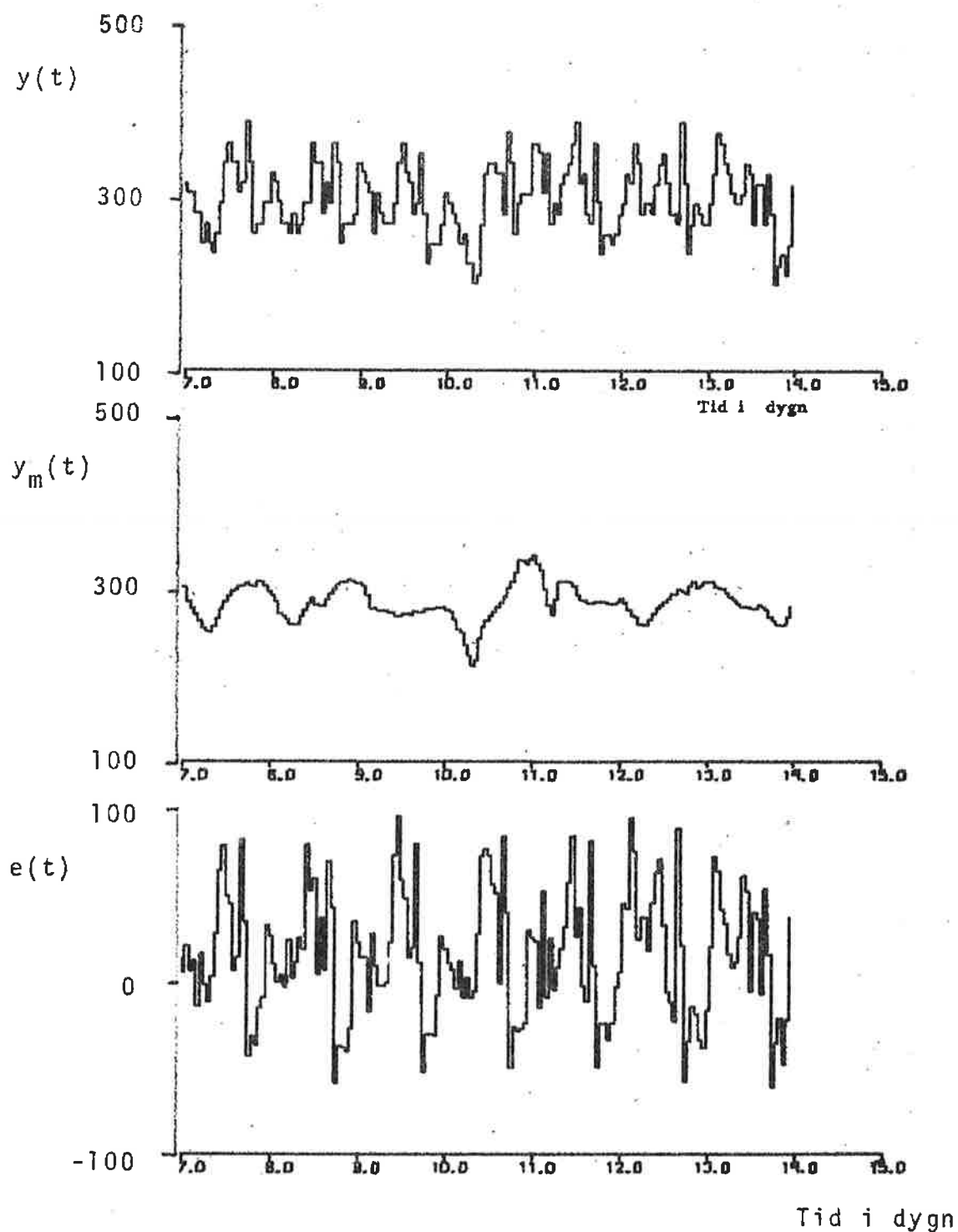
Beloppet för parameteren x_1 som beskriver utetemperaturens inverkan varierar mellan 8 och 15 kW/°C. Detta skall jämföras med det beräknade

värdet på $19 \text{ kW/}^{\circ}\text{C}$. En möjlig förklaring är att husens tröghet inverkar varvid det momentana utetemperaturberoendet minskar. Samtidigt måste medelvärdet för periodiciteten öka, vilket också kan observeras för olika anpassningar.

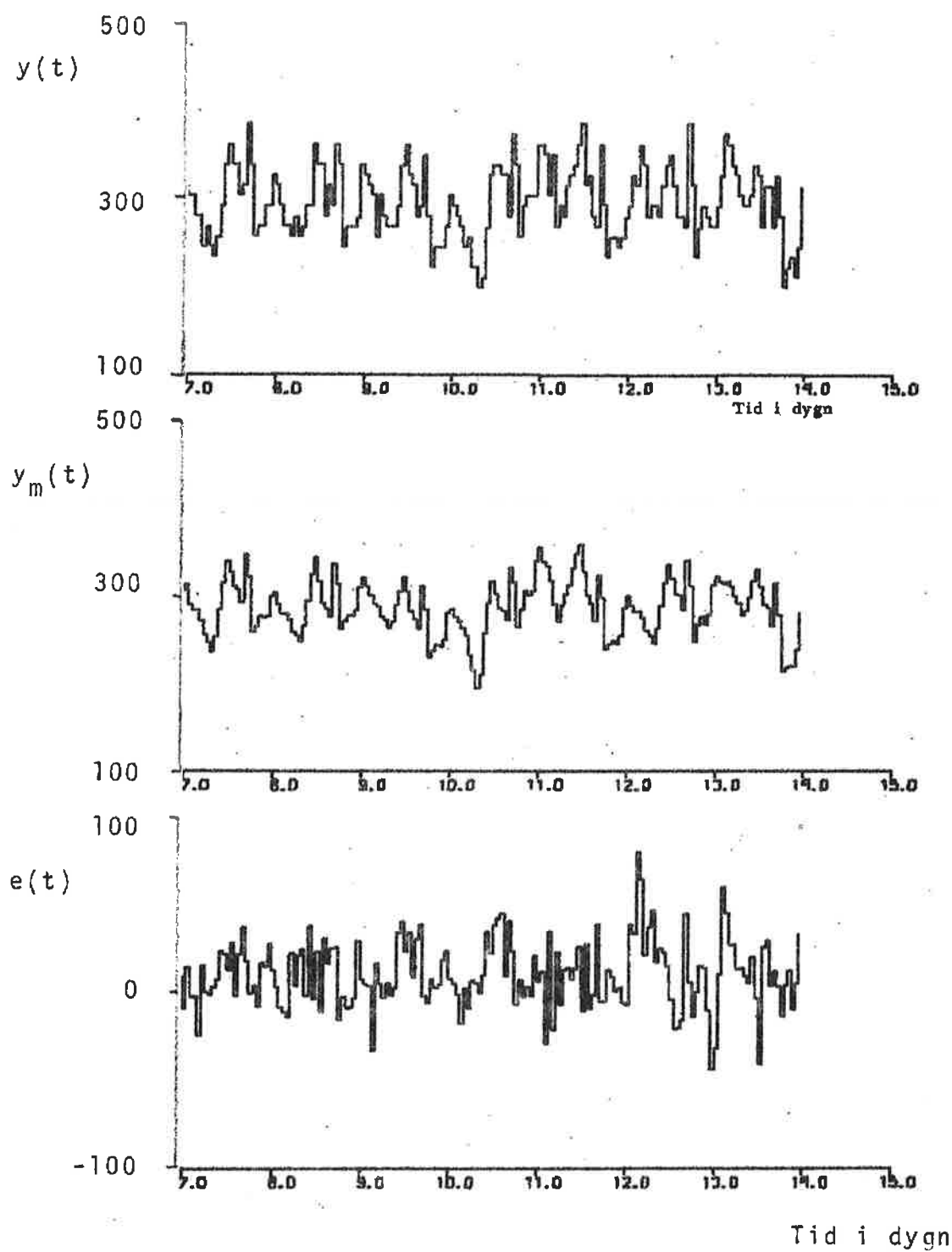
En annan observation är att om utetemperaturen är periodisk så blir matrisen $U^T U$ singular dvs man kan välja en parameter godtyckligt. Nu är utetemperaturen aldrig helt periodisk, men detta kan trots allt ge upphov till dåliga parametervärden.

Avslutningsvis kan sägas att den här framtagna modellen kan användas för prediktion av fjärrvärmeeffektuttaget för ett bostadsområde under förutsättning att utetemperaturen kan predikteras. Felet i predikterad fjärrvärmeeffekt beroende på felaktigt predikterad utetemperatur kan uppskattas genom att multiplicera konstanten för utetemperaturens inverkan x_1 med prediktionsfelet i utetemperatur.

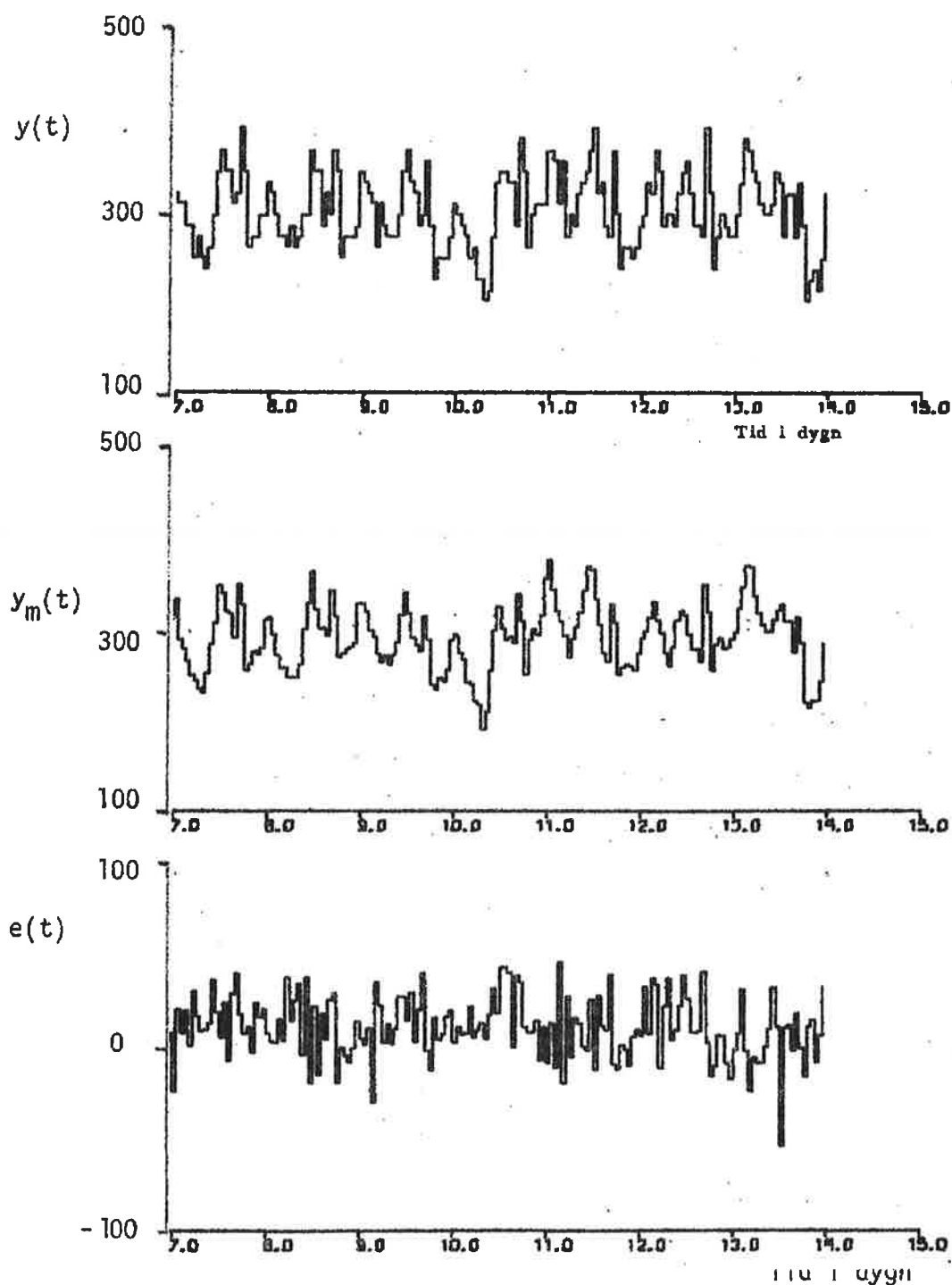
Det är uppenbart att modellen ej kan användas vid speciella helger, som bryter den normala veckorytmen. Detta kan exemplifieras med prediktion av en vecka i vilken julhelgen 1971 inföll (se figur 5.5.6).



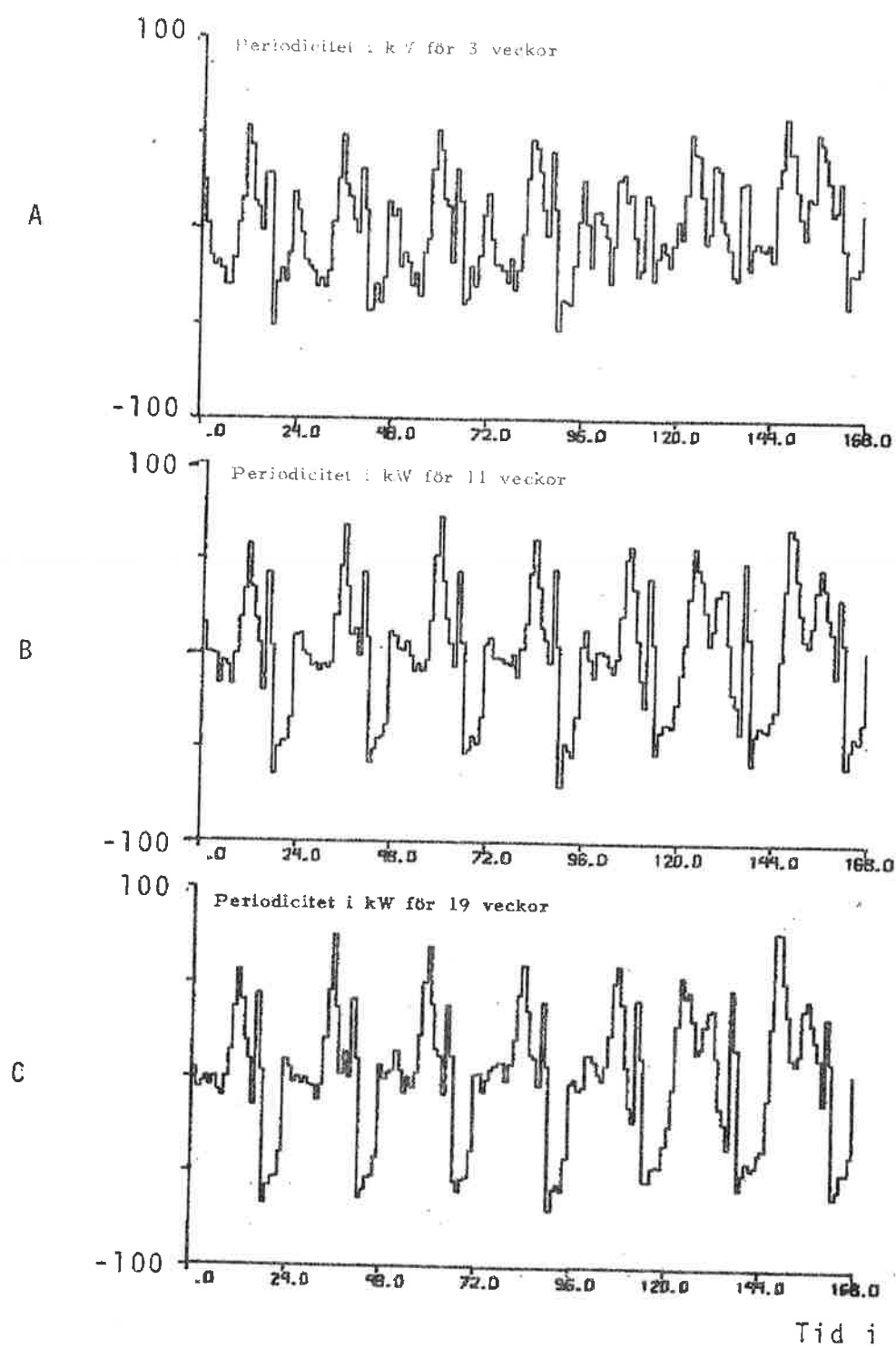
Figur 5.5.1. Uppmätt fjärrvärmeeffekt $y(t)$ i kW, modellens $y_m(t)$ i kW och felet $e(t) = y(t) - y_m(t)$ i kW för en modell med 2 parametrar. Det första predikterade dygnet är en måndag och dygnet börjar kl 07.00.



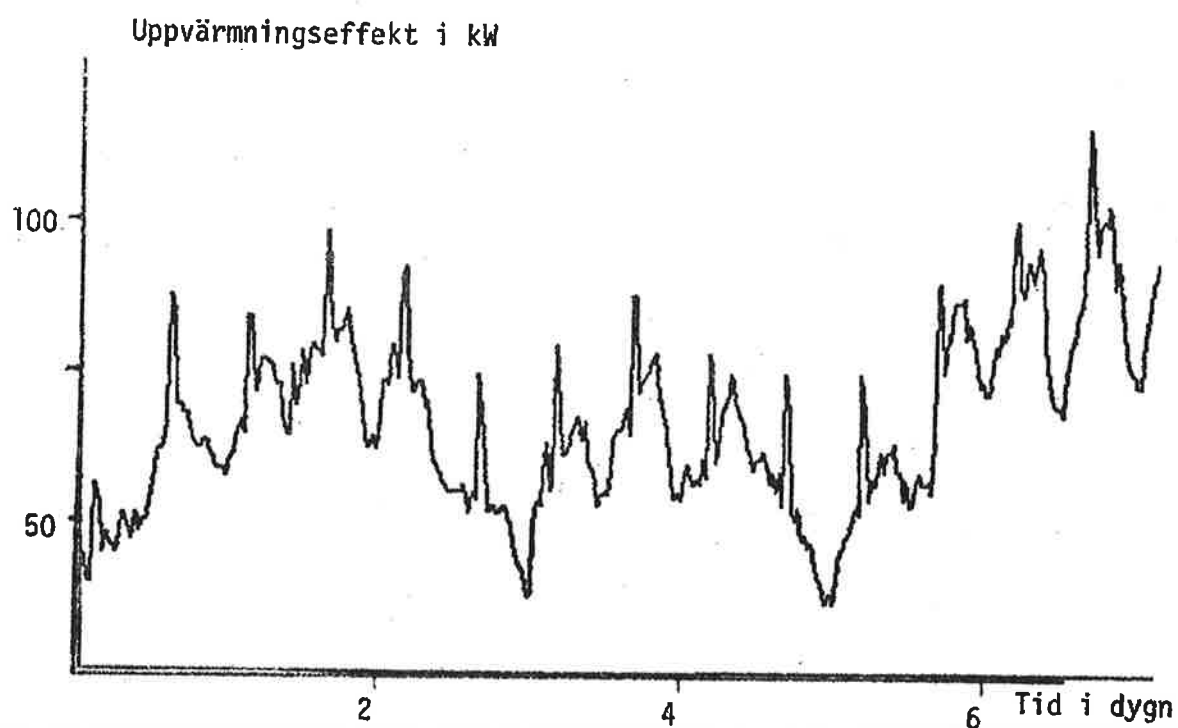
Figur 5.5.2. Uppmätt fjärrvärmeeffekt $y(t)$ i kW, modellens $y_m(t)$ i kW och felet $e(t) = y(t) - y_m(t)$ i kW för en modell med 25 parametrar. Det första predikterade dygnet är en måndag och dygnet börjar kl 07.00.



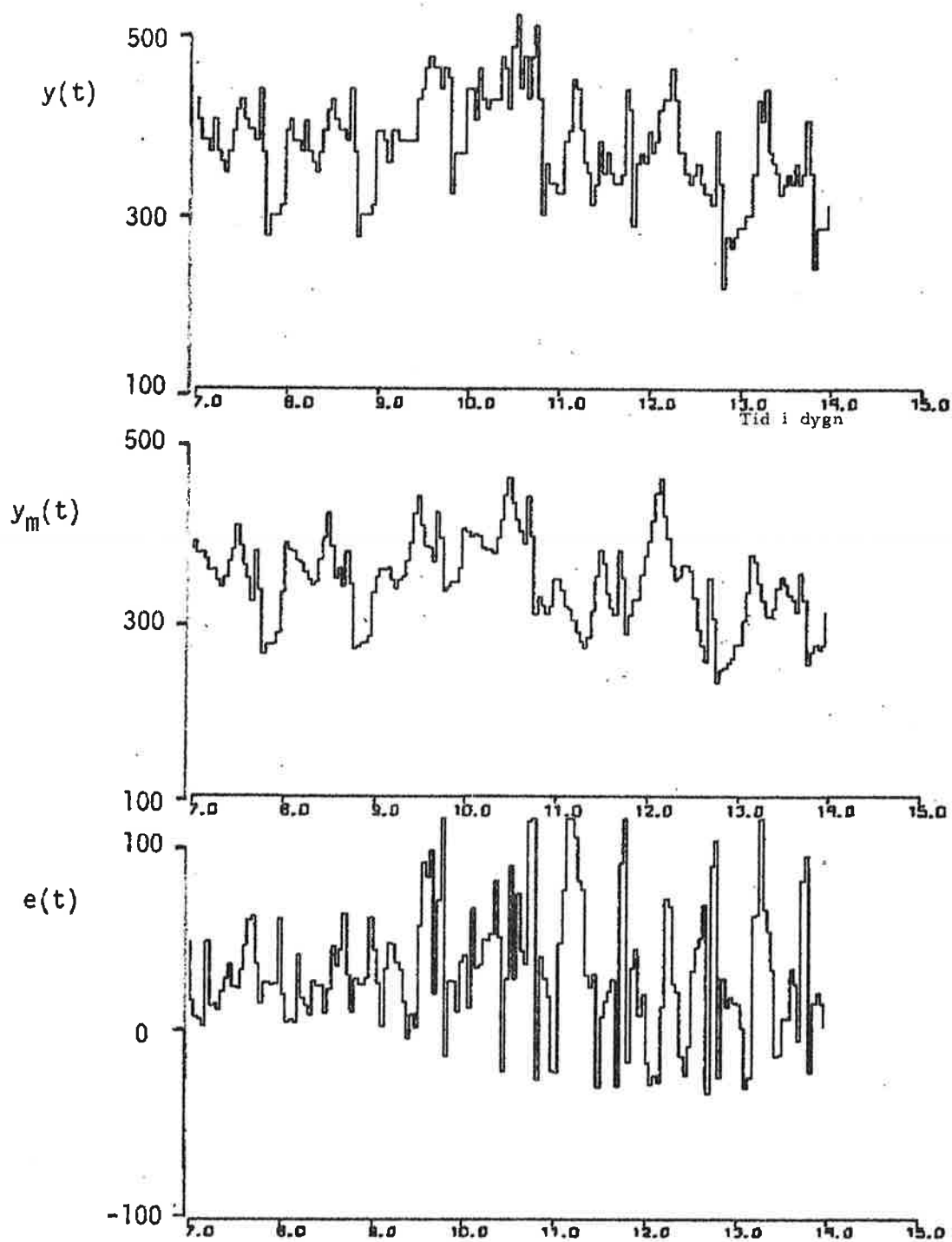
Figur 5.5.3 Uppmätt fjärrvärmeeffekt $y(t)$ i kW, modellens $y_m(t)$ i kW och felet $e(t) = y(t) - y_m(t)$ i kW för en modell med 169 parametrar. Det första predikterade dygnet är en måndag och dygnet börjar kl 07.00.



Figur 5.5.4. Periodiciteten med 168 parametrar (alla veckans timmar olika) har anpassats till mätdata omfattande 3, 11 och 19 veckor och motsvarande kurvor är A, B resp C. Medelvärdet för periodiciteten har subtraherats från densamma.



Figur 5.5.5. Uppmätt radiator och luftförvärmningseffekt i kW för 35 lägenheter av 114 lägenheter i kvarteret Stadinge, Tensta, som funktion av tiden. Tidsaxeln börjar kl 19.00. Samplingsintervallet är 1 timme. De ekvidistant återkommande topparna härrör från morgonhöjningen som inträffar omkring midnatt.



Figur 5.5.6 Uppmätt fjärrvärmeeffekt $y(t)$ i kW, modellens $y_m(t)$ i kW och felet $e(t) = y(t) - y_m(t)$ i kW för en modell med 169 parametrar. Det första predikterade dygnet är en måndag och dygnet börjar kl 07.00. Modellen har använts för att prediktera veckan med julhelgen 1971.

6 DIMENSIONERING AV REGULATORER

Syftet med detta kapitel är att beskriva hur regulatorer, lämpliga för klimatreglering, kan bestämmas. Regulatorerna avser i regel processer med en insignal och en utsignal.

I avsnitt 6.0 görs några enkla jämförelser mellan reglering i kontinuerlig och diskret tid. Vidare ges några exempel på dimensionering av enkla digitala regulatorer.

I avsnitt 6.1 används en modell för den process, som skall regleras, vid simulering av regulatorer. Regulatorparametrar erhålls genom ett enkelt sökförfarande. Uptill tre regulatorparametrar är lämpligt att bestämma på detta sätt. Fler parametrar än tre blir tidsödande.

Ett effektivt sätt att bestämma många regulatorparametrar är att använda sig av linjärvadratisk reglerteori. Denna metod beskrivs i avsnitt 6.2.

De två tidigare nämnda metoderna att bestämma regulatorer kräver en dator för beräkningsarbetet. I avsnitt 6.3 beskrives en enkel metod för bestämning av regulatorer. Beräkningsarbetet kan för enklare system klaras av för hand. Denna metod kräver också som de tidigare en modell för processen.

När processparametrarna varierar kraftigt kan det vara lämpligt att använda en självinställande regulator. I avsnitt 6.4 kommer många enkla självinställande regulatorer att bestämmas. De är avsedda för att användas vid reglering av olinjära processer vars dynamik är försumbar i förhållande till samplingsintervallet.

Vidare kan en självinställande regulator också användas för att bestämma regulatorparametrar till en regulator med fixa parametrar. Processen får i detta fall ej uppvisa stora parametervariationer. Den ofta tidsödande manuella sökningen av regulatorparametrar kan i detta fall automatiseras.

En ytterst enkel och vanlig regulator är tillfrånregulatorn (onoff-regulatorn eller tvålägesregulatorn). Insignalen till processen antar bara två värden till eller från, vid ren tillfrånreglering bestäms insignalen av utsignalelets tecken. Denna typ av reglering kan förbättras genom att använda sig av pulslängdsmodulering av insignalen och att betrakta insignalen som kontinuerlig eller att använda sig av mer komplicerade regulatorer än ren tillfrånreglering. Detta kommer att behandlas i avsnitt 6.5.

I avsnitt 6.6 beskrivs en ytterst enkel självinställande regulator. Denna regulator benämns kvotregulatorn och den lämpar sig för processer, som utsätts för långsamma störningar. Vissa typer av olinjäriteter kan regulatorn klara av. Regulatorn har ej heller något statiskt fel. Den nya insignalen (styrsignalen) till processen beräknas genom att multiplicera den gamla insignalen med kvoten mellan utsignalens börvärde och dess ärvärde.

I avsnitt 6.7 kommer en del praktiska synpunkter att ges på hur en regulator skall implementeras med hänsyn tagen till begränsade insignaler, ändring av regulatorparametrar, ändring av börvärde, begränsning av I-del och en del andra knep.

I avsnitt 6.8 ges en del förslag på lämpliga regulatorer till olika typer av klimatprocesser.

6.0 Dimensionering av enkla digitala regulatorer

I detta avsnitt skall några enkla dimensioneringsregler ges för digitala regulatorer. Först görs en jämförelse mellan kontinuerliga och samplede eller digitala regulatorer. Med två olika exempel visas hur ett kontinuerligt system kan bli instabilt när det regleras med en digital regulator. Vidare visas att en digital I-regulator är fullt tillräcklig för snabba processer, om störningarna är långsamma.

Då de flesta klimatprocesser har monotona stegsvar, kan detta faktum utnyttjas vid regulatordimensioneringen. Stabilitetskrav ges både för en P- och en I-regulator.

En annan enkel metod att dimensionera en PI-regulator är att dimensionera så att en önskad dubbelrot erhålls till det slutna systemets karakteristiska ekvation. I detta fall krävs en modell för processen och att den är av 1:a ordning och utan tidsfördröjning.

6.0.1 Jämförelse mellan kontinuerliga och digitala regulatorer

Det som främst skiljer kontinuerliga regulatorer från digitala, är att ett samplingsintervall måste väljas för den digitala regulatorn. Detta medför också att när samplingsintervallet ändras, måste också regulatorparametrarna ändras. En digital PID regulator kan skrivas som

$$u(t) = K_p y(t) + K_I \tilde{y}(t) + K_D (y(t) - y(t-1))$$

Regulatorparametrarna K_I och K_D beror på samplingsintervallet T_s på följande sätt

$$K_I = T_s / T_I$$

$$K_D = T_D / T_s$$

I regulatorn ovan har börvärdet satts till noll och $\tilde{y}(t)$ betecknar summan av utsignalen $y(t)$ upptill tiden t .

Vid en fördubbling av samplingsintervallet måste K_I fördubblas och K_D halveras om samma regulator skall bibehållas.

Ett första ordningens system med en P-regulator är alltid stabilt för alla regulatorförstärkningar. Detta gäller däremot inte för en digital reglering av samma system. För det kontinuerliga systemet gäller följande differentialekvation

$$T \dot{x}(t) = -x(t) + u(t)$$

Regulatorn är

$$u(t) = -Kx(t) \quad K > 0$$

Det slutna systemet blir

$$T \dot{x}(t) = -(1 + K) x(t)$$

och egenvärdet är

$$\lambda = -(1 + K)/T$$

dvs egenvärdet är alltid negativt och därmed är det slutna systemet stabilt.

Används nu en digital regulator för regleringen blir processekvationen

$$x(t+1) = e^{-1/T} x(t) + (1 - e^{-1/T}) u(t)$$

och regulatorn är

$$u(t) = -K x(t) \quad K > 0$$

Det slutna systemet blir efter att $e^{-1/T} = a$ följande:

$$x(t+1) = a x(t) - K(1-a) x(t)$$

Egenvärdet till denna differansekvation blir

$$\lambda = a - K(1-a)$$

Kravet för att det slutna systemet skall vara stabilt är att

$$-1 < \lambda < 1$$

dvs

$$-1 < a - K(1-a) < 1$$

eller

$$K < (1+a)/(1-a) \quad (*)$$

och

$$K > -1 \quad (**)$$

Olikheten (**) gäller alltid då $K > 0$ och $0 < a < 1$. Olikheten (*) ger nu stabilitetsgränsen som blir

$$K = (1+a)/(1-a)$$

Av detta enkla resultat finner man att den högsta tillåtna förstärkningen K ökar ju långsammare processen är dvs stor tidskonstant T . Det bästa valet av regulatorförstärkning K fås när egenvärdet är noll, dvs

$$\lambda = a - K(1-a) = 0$$

$$K = a/(1-a)$$

Den bästa regulatorförstärkningen är alltid mindre än hälften av den kritiska.

6.0.2 Stabilitet - samplingsintervall

Något som inte är omedelbart självklart är att när samplingsintervallet ökas, kan samma regulator ge upphov till instabilitet. Antag att den samplade processen kan skrivas som

$$y(t+1) = a y(t) + (1-a) u(t)$$

och att regulatorn är

$$u(t) = -k y(t) \quad k > 0$$

Om samplingsintervallet ökas en faktor n så blir processekvationen följande:

$$y(t+n) = a^n y(t) + (1-a^n) u(t)$$

Stabilitetskravet är att

$$k < (1+a^n)/(1-a^n)$$

Stabilitetsgränsen återges nedan för några olika värden på a och n

	$a=0.5$	$a=0.8$	$a=0.9$
$n=1$	3.00	9.00	19.00
$n=2$	1.67	4.56	9.53
$n=4$	1.13	2.39	4.82

En förklaring till att en tidigare stabil regulator kan bli instabil, när samplingsintervallet ökas, är att processen blir snabbare i förhållande till samplingsintervallet. Tidigare visades att förstärkning hos en P-regulator kunde ökas ju långsammare en process blev.

6.0.3 I-regulator för statiska processer

En del klimatprocesser har ofta en dynamik som är försumbar i förhållande till de störningar som den utsätts för och den efterföljande dynamiken. Om samplingsintervallet väljs tillräckligt stort, kan process-ekvationen skrivas som

$$y(t+1) = f(u(t))$$

där

$$f(x) \geq 0 \quad \text{och} \quad f_x(x) \geq 0$$

En lämplig regulator är en I-regulator som kan skrivas som

$$u(t) = u(t-1) - k y(t) \quad k > 0$$

Regulatorparametern k bestäms genom att linjärisera processekvationen i en arbetspunkt.

$$y(t) = f_u(u_0) (u - u_0) + f(u_0)$$

Beräknas det slutna systemet fås följande differansekvation

$$y(t+1) - y(t) = f_u(u_0) k y(t)$$

Ekvationens egenvärde är

$$\lambda = 1 + k f_u(u_0)$$

Stabilitetskravet är att $-1 < \lambda < 1$ och den bästa regleringen fås om $\lambda = 0$ dvs

$$k = -1/f_u(u_0)$$

Regulatorparametern k bestäms nu av det största värdet på $f_u(u)$ i det aktuella arbetsområdet. Underskattas värdet på $f_u(u)$ blir det slutna systemet oscillativt då

$$\lambda = 1 - k f_u(u) < 0$$

Bättre reglering fås inte med en PI-regulator med samma samplingsintervall, vilket visas nedan. Antag att den digitala PI-regulatorn skrivs som

$$u(t) = u(t-1) + b(y(t) - y(t-1)) + c y(t)$$

Det slutna systemet blir efter att $f_u(u_0) = a > 0$ följande:

$$y(t+1) - y(t) = a(b y(t) - b y(t-1) + c y(t))$$

eller

$$y(t+1)(1 - (1+ab+ac)z^{-1} + ab z^{-2}) = 0$$

Skall det slutna systemet ha egenvärdena noll så måste följande gälla

$$ab = 0$$

$$1 + ab + ac = 0$$

Detta medför att $b = 0$ och att $c = -1/a$. PI-regulatorn har alltså urartat till en I-regulator som är identisk med den tidigare.

Om den lokala processförstärkningen $f_u(u)$ varierar mycket kommer reg-

lering i en del arbetspunkter att bli långsam. Antag att regulatoren har dimensionerats efter högsta lokala processförstärkningen dvs $k = -1/\max_u f_u(u)$. Den långsammaste regleringen sker för den minsta förstärkningen. Det slutna systemet kan för detta driftsfall skrivas som

$$y(t+1) = \left(1 - \frac{\min_u f_u(u)}{\max_u f_u(u)}\right) y(t) = (1-g) y(t)$$

Nedan återges det slutna systemets tidskonstant eller tiden för att ett insvängningsförlopp har skett till 2/3 för några olika värden på kvoten g mellan största och minsta förstärkning.

g	T
2	1.44
5	4.48
10	9.49
20	19.40

Av dessa siffror framgår det att förstärkningsvariationer på faktor 10 eller mer ger en mycket långsam reglering. Detta kan åtgärdas genom att minska samplingsintervallet och använda annan typ av reglering.

En process behöver i och för sig inte vara statisk för att en I-regulator skall kunna användas för reglering. Den processdynamik som observeras beror på samplingsintervallet. Genom att öka samplingsintervallet kan en process uppfattas som en rent statisk process och en I-regulator kan användas.

6.0.4 Robust P-regulator för process med monotont stegsvar

Många klimatprocesser har ett monotont stegsvar. Denna egenskap kan utnyttjas vid regulatordimensionering. Process beskrivs med följande ekvation

$$y(t) = H(z) u(t) \quad (*)$$

där

$$H(z) = h_1 z^{-1} + h_2 z^{-2} + \dots$$

$$\sum_{i=1} h_i = 1$$

$$h_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots$$

$$h_1 > 0.5$$

Att $h_1 > 0.5$ innebär att ett stegsvar antar mer än 50% av sitt slutvärde i första samplet. Om processen ges av (*) så blir det slutna systemet stabilt om följande regulator används

$$u(t) = -y(t)$$

Observera att processens förstärkning är ett ($H(1)=1$). Det slutna systemet blir

$$y(t) = -H(z) y(t)$$

För att det slutna systemet skall vara stabilt, får dess karakteristiska ekvation inte ha några nollställen utanför enhetscirkeln. Med hjälp av Rouches sats kan man visa att så är fallet. Den karakteristiska ekvationen delas upp på följande sätt:

$$1 + H(z) = 0$$

$$1 + h_1 z^{-1} + h_2 z^{-2} + h_3 z^{-3} + \dots = 0$$

$$M(z) + N(z) = 0$$

där

$$M(z) = 1 + h_1 z^{-1}$$

$$N(z) = h_2 z^{-2} + h_3 z^{-3} + \dots$$

Satsen säger att om $\|M(z)\| > \|N(z)\|$ på randen till ett område och om $M(z)$ inte har något nollställe i detta område, har inte heller

$M(z)+N(z)$ något nollställe i det området. På enhetscirkeln gäller

$$\|M(z)\| \geq 1-h_1$$

och

$$\|N(z)\| < 1-h_1$$

Vidare har $M(z)$ endast ett nollställe $z = -h_1$. Alltså har $1+H(z)$ inget nollställe utanför enhetscirkeln och därmed är det slutna systemet stabilt.

Den aktuella regulatorn är alltid stabil men reglering blir inte särskilt bra om processen belastas. Antag att det slutna systemet med last kan skrivas som

$$y(t) = -H(z) y(t) + b$$

eller

$$y(t) = b/(1+H(z))$$

I stationärt tillstånd fås att

$$y_s = b/(1+H(1)) = b/(1+1) = b/2$$

P-felet är alltså betydande. P-felet kan elimineras genom att införa en integrator i regulatorn och en naturlig fråga är då om en I-regulator kan användas i stället. Denna analys sker i nästa avsnitt.

6.0.5 Robust I-regulator för processer med monotont stegsvar

Analysen av det slutna systemet sker på samma sätt som i avsnitt 4.4. Prosessekvationen är

$$y(t) = H(z) u(t)$$

Regulatorn är

$$u(t) = u(t-1) - y(t)$$

Det slutna systemet blir

$$y(t) (1 - z^{-1} + H(z)) = 0$$

Uppdelningen blir nu

$$M(z) = 1 - z^{-1} + h_1 z^{-1}$$

$$N(z) = h_2 z^{-2} + h_3 z^{-3} + \dots$$

På enhetscirkeln gäller $\|M(z)\| \geq h_1$ och $\|N(z)\| < 1 - h_1$ och $M(z)$ har endast ett nollställe innanför enhetscirkeln

$$z = 1 - h_1$$

Denna regulator är alltså alltid stabil för pulsöverföringsfunktioner $H(z)$ som uppfyller

$$h_1 > 0.5$$

$$h_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots$$

$$H(1) = 1$$

6.0.6 Dubbeldimensionering

En regulators uppgift är att slå ner störningar. Hur snabbt störningar skall slås ner kan kvantifieras med att ange det slutna systemets poler eller den karakteristiska ekvationens nollställen. Antag att processekvationerna är av första ordningen

$$y(t+1) = a y(t) + b u(t)$$

och att regulatorn är en PI-regulator

$$u(t) = u(t-1) + c(y(t) - y(t-1)) + d y(t)$$

Det slutna systemet blir

$$(1 - (a + 1 + b(c+d)) z^{-1} + (a + bc) z^{-2}) y(t) = 0$$

Önskas en dubbelrot för $z=e$ fås regulatorparametrarna c och d som

$$c = (e^2 - a)/b$$

$$d = -(1 - e)^2/b$$

6.1 Bestämning av regulatorer genom simulering

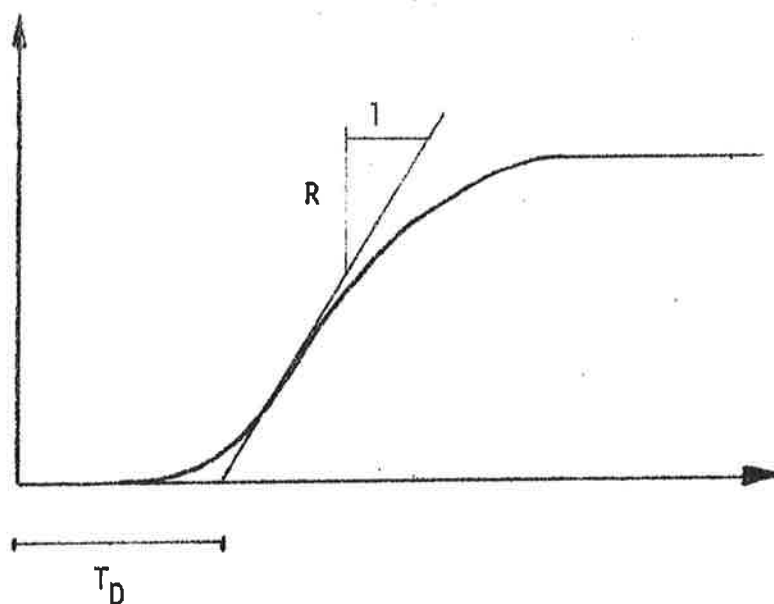
Detta är en ytterst rättfram metod. Den är ej heller speciellt tidskrävande om endast en två eller tre regulatorparametrar skall bestämmas. Metoden kräver en samplad eller en kontinuerlig modell, som kan samplas, för den process för vilken en regulator skall bestämmas.

Vid bestämning av PID-regulatorer kan man få ett bra startvärde genom att använda sig av någon av Ziegler Nichols två metoder. Den ena metoden använder sig av ett stegsvar, från vilket dödtid och tidskonstant utvärderas. Ett stegsvar är lätt att utföra med en modell, men utvärderingen är ganska osäker.

I den andra metoden bestäms den förstärkning som vid enbart proportionell återkoppling ger upphov till självsvängning. Självsvängningsfrekvensen bestäms också. Bestämningen av dessa två parametrar kan göras med god noggrannhet. Denna metoden är lämplig att använda vid simulering.

Ziegler Nichols metoder är ursprungligen avsedda för kontinuerliga system och regulatorer. De ursprungliga formlerna för att beräkna regulatorparametrar kan modifieras något för det diskreta fallet.

I tabell 6.1.1 och 6.1.2 återges beräkningsformlerna för det kontinuerliga fallet enligt Ziegler Nichols (1942) och i tabell 6.1.3 och 6.1.4 för det tidsdiskreta fallet enligt Takahishi m.fl.(1971). Den kontinuerliga regulatorns överföringsfunktion är



Figur 6.1.1 Bestämning av dödtid T_D och största lutning R för ett steg i signalen på en enhet.

Tabell 6.1.1 Ziegler Nichols regler för P, PI och PID regulatorer arbetande i kontinuerlig tid. Stegvarsmetoden. Död-tiden T_D och den största lutningen R bestäms enligt figur 6.1.1.

Regulator	K	$1/T_I$	T_D
P	$\frac{1}{RT_D}$	-	-
PI	$\frac{0.9}{RT_D}$	$\frac{0.3}{T_D}$	-
PID	$\frac{1.2}{RT_D}$	$\frac{0.5}{T_D}$	$0.5 T_D$

Tabell 6.1.2 Ziegler Nichols regler för P, PI och PID regulatorer arbetande i kontinuerlig tid. Frekvensmetoden. Den kritiska förstärkningen $K_{\max}$ och periodtiden för en svängning T_p bestäms när processen självsvänger vid P-reglering.

Regulator	K	$1/T_I$	T_D
P	$0.5K_{\max}$	-	-
PI	$0.45K_{\max}$	$\frac{1.2}{T_p}$	-
PID	$0.6K_{\max}$	$\frac{2}{T_p}$	$\frac{T_p}{8}$

Tabell 6.1.3 Modifierade Ziegler Nichols regler för P, PI och PID regulatorer arbetande i diskret tid. Samplingsintervallet är T_S . Stegvarsmetoden. Dödtiden T_D och den största lutningen R bestäms från ett stegsvar enligt figur 6.1.1.

Regulator	K_P	K_I	K_D
P	$\frac{1}{R(T_D+T_S)}$	-	-
PI	$\frac{0.9}{R(T_D+T_S/2)}$	$\frac{0.27T_S}{R(T_D+T_S/2)^2}$	-
PID	$\frac{1.2}{R(T_D+T_S)}$	$\frac{0.6 T_S}{R(T_D+T_S/2)^2}$	$\frac{0.5}{RT_S}$

Tabell 6.1.4 Modifierade Ziegler Nichols regler för P, PI och PID regulatorer arbetande i diskret tid. Frekvensmetoden. Den kritiska förstärkningen $K_{\max}$ och periodtiden för en svängning T_p bestäms när processen självsvänger vid P-reglering.

Regulator	K_P	K_I	K_D
P	$0.5 K_{\max}$	-	-
PI	$0.45 K_{\max}$	$\frac{0.54 K_{\max} T_S}{T_p}$	-
PID	$0.6 K_{\max}$	$\frac{1.2 K_{\max} T_S}{T_p}$	$\frac{3 K_{\max} T_p}{40 T_S}$

$$G(s) = K(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s)$$

och den digitala regulatorn är

$$u(t) = K_P(y(t) - y(t-1)) + \\ K_I(y(t) - y_{bör}) + \\ K_D(y(t) - 2y(t-1) + y(t-2))$$

Med dessa framräknade regulatorer kan modifieringar lätt provas genom simulering så att de uppfyller de uppställda kraven. Utvärderingen sker genom att störa det slutna systemet med ett steg eller en puls. Ett krav är att insignalen ej får överskrida sina begränsningar för små steg- eller pulsamplituder. Störningen bör ej heller ge upphov till oscillationer. En regulator inställd enligt Ziegler Nichols metod är ofta något oscillativ.

Ett annan krav är att en regulator ej får vara bruskänslig. Detta kan också kontrolleras genom simulering. Alternativt kan också en överslagsberäkning göras på brusets inverkan.

6.2 Syntes av optimala regulatorer

Det finns flera sätt att bestämma regulatorer, när det finns en modell för processen. Om insignalen är begränsad, så måste detta beaktas. Regulatorer med hög förstärkning är då olämpliga att använda. Exempel på sådana regulatorer är minimal varians- och deadbeatregulator. Regulatorförstärkningen för dessa regulatorer kan minskas genom att öka samplingsintervallet, men möjligheterna att snabbt slå ner störningar minskar, då sampling ej sker så ofta.

Med hjälp av linjärvadratisk reglerteori så kan en regulator utformas så att insignalen (styrsignalen) är en avvägning mellan utsignalen och insignalen. Utformningen av avvägningen bestäms helt av användaren. Detta sker genom att användaren formulerar en förlustfunktion, som skall minimeras. Förlustfunktionen är i regel en kvadratisk funktion av in- och utsignaler och tillstånd hos processen. Med den av användaren givna

förlustfunktionen så bestäms sedan den optimala styrlagen, som minimerar förlustfunktionen. Genom att variera konstanter i förlustfunktionen eller ändra dess utformning så olika typer av regulatorer erhålles. Linjärvadratisk reglerteori kan användas för att lösa många olika problemställningar och nedan återges den vanligaste. En bra referens är Anderson och Moore (1971).

Problemställning:

Givet ett linjärt samplat system med tillståndsvektorn $x(t)$ som beskrivs av följande ekvationssystem, där insignalvektorn är $u(t)$

$$x(t+1) = A x(t) + B u(t) \quad (6.2.1)$$

Bestäm en återkoppling (regulator) på formen

$$u(t) = -L x(t) \quad (6.2.2)$$

så att förlustfunktionen

$$V = \sum_{t=0}^{\infty} x^T(t) Q_1 x(t) + u^T(t) Q_2 u(t) \quad (6.2.3)$$

minimeras, där Q_1 och Q_2 är två icke negativt definita konstanta matriser.

Lösning:

Den linjärvadratiske reglerteorin ger lösning som

$$L = Q_2 + B^T S B^{-1} B^T S A \quad (6.2.4)$$

där matrisen S fås som den icke negativt definit, symmetrisk lösning till matrisekvationen

$$S = A^T S A + Q_1 - A^T S^T B^T (Q_2 + B^T S B)^{-1} B^T S A \quad (6.2.5)$$

Oftast är det ej av intresse att straffa alla tillstånden i modellen utan endast vissa. Då kravet på regulatorn är att göra utsignalen och

dess integral till noll med en insignal som ej kommer att ligga alltför ofta på begränsningen, användes förlustfunktionen

$$V = \sum_{t=0} q_1 y^2(t) + q_2 \tilde{y}^2(t) + q_3 u^2(t) \quad (6.2.6)$$

där $y(t)$ är utsignalen, $\tilde{y}(t)$ är dess integral och $u(t)$ är som tidigare insignalen. Det är ingen begränsning att sätta $q_3=1$, vilket medför att endast två parametrar q_1 och q_2 behöver varieras för att finna den lämpliga återkopplingen. Observera att minimera förlustfunktionen är ej ändamålet utan endast ett medel att finna lämpliga återkopplingar.

Då modellen för processen är given som en pulsöverföringsfunktion

$$H(q^{-1}) = \frac{(b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots + b_n q^{-n})}{(1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n})} q^{-k} \quad (6.2.7)$$

måste den överföras till tillståndsform, där också integralen ingår. Tillståndsvektorn kan väljas som

$$x(t) = (y(t), y(t), y(t-1), \dots, y(t-n), u(t-1), \dots, u(t-n-k+1))^T \quad (6.2.8)$$

Matriserna A och B blir för $n=2$ och $k=3$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_2 & 0 & 0 & b_1 & b_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

och

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

Matriserna Q_1 och Q_2 blir för detta fallet

$$Q_1 = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q_2 = I$$

6.3 Modifierade deadbeatregulatorer

För att kunna bestämma regulatorer genom att simulera eller genom att använda linjärvadratisk reglerteori krävs en dator för beräkningsarbetet och presentationen. De modifierade deadbeatregulatorer som skall beskrivas här kan beräknas för hand för enklare system. Beräkningsmetoden kräver som de föregående en samplad modell för processen:

$$y(t) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t-k) \quad (6.3.1)$$

där $A(q^{-1})$ och $B(q^{-1})$ är polynom av förskjutningsoperation q^{-1}

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n} \quad (6.3.2)$$

$$B(q^{-1}) = b_1 + b_2 q^{-1} + \dots + b_n q^{-n+1} \quad (6.3.3)$$

Vidare antas att $k \geq 1$. Av modellen framgår det att processens utsignal kan påverkas först vid tidpunkten $(t+k)$ med en insignal vid tidpunkten (t) . Det är vidare möjligt att beräkna processens utsignal $y(t+k)$ som en funktion av in- och utsignaler från tidpunkten (t) och bakåt. Detta görs genom att använda identiteten

$$1 = A(q^{-1}) F(q^{-1}) + q^{-k} G(q^{-1}) \quad (6.3.4)$$

$F(q^{-1})$ och $G(q^{-1})$ är obekanta polynom i förskjutningsoperatorn q^{-1} . Grad-talen $k-1$ respektive $n-1$.

$$F(q^{-1}) = 1 + f_1 q^{-1} + \dots + f_{k-1} q^{k-1} \quad (6.3.5)$$

$$G(q^{-1}) = g_0 + g_1 q^{-1} + \dots + g_{n-1} q^{n-1}$$

Koefficienterna i de obekanta polynomen bestäms enkelt genom identifiering av koefficienter i höger- och vänsterledet till identiteten.

Den först påverkbara utsignalen $y(t+k)$ med insignalen $u(t)$ kan nu skrivas som

$$\begin{aligned} & \left[I = A(q^{-1}) F(q^{-1}) + q^{-k} G(q^{-1}) \right] y(t+k) \\ y(t+k) &= F(q^{-1}) A(q^{-1}) y(t+k) + G(q^{-1}) u(t) \end{aligned} \quad (6.3.7)$$

Genom att utnyttja modellekvationen fås följande

$$y(t+k) = F(q^{-1}) B(q^{-1}) u(t) + G(q^{-1}) y(t) \quad (6.3.8)$$

Detta är just det sökta uttrycket. En lämplig regulator för att få utsignalen till noll blir då att välja $u(t)$ så att

$$F(q^{-1}) B(q^{-1}) u(t) + G(q^{-1}) y(t) = 0 \quad (6.3.9)$$

vilket är ekvivalent med att använda regulatorn

$$u(t) = - \frac{G(q^{-1})}{F(q^{-1})B(q^{-1})} y(t) \quad (6.3.10)$$

Denna regulator benämns deadbeatregulator då den slår ner utsignalen till noll på så få tidssteg som möjligt. I fortsättningen skall en del modifieringar göras av denna regulator. Deadbeatregulatorn är ett specialfall av minimalvariansregulatorn. Den senare är utförligt behandlad i Aström (1970). Modifieringar av minimalvariansregulatorn återfinnes i Clarke, Hastings-James (1971).

Om $B(q^{-1})$ -polynomet har nollställena utanför enhetscirkeln så kan en deadbeatregulator bli oanvändbar, då den är mycket parameterkänslig. Antag att $B(q^{-1})$ -polynomet kan skrivas, som en produkt av två polynom $B_1(q^{-1}) B_2(q^{-1})$. $B(q^{-1})$ -polynomet's alla nollställena utanför enhetscirkeln återfinns i $B_1(q^{-1})$ -polynomet. Deadbeatregulatorn beräknas nu med följande modifierade identitet

$$1 = A(q^{-1}) F(q^{-1}) + q^{-k} B_1(q^{-1}) G(q^{-1})$$

Gradtalet för $F(q^{-1})$ -polynomet ökar med gradtalet för $B_1(q^{-1})$ -polynomet. Regulatorn blir följande

$$u(t) = - \frac{G(q^{-1})}{B_2(q^{-1}) F(q^{-1})} y(t)$$

6.3.1 Deadbeatregulator med straff på insignalen

Om ett system har samplats förhållandevis snabbt till den dominerande dynamiken, leder detta oftast till att en deadbeatregulator genererar mycket stora insignaler. Insignalerna kan då ofta ligga utanför begränsningarna.

Om inte ett längre samplingsintervall kan användas, bör regulatorn modifieras så att insignalen blir mindre. Detta kan ske genom att straffa både utsignalen och insignalen. Den modifierade regulatorn uppgift blir då att minimera följande förlust V i varje steg.

$$V = y^2(t+k) + a u^2(t) \quad a > 0 \quad (6.3.11)$$

Genom att använda identiteten fås

$$V = [F(q^{-1})B(q^{-1})u(t) + G(q^{-1})y(t)]^2 + a u^2(t) \quad (6.3.12)$$

Ett tillräckligt villkor för minimum är att

$$\frac{\partial V}{\partial u(t)} = 0 \quad (6.3.13)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial u^2(t)} > 0 \quad (6.3.14)$$

Derivering av V med avseende på $u(t)$ ger

$$\frac{\partial V}{\partial u(t)} = 2b_1(F(q^{-1})B(q^{-1})u(t) + G(q^{-1})y(t)) + 2a u(t) \quad (6.3.15)$$

och

$$\frac{\partial^2 V}{\partial u^2(t)} = 2b_1^2 + 2a \quad (6.3.16)$$

Regulatorn som minimerar förlusten V blir då

$$u(t) = \frac{G(q^{-1})}{F(q^{-1})B(q^{-1}) + a/b_1} y(t) \quad (6.3.17)$$

Om $a=0$, fås den ursprungliga deadbeatregulatorn. Den modifierade regulatorn slår i allmänhet ej ner utsignalen till noll på ett ändligt antal tidssteg.

6.3.2 Deadbeatregulator med straff på ändringen i insignalen

Förlusten, som skall minimeras i detta fall, är

$$V = y^2(t+k) + a(u(t) - u(t-1))^2 \quad (6.3.18)$$

Samma förfaringssätt som tidigare ger att regulatorn blir

$$u(t) = - \frac{G(q^{-1})}{(F(q^{-1})B(q^{-1}) + a/b_1 - a/b_1 q^{-1})} y(t) \quad (6.3.19)$$

6.3.3 Deadbeatregulator med straff på ändringen i utsignalen

Förlusten som skall minimeras i detta fall, kan skrivas

$$V = y^2(t+k) + a(y(t+k) - y(t))^2 \quad (6.3.20)$$

Samma förfaringssätt som tidigare ger att regulatorn blir

$$u(t) = - \frac{G(q^{-1}) - a/(1+a)}{F(q^{-1})B(q^{-1})} y(t) \quad (6.3.21)$$

Det bör observeras att det slutna systemet kan bli långsammare än det öppna systemet, beroende på valet av parametern a .

6.3.4 Deadbeatregulator med exponentiell nedgång

I detta fall skall den modifierade regulatorn ej minimera en förlust utan i stället uppfylla ett samband mellan den aktuella utsignalen och den påverkbara utsignalen.

$$y(t+k) = a y(t) \quad 0 < a < 1 \quad (6.3.22)$$

Genom att använda identiteten fås regulatorn som

$$u(t) = - \frac{G(q^{-1}) - a}{F(q^{-1})B(q^{-1})} y(t) \quad (6.3.23)$$

6.3.5 Deadbeatregulator med lång tidshorisont

Med denna regulator skall processens utsignal $y(t)$ ej slås ner vid tidpunkten $t+k$ utan först vid tidpunkten $t+k+m$ ($m > 0$). Samma identitet som tidigare används för att uttrycka utsignalen $y(t+k+m)$ som en funktion av gamla in- och utsignaler. Man får där

$$y(t+k+m) = G(q^{-1})y(t) + B(q^{-1})F(q^{-1})u(t+m) \quad (6.3.24)$$

Gradtalen för polynomen $G(q^{-1})$ och $F(q^{-1})$ är $n-1$ och $k+m-1$. Kravet att $y(t+k+m)=0$ medför att

$$0 = B(q^{-1})F(q^{-1})u(t+m) + G(q^{-1})y(t) \quad (6.3.25)$$

För att kunna bestämma insignalen vid tidpunkten t måste även kommande insignaler upptill tidpunkten $t+m$ bestämmas. Ett enkelt och naturligt sätt är att sätta alla insignalerna lika dvs $u(t) = u(t+1) = \dots = u(t+m)$.

Nu är det möjligt att beräkna insignalen och regulatorn blir följande

$$u(t) = - \frac{G(q^{-1})}{H(q^{-1})} y(t) \quad (6.3.26)$$

Polynomet $H(q^{-1})$ kan beräknas från polynomet $BF(q^{-1}) = B(q^{-1})F(q^{-1})$ på följande sätt:

$$h_0 = \sum_{j=0}^m b f_j$$

$$h_i = b f_{m+i} \quad i=1, \dots, (n+k-2)$$

Denna regulator påminner om regulatorn med straff på insignalen (6.3.17). I båda regulatorerna kan koefficienten för $u(t)$ göras stor, varvid små insignaler erhålles.

6.4 Enkla självinställande regulatorer

Inom klimatprocesser finns det ett flertal olinjära delprocesser vars dynamik kan försummas vid ett samplingsintervall av en minut. Exempel på sådana delprocesser är

- entalpiväxlare
- vattenblandning (ventiler)
- luftblandning (spjäll)

Då den totala klimatprocessens dynamik ligger i tidsområdet några minu-

ter är det knappast av intresse att reglera med ett samplingsintervall mindre än en minut. Ett mindre samplingsintervall skulle knappast leda till bättre reglering utan snarare till ökat slitage genom möjlighet till fler insignaländringar per tidsenhet.

Oftast är de olika störningar, som påverkar dessa processer, långsamma vilket ej heller berättigar att använda ett kort samplingsintervall.

Om ett kortare samplingsintervall används ökar antalet parametrar i regulatorn, när gamla insignaler ingår. Om den snabba dynamiken kan försummas med ett samplingsintervall på en minut, så kvarstår problemet med olinjäriteten.

Enda kravet på olinjäriteten kommer i fortsättningen att vara att den är en kontinuerlig inverterbar funktion. Detta innebär att varje insignal motsvaras av en utsignal och tvärtom. Vidare behöver olinjäriteten ej vara konstant i tiden utan långsamma variationer kan tillåtas.

Olinjäriteten medför att processförstärkningen kan variera en faktor 10-100. Så stora förstärkningsvariationer medför att en regulator med fixa parametrar får dimensioneras för högsta processförstärkningen. Regulatorn kommer att vara mycket långsam vid låga processförstärkningar.

Ett alternativ till en regulator med fixa parametrar är då att identifiera processförstärkningen i den aktuella arbetspunkten. Detta innebär att olinjäriteten approximeras med en rät linje i den aktuella arbetspunkten eller att olinjäriteten linjäriseras. Två parametrar måste bestämmas. Denna självinställande regulator med två parametrar kan betraktas som en PI-regulator, där förstärkningen och hela integraldelen bestäms. Denna regulator beskrivs mer ingående i avsnitt 6.4.1.

Regulatorn kan förenklas till en regulator med bara en parameter. Den senare regulatorn kan vara av P-typ eller I-typ. P-regulatorn kan vara lämplig när olinjäriteten endast är svagt olinjär och när totala kretsförstärkningen varierar långsamt med tiden. Analysen sker i avsnitt 6.4.2. I-regulatorn beskrivs och analyseras i avsnitt 6.4.3.

6.4.1 En självinställande regulator för statiska processer

Den statiska processen antas kunna beskrivas med en inverterbar funktion $f(x)$, som har följande egenskaper

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 & \text{för } x &= 0 \\ f(x) &> 0 & \text{för } x &> 0 \end{aligned} \quad (6.4.1)$$

Den statiska processen kan nu skrivas som

$$y(t+1) = f(u(t)) \quad (6.4.2)$$

Börvärdet $y_{bör}$ antas alltid vara positivt.

Den självinställande regulatorn använder sig av en enkel linjär modell av processen på formen

$$y(t+1) = a u(t) + b \quad (6.4.3)$$

Genom att anpassa modellen (6.4.3) till gamla in- och utsignaler, så kan modellparametrarna a och b skattas. Med dessa skattade parametrar $\hat{a}$ och $\hat{b}$, så kan modellekvationen användas för att beräkna en ny insignal. Det önskade värdet på utsignalen $y_{bör}$ ersätter utsignalen $y(t+1)$ i ekvation (6.4.3). Regulatorn blir då

$$u(t) = (y_{bör} - \hat{b})/\hat{a} \quad (6.4.4)$$

Identifieringen av parametrarna a och b sker genom att minimera en förlustfunktion $V(a,b)$. Förlustfunktionen anger summan av kvadraten på det vinkelräta avståndet till linjen (a,b) från de erhållna mätningarna av insignalen $u(t)$ och utsignalen $y(t)$. Kvadratroten på det vinkelräta avståndet från den räta linjen (a,b) till punkten $(y(t), u(t-1))$ kan skrivas som

$$d^2(a,b,y(t),u(t-1)) = \frac{(y(t) - au(t-1) - b)^2}{(a^2 + 1)} \quad (6.4.5)$$

Förlustfunktionen anger alltså hur väl som linjen (a,b) har kunnat an-

passats till mätdata. Förlustfunktionen kan nu skrivas som

$$V(a,b) = \sum_{i=1}^t \frac{(y(i)-au(i-1)-b)^2}{(a^2+1)} \quad (6.4.6)$$

eller

$$V(a,b) = \frac{1}{(a^2+1)} \sum_{i=1}^t \left[y^2(i) + a^2 u^2(i-1) + b^2 - 2ay(i)u(i-1) - 2by(i) + 2abu(i-1) \right] \quad (6.4.7)$$

De olika summorna av in- och utsignaler kan beräknas, vilket medför att förlustfunktionen $V(a,b)$ endast är en funktion av a och b . För att för- enkla skrivsättet ersätts alla summor med följande beteckningar

$$S_y^2 = \sum_{i=1}^t y^2(i)/N \quad (6.4.8)$$

$$S_u^2 = \sum_{i=1}^t u^2(i-1)/N \quad (6.4.9)$$

$$S_{yu} = \sum_{i=1}^t y(i) u(i-1)/N \quad (6.4.10)$$

$$S_y = \sum_{i=1}^t y(i)/N \quad (6.4.11)$$

$$S_u = \sum_{i=1}^t u(i-1)/N \quad (6.4.12)$$

Förlustfunktionen kan nu skrivas som

$$V(a,b) = \frac{N}{(a^2+1)} (S_y^2 + a^2 S_u^2 + b^2 - 2a S_{yu} - 2b S_y + 2ab S_u) \quad (6.4.13)$$

Ett nödvändigt villkor för minima är att

$$\frac{\partial V}{\partial a}(a,b)=0 \quad (6.4.14)$$

$$\frac{\partial V}{\partial b}(a,b)=0 \quad (6.4.15)$$

Derivering av $V(a,b)$ med avseende på a och b ger

$$\frac{\partial V}{\partial a}(a,b) = \frac{2N}{(a^2+1)^2} (a^2(Syu-bSu)+a(Su^2-Sy^2-b^2+2bSy)-Syu+bSu) \quad (6.4.16)$$

$$\frac{\partial V}{\partial b}(a,b) = \frac{2N}{(a^2+1)} (aSu-Sy+b) \quad (6.4.17)$$

Parametern b kan elimineras ur ekvationen (6.4.16) med hjälp av ekvationen (6.4.17). Man erhåller då följande ekvation av andra graden i $\hat{a}$.

$$\hat{a}^2 + 2p\hat{a} - 1 = 0 \quad (6.4.18)$$

där

$$2p = (Su^2 - (Su)^2 + (Sy)^2 - Sy^2) / (Syu - SySu) \quad (6.4.19)$$

De två lösningarna $\hat{a}$ kan skrivas som

$$\hat{a}_1 = -p - \sqrt{p^2 + 1} \quad (6.4.20)$$

$$\hat{a}_2 = -p + \sqrt{p^2 + 1} \quad (6.4.21)$$

Motsvarande värden på b erhålls lätt med ekvationen (6.4.17).

De två linjerna $(\hat{a}_1, \hat{b}_1)$ och $(\hat{a}_2, \hat{b}_2)$ är vinkelräta mot varandra då produkten $\hat{a}_1 \hat{a}_2 = -1$. Detta medför att de kommer att ha olika tecken. Tecknet till den önskade lösningen är oftast känt vilket medför att den rätta lösningen kan väljas efter tecknet. Den minimerande lösningen kan annars fås efter insättning i ekvationen (6.4.13).

Det är också möjligt att låta en av parametrarna a eller b vara fix och bestämma den andra.

Då olinjäriteten, börvärdet och belastningen kan variera i tiden måste gamla observationer av in- och utsignal glömmas så att summorna är aktuella. Detta kan ske på följande sätt för Sy_u :

$$Sy_u(t) = \lambda Sy_u(t-1) + (1-\lambda) y(t) u(t-1) \quad (6.4.22)$$

där $0 < \lambda < 1$

Värdet på λ får bestämmas beroende på hur snabbt processen skall följa referensvärdet. Utfallet av reglering kan också användas för att ändra på λ .

Vid reglering med små avvikelser från börvärdet och med små ändringar av insignaler kan det inträffa att identifieringen av parametrarna a och b misslyckas. Detta inträffar bland annat om

$$Sy_u = Sy_{Su} \quad (6.4.23)$$

vilket också kan tolkas som att insignalen $u(t-1)$ och utsignalen $y(t)$ är helt oberoende av varandra. Detta kan leda till stora insignaländringar och därmed också stora utsignaländringar. Ett sätt att undvika det senare är att begränsa insignaländringarna.

I stället för att använda det vinkelräta avståndet till en linje (a,b) vid minimeringen används ofta det lodräta avståndet. Detta medför att förlustfunktionen kan skrivas som

$$V(a,b) = \sum_{i=1}^t (y(i) - au(i-1) - b)^2 \quad (6.4.24)$$

eller med de tidigare använda summorna fås

$$V(a,b) = (Sy^2 + a^2 Su^2 + b^2 - 2aSy_u - 2bSy + 2abSu) N \quad (6.4.25)$$

Nödvändigt krav på minima är följande:

$$\frac{\partial V}{\partial a}(a,b)=0 \quad (6.4.26)$$

$$\frac{\partial V}{\partial b}(a,b)=0 \quad (6.4.27)$$

Efter derivation av förlustfunktionen $V(a,b)$ fås att

$$Su^2a + Sub - Syu = 0$$

$$Sua + b - Sy = 0$$

vilket också är ekvivalent med ekvationssystemet

$$\begin{bmatrix} Su^2 & Su \\ Su & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Syu \\ Su \end{bmatrix} \quad (6.4.28)$$

Ett tillräckligt krav för att lösningen till ekvationssystemet (6.4.28) ovan är ett minima, är att andraderivatamatrisen är positivt definit. Derivering ger att

$$\frac{\partial^2 V}{\partial a^2} = 2Su^2 \quad (6.4.29)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial a \partial b} = 2Su \quad (6.4.30)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial b^2} = 2 \quad (6.4.31)$$

Andra matrisen kan nu skrivas som

$$2 \begin{bmatrix} Su^2 & Su \\ Su & 1 \end{bmatrix}$$

då $Su^2 > 0$ och $Su^2 - (Su)^2 > 0$ så är alltså andra matrisen alltid positivt definit.

6.4.2 En självinställande P-regulator

Denna regulator erhålls som ett specialfall av föregående, då parametern $b=0$. I detta fall antas att processen kan linjäriseras till uttrycket

$$y(t+1) = au(t) \quad (6.4.32)$$

Regulatorn fås som

$$u(t) = y_{bör} / \hat{a} \quad (6.4.33)$$

Parametern $\hat{a}$ bestäms med samma ekvation som tidigare

$$\hat{a}^2 + 2p\hat{a} - 1 = 0 \quad (6.4.34)$$

där

$$p = \frac{Su^2 - Sy^2}{2Syu} \quad (6.4.35)$$

Om istället endast kvadraten på det lodräta avståndet till linjen $(a,0)$ minimeras fås förlustfunktionen

$$V(a,0) = \sum_{i=1}^t (y(i) - au(i-1))^2 \quad (6.4.36)$$

eller med tidigare använda summor

$$V(a,0) = Sy^2 - 2aSyu + a^2Su^2 \quad (6.4.37)$$

Ett nödvändigt krav för minima är

$$\frac{\partial V}{\partial a}(a,0) = 0 \quad (6.4.38)$$

eller

$$-2Syu + 2aSu^2 = 0 \quad (6.4.39)$$

dvs

$$\hat{a} = \frac{Syu}{Su^2} \quad (6.4.40)$$

Ett tillräckligt krav för minima är dessutom att

$$\frac{\partial^2 V}{\partial a^2}(a, 0) > 0 \quad (6.4.41)$$

eller

$$2Su^2 > 0 \quad (6.4.42)$$

Denna regulator är lämplig att använda vid svaga olinjäriteter där i stället den totala kretsförstärkningen varierar mycket men långsamt i tiden. Om processen är starkt olinjär måste parametern a ändras betydligt för att önskat resultat skall uppnås (t.ex. vid en börvärdesändring).

Den sista regulatorns beräkningar som görs vid varje sampling kan sammanfattas till följande:

$$\begin{cases} Su^2(t) = \lambda Su^2(t-1) + (1-\lambda) u^2(t-1) \\ Syu(t) = \lambda Syu(t-1) + (1-\lambda) y(t)u(t-1) \\ 0 < \lambda < 1 \\ \hat{a}(t) = Syu(t)/Su^2(t) \\ u(t) = y_{bör}/\hat{a}(t) \end{cases} \quad (6.4.43)$$

6.4.3 En självinställande I-regulator

Denna regulator kan ersätta den tidigare regulatorn med två parametrar. Samma egenskaper kan erhållas genom att linjärisera processen kring ak-

tuellt börvärde och insignalnivå. Endast en parameter a bestäms. Den anger den lokala processförstärkningen och den är identisk med den tidigare parametern a i avsnitt 6.4.1. Följande processmodell används

$$y(t+1) - y(t) = a(u(t) - u(t-1)) \quad (6.4.44)$$

Regulatorn fås enkelt som

$$u(t) = u(t-1) - (y(t) - y_{bör})/\hat{a} \quad (6.4.45)$$

Skattningen av parametern a kan ske med de två tidigare använda metoderna. Minimering av det vinkelräta avståndet ger två lösningar med andragradsekvationen

$$\hat{a}^2 + 2p\hat{a} - 1 = 0 \quad (6.4.46)$$

där

$$p = \frac{S \Delta u^2 - S \Delta y^2}{2S \Delta y \Delta u} \quad (6.4.47)$$

Lösningen med rätt tecken väljs ut. Alternativt kan förlustfunktionens värde beräknas för de två lösningarna och den lösning, som ger den minsta förlustfunktionen, kan väljas ut.

Metoden med minimering av det lodräta avståndet ger följande lösning

$$\hat{a} = \frac{S \Delta y \Delta u}{S \Delta u^2} \quad (6.4.48)$$

De tre förekommande summorna är här följande:

$$S \Delta y^2 = \sum_{i=0}^t (y(t) - y(t-1))^2 \quad (6.4.49)$$

$$S \Delta u^2 = \sum_{i=0}^t (u(t-1) - u(t-2))^2 \quad (6.4.50)$$

$$S \Delta y \Delta u = \sum_{i=0}^t (y(t) - y(t-1))(u(t-1) - u(t-2)) \quad (6.4.51)$$

Den sista regulatorns beräkningar som görs vid varje sampling kan sammanfattas till följande:

$$\begin{aligned} S \Delta u^2(t) &= \lambda S \Delta u^2(t-1) + (1-\lambda)(u(t-1) - u(t-2))^2 \\ S \Delta y \Delta u(t) &= \lambda S \Delta y \Delta u(t-1) + (1-\lambda)(y(t) - y(t-1))(u(t-1) - u(t-2)) \\ 0 &< \lambda < 1 \\ \hat{a}(t) &= S \Delta y \Delta u(t) / S \Delta u^2(t) \\ u(t) &= u(t-1) - (y(t) - y_{bör}) / \hat{a}(t) \end{aligned} \quad (6.4.52)$$

6.5 Tillfrånreglering

Detta är en ofta förekommande typ av reglering, som också benämns onoff- eller tvålägesreglering. Insignalen kan endast anta två värden. Reglering med en kontinuerlig insignal kan ofta vara teknisk svårt och kostnadskrävande, medan tillfrånreglering är tekniskt enkel och billig, vilket är ett av skälen varför den är så vanligt förekommande. Ett annat skäl är att tillfrånreglering ger tillräcklig styrenoggrannhet för en del klimatprocesser.

Teoretisk analys försvåras av att tillfrånfunktionen är en olinjäritet. Vissa typer av problem kan lösas analytiskt men detta är ofta mycket arbetskrävande.

Den vanligaste formen av tillfrånreglering är ren tillfrånreglering, där insignalens värde bestäms av enbart utsignalelets tecken. En enkel modell analyseras i avsnitt 6.5.1.

Denna tillfrånregulator kan förbättras något om även derivatan av utsignalen ingår vid bestämning av insignalen. Samma modell som i avsnitt 6.5.1 analyseras i avsnitt 6.5.2.

Om processen innehåller en tidsfördröjning, som är större än den domi-

nerande tidskonstanten, så kommer ren tillfrånreglering ej att vara tillfredsställande. Med en modell av processen kan däremot tillfrånregleringen förbättras. Modellen används för att prediktera utsignalen och insignalen väljs därefter så att felet blir så litet som möjligt. Detta beskrivs i avsnitt 6.5.3.

Ett annat sätt att förbättra tillfrånreglering är att pulslängdsmodulera insignalen. Detta är ett sätt att implementera en tillfrånsignal så att den verkar vara kontinuerlig. Insignalens tilltid är proportionell mot den önskade kontinuerliga insignalen och den totala periodlängden. Hur den maximala pulslängden skall väljas med tanke på processens dynamik analyseras i avsnitt 6.5.4.

6.5.1 Proportionell tillfrånreglering

Avsikten med detta avsnitt är att visa hur proportionell tillfrånreglering uppför sig för en enkel modell. Börvärdet och en modellparameter varierar. Periodtid, största och minsta värde för utsignalen beräknas.

Tillfrånreglering är en olinjär återkoppling, vilket medför att endast enklare modeller kan analyseras. En sådan modell är ett första ordningens system med tidsfördröjning. Något som underlättar analysen är att genomföra den i kontinuerlig tid. I diskret tid så påverkas tillfrånregleringen av samplingsintervallet. Modellens överföringsfunktion antas vara följande

$$G(s) = \frac{e^{-s}}{sT+1} \quad (6.5.1)$$

För att underlätta analysen antas att modellens förstärkning är ett och att dess tidsfördröjning är en tidsenhet. Insignalen $u(t)$ kan endast anta värdena noll och ett, vilket motsvarar just från och till. Utsignalen betecknas $y(t)$ och dess börvärde $y_{bör}$. Med ledning av modellen (6.5.1) så kan utsignalen $y(t)$ skrivas som

$$y(t) = e^{-t/T} y(0) + \int_0^{t-1} e^{-(t-1-s)/T} u(s) ds/T \quad (6.5.2)$$

Insignalen $u(t)$ ges av tillfrånregulatorn nedan

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{om } y(t) - y_{\text{bör}} < 0 \\ 0 & \text{om } y(t) - y_{\text{bör}} > 0 \end{cases} \quad (6.5.3)$$

Börvärdet $y_{\text{bör}}$ antas också ligga i samma intervall som utsignalen $y(t)$.

Då insignalen $u(t)$ bara kan anta två värden så kommer utsignalen $y(t)$ alltid att svänga stabilt för ett visst börvärde. Periodtid, största och minsta värde för utsignalen $y(t)$ kan beräknas som en funktion av börvärdet $y_{\text{bör}}$ och modellens tidskonstant T .

För den stabila självsvängningen antas att insignalen $u(t)$ är till t_1+1 tidsenheter och från t_2+1 tidsenheter. Utsignalens största och minsta värde antas vara y_{max} och y_{min} . En självsvängningsperiod för utsignalen $y(t)$ kan nu skrivas som

$$y_1(t) = 1 - (1 - y_{\text{min}}) e^{-t/T} \quad 0 < t < t_1 + 1 \quad (6.5.4)$$

$$y_2(t) = y_{\text{max}} e^{-t/T} \quad t_1 + 1 < t < t_1 + t_2 + 2 \quad (6.5.5)$$

De fyra okända parametrarna y_{min} , y_{max} , t_1 och t_2 kan bestämmas genom att utnyttja kontinuitet för självsvängningen och omslagspunkten i tillfrånregleringen.

$$y_1(t_1 + 1) = y_{\text{max}} \quad (6.5.6)$$

$$y_2(t_1 + t_2 + 2) = y_{\text{min}} \quad (6.5.7)$$

$$y_1(t_1) = y_{\text{bör}} \quad (6.5.8)$$

$$y_2(t_1 + t_2 + 1) = y_{\text{bör}} \quad (6.5.9)$$

Tillfrånperioden är nu helt bestämd. Hysteres i tillfrånfunktionen kan analyseras enkelt genom att öka börvärdet i ekvation (6.5.8) med hysteresen och genom att minska börvärdet i ekvation (6.5.9) med hysteresen. Skillnaden mellan det största och minsta värdet för en självsvängning

kan beräknas med följande formel

$$y_{\text{diff}} = y_{\text{max}} - y_{\text{min}} = 1 - e^{-1/T} \quad (6.5.10)$$

Tillfrånreglering tolkas ibland som en P-regulator med oändlig förstärkning. Ett system, som är återkopplat med en regulator med oändlig förstärkning, har inget medelfel mellan utsignalens är- och börvärde. Detta gäller emellertid ej för tillfrånreglering, då insignalen är begränsad. Man erhåller alltså ett medelfel vid tillfrånreglering. Medelvärdet för självsvängningen kan enkelt beräknas till följande genom att utnyttja insignalen och att modellen är linjär och dess förstärkning är ett.

$$y_{\text{med}} = (t_1 + 1) / (t_1 + t_2 + 2) \quad (6.5.11)$$

I figur 6.5.1 finns medelfelet $y_{\text{med}} - y_{\text{bör}}$ uppritat som funktion av börvärdet $y_{\text{bör}}$ och för några olika värden på tidskonstantan T . De olika kurvorna visar att vid små och stora börvärden så blir felet störst. Felet är noll vid halv last dvs när tilltiden är lika med fräntiden.

6.5.2 Proportionell och deriverande tillfrånreglering

Avsikten med detta avsnitt är att visa att derivering av utsignalen ej förbättrar tillfrånregleringen nämnvärt. Samma modell, som analyserats i avsnitt 6.5.1, skall även användas här. Tillfrånperioden kan minskas genom att införa derivering av utsignalen. Samtidigt minskar även skillnaden mellan maximi- och minimivärdena för utsignalen. Derivatans betecknas $\dot{y}(t)$ och regulatorn innehåller nu även en parameter b , som skall bestämmas. Regulatorn kan skrivas som

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{om } f(t) \leq 0 \\ 0 & \text{om } f(t) > 0 \end{cases} \quad (6.5.12)$$

Här är

$$f(t) = y(t) - y_{bör} + b \cdot \dot{y}(t) \quad (6.5.13)$$

Att alltför stor derivering medför att tillfrånregleringen blir sämre inses av följande exempel. Antag att regulatorparametern $b=T$, då blir det öppna systemets överföringsfunktion för den linjära delen följande

$$G(s) = \frac{e^{-s}}{(sT+1)} (sT+1) = e^{-s}$$

Detta innebär att insignalen $u(t)$ kan skrivas som

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{om } u(t-1) = 0 \\ 0 & \text{om } u(t-1) = 1 \end{cases}$$

Av det sista uttrycket framgår det att processens insignal har blivit helt oberoende börvärdet $y_{bör}$. Processen kan sägas ha blivit helt o-kontrollerbar genom att deriveringen har gjorts alltför stor.

Då modellen har en tidsfördröjning på en tidsenhet, så kan den kortaste till- och fråntiden aldrig understiga en tidsenhet. Genom att välja parametern b lämpligt så kan den kortaste till- eller fråntiden göras lika med en tidsfördröjning. Detta innebär att om $y_{bör} > 0.5$ så skall fråntiden göras lika med en tidsenhet och tilltiden längre än en tidsenhet. Tvärtom blir det för $y_{bör} < 0.5$. För $y_{bör} = 0.5$ så kan både till- och fråntiden göras lika med en tidsenhet.

För att beräkna en självsvängningsperiod så antas att $y_{bör} > 0.5$, att tilltiden är t_1+1 tidsenheter och att fråntiden är 1 tidsenhet. För att frånperioden skall vara exakt en tidsenhet så måste funktionen $f(t) > 0$ vara i intervallet (t_1, t_1+1) . Om $b < T$ så finner man att funktionen $f(t)$ är monoton växande i intervallet $(0, t_1+1)$ och monotont avtagande i intervallet (t_1+1, t_1+2) . Vidare så är $f(t)$ diskontinuerlig i tidpunkterna $0, t_1+1, t_1+2$ osv.

Då funktionen $f(t)$ är monotont växande i intervallet $(0, t_1+1)$ så måste följande gälla vid omslag från till till från:

$$f(t_1) = 0 \quad (6.5.14)$$

Vidare gäller det för den andra omslagpunkten (t_1+1+0) att

$$f(t_1+1+0) \leq 0 \quad (6.5.15)$$

Då det är önskvärt att derivera så lite som möjligt så ersätts olikheten med likhet (funktionen $f(t)$ avtar med ökande b i intervallet (t_1+1, t_1+2)). Kravet blir nu

$$f(t_1+1+0) = 0 \quad (6.5.16)$$

Självsvängningens förlopp kan nu beräknas med omslagsekvationerna (6.5.14) och (6.5.16) och med de två kontinuitetsekvationerna (6.5.6) och (6.5.7). Regulatorparametern b kan beräknas till följande

$$b = T(1 - e^{-1/T})(1 - y_{bör}) \quad (6.5.17)$$

Därefter beräknas de övriga parametrarna såsom y_{min} , y_{max} , t_1 och y_{med} .

$$y_{max} = y_{bör} / (1 - b/T) \quad (6.5.18)$$

$$y_{min} = y_{max} e^{-1/T} \quad (6.5.19)$$

$$t_1 = T \ln((1 - y_{min}) / (1 - y_{max})) \quad (6.5.20)$$

$$y_{med} = (t_1 + 1) / (t_1 + 2) \quad (6.5.21)$$

I figur 6.5.1 har medelfelet $y_{med} - y_{bör}$ uppritats för den proportionella och deriverande regulatorn som funktion av $y_{bör}$ och för några olika tidskonstanter T . Regulatorparametern b har beräknats enligt ekvation (6.5.17). I figur 6.5.2 har medelfelet uppritats som en funktion av $y_{bör}$ och för några olika fixa regulatorparametrar b och enligt ekvation (6.5.17). Kurvorna visar att om deriveringen görs för stor så blir processen okontrollerbar. Skillanden mellan ingen derivering och optimal derivering är liten.

6.5.3 Tillfrånreglering med utnyttjande av processmodell

Analysen i avsnitten 6.5.1 och 6.5.2 visar att tillfrånreglering ej blir bra om enbart utsignalens aktuella värde och derivata utnyttjas. Resultatet skulle inte bli bättre om regleringen gjordes i diskret tid. När en process innehåller en tidsfördröjning så kan regleringen förbättras avsevärt genom att använda sig av en processmodell och genom att använda ett kort samplingsintervall, som delar upp tidsfördröjningen i flera delar.

Modellen för processen antas att kunna skrivas på formen

$$y(t) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t-k-1) \quad (6.5.22)$$

Den motsvarande regulatorn blir

$$u(t) = - \frac{G(q^{-1})}{B(q^{-1})F(q^{-1})} y(t) \quad (6.5.23)$$

Detaljerna återfinnes i avsnitt 6.3. Skillnaden mot tidigare är att insignalen $u(t)$ ej är kontinuerlig utan kan endast anta två värden noll och ett. Den slutliga regulatorn fås genom att välja ett av de två värdena, som regulatorn (6.5.23) kommer närmast.

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{om } u(t) \geq 0.5 \\ 0 & \text{om } u(t) < 0.5 \end{cases} \quad (6.5.24)$$

6.5.4 Pulslängdsmodulerad tillfrånreglering

I föregående avsnitt 6.5.3 förbättrades tillfrånregleringen genom att använda en processmodell och ett kort samplingsintervall. En nackdel med denna typ av reglering är att insignalens medelvärde över några samplingsintervall endast kan anta några få värden. Detta kan leda till mindre självsvängningar. I detta avsnitt skall insignalen utformas så att den kan betraktas som kontinuerlig. Detta sker genom att pulslängds-

modulera insignalen.

En pulslängdsmodulerad signal kan ersätta en kontinuerlig insignal, som kan anta alla värden mellan från och till, om periodtiden t_p väljs lämpligt i förhållande till processens dynamik. Den pulslängdsmodulerade insignalen $u_p(t)$ fås genom följande konvertering av den kontinuerliga insignalen $u(t)=u_0$, som kan anta värden i intervallet $(0,1)$.

$$u_p(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < u_0 t_p \\ 0 & t_p u_0 \leq t < t_p \end{cases} \quad (6.5.25)$$

För att förenkla beräkningarna så antas att periodtiden $t_p=1$ tidsenhet. Den pulslängdsmodulerade insignalen $u_p(t)$ och den normala $u(t)=u_0$ har båda samma medelvärde, vilket medför att även utsignalen kommer att ha samma medelvärde, om processen är linjär. Den pulslängdsmodulerade insignalen kan däremot ge upphov till oscillationer i utsignalen, om processens dynamik är snabb i förhållande till periodtiden. Hur stort felet kan vara mellan de två utsignalerna härrörande från reglering med kontinuerlig insignal och pulslängdsmodulerad insignal kan beräknas för ett första ordningens system. Systemets differentialekvation antas vara

$$T\dot{x}(t) = -x(t) + u(t) \quad (6.5.26)$$

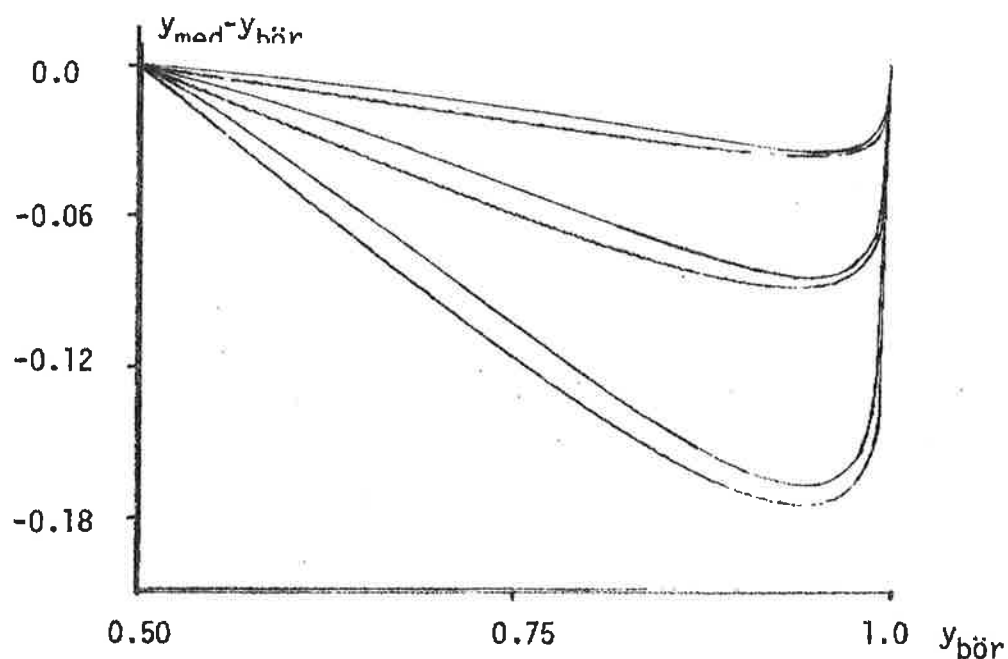
Lösningen till denna differentialekvation kan skrivas

$$x(t) = e^{-(t-t_0)/T} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{-(t-s)/T} u(s) ds/T \quad (6.5.27)$$

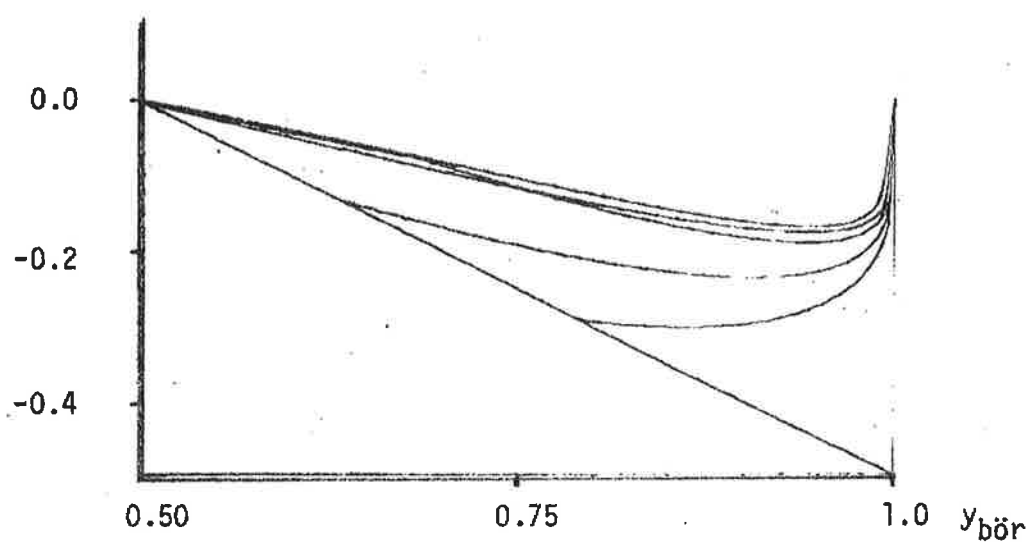
Skillnaden f mellan de två utsignalerna i samplingsögonblicket kan i stationärt tillstånd beräknas till

$$f = e^{1/T} - \int_0^1 e^{-(1-s)/T} (u_0 - u_p(s)) ds/T \quad (6.5.28)$$

Enkla beräkningar ger att integralen blir



Figur 6.5.1 Medelfelet vid tillfrånreglering utan och med derivering som funktion av börvärdet $y_{bör}$ och för några olika tidskonstanter $T=1, 3$ och 10 tidsenheter. De nedre kurvorna i varje kurvpar gäller för medelfelet utan derivering.



Figur 6.5.2 Medelfelet vid tillfrånreglering med olika grad av derivering ($b=0., 0.2, 0.4, 0.5, 1.0$ och optimalt) som funktion av börvärdet $y_{bör}$ och för tidskonstanten $T=1$ tidsenhet. Ordningsföljden är uppifrån räknat vid $y_{bör}=0.9$ optimalt b , $b=0.0$, $b=0.2$, $b=0.4$, $b=0.5$ och $b=1..$

$$I = u_0 - u_0 e^{-1/T} - e^{-(1-u_0)/T} + e^{-1/T} \quad (6.5.29)$$

Felet kan nu skrivas som

$$f = -I/(1 - e^{-1/T}) \quad (6.5.30)$$

Integralen I och uttrycket $1 - e^{-1/T}$ kan approximeras för stora tidskonstanter T . Felet blir approximativt

$$f \approx -u_0(1 - u_0)/2T$$

Att felet alltid är negativt beror på att pulslängdsmoduleringen börjar med till och avslutas med från. Av det approximativa uttrycket för felet framgår det att felet är mindre än 1% om tidskonstanten T är större än 12.5 tidsenheter.

Det är uppenbart att för tillfrånreglerade klimatprocesser, som inte innehåller några mekaniskt rörliga delar, kan den maximala pulslängden göras hur liten som helst. Detta är t.ex. fallet vid tyristorreglering av elvärmare. Exempel på motsatsen där det inte går att göra är t.ex. vid processer med magnetventiler eller processer, där reläer ingår. Pulslängden blir i dessa senare fall en kompromiss mellan livslängd och reglernoggrannhet.

6.6 Kvotregulatorn

6.6.1 Regulatoridé

Det finns ett flertal klimatprocesser, där kravet på reglernoggrannhet ej är stort. Kravet kan i dessa fall anges som att medelfelet skall vara litet, helst noll och mindre kortvariga fel kan tolereras i synnerhet om den efterföljande dynamiken är starkt dämpande. De stora belastningsvariationerna eller störningarna är ofta långsamma, varför det kan vara möjligt att använda en enkel regulator. Tänkbara regulatorer är P-I-, PI- och självinställande regulatorer. En nackdel med alla dessa är att vissa regulatorparametrar skall ges eller vissa beräkningar skall genomföras. En enkel parameterfri regulator, som kan reglera medelfelet

till noll, är följande regulator:

$$u(t) = u(t-1) y_{bör}/y(t) \quad (6.6.1)$$

Denna regulator benämns i fortsättningen kvotregulatorn. Ett nödvändigt krav för att kvotregulatorn skall fungera är att insignalen $u(t) > 0$ för alla t och att kvoten $y_{bör}/y(t) > 0$ för alla t . Kvotregulatorn har inget stationärt fel. Detta framgår av regulatorekvationen (6.6.1), då $u(t) = u(t-1)$ i stationärt tillstånd, vilket medför att $y(t) = y_{bör}$.

Idén med regulatorn är att uppskatta den statiska förstärkningen för en process med kvoten $y(t)/u(t-1)$. Uppskattningen blir exakt i stationärt tillstånd. Men den på detta sätt uppskattade statiska förstärkningen kan den önskade insignalen $u(t)$ beräknas med hjälp av det önskade börvärdet $y_{bör}$.

Detta kan demonstreras för en statisk linjär process.

$$y(t) = a u(t-1)$$

Regulatorn blir nu

$$u(t) = \frac{u(t-1)y_{bör}}{a u(t-1)} = y_{bör}/a$$

Parametern a är just den statiska förstärkningen.

Reglering med kvotregulatorn kan bli instabil eller mycket långsam, om utsignalen i regulatorn ej är proportionell mot insignalen. Uppskattningar av processförstärkningen blir då felaktig. Utsignalens ärvärde $y(t)$, som ingår i regulatorn bör alltså ej vara något absolut mätvärde (t.ex. någon lufttemperatur) utan istället ett mätvärde proportionellt mot insignalen, t.ex. temperaturökningen hos luften. Detta medför att utsignalens börvärde istället blir ett värde på t.ex. önskad temperaturökning.

Ett exempel är tillufttemperaturreglering med en luftvärmare. Genom att mäta lufttemperaturen före värmaren $z(t)$ och efter värmaren $y(t)$, kan

regulatorn modifieras till följande

$$u(t) = u(t-1) \frac{y_{bör} - z(t)}{y(t) - z(t)} \quad (6.6.2)$$

Att utnyttja lufttemperaturen före värmaren $z(t)$, är ingenting annat än framkoppling. Det gäller fortfarande att kvoten $(y_{bör} - z(t))/y(t) - z(t) > 0$ för alla t . Utsignalen $y(t)$, som ingår i regulatorn, behöver ej vara ett mätvärde i en viss tidpunkt utan kan istället vara ett medelvärde över en viss tidsperiod under vilket insignalen $u(t)$ är konstant. Detta är lämpligt vid pulslängdsmodulering av insignalen, som medför att utsignalen kan variera periodiskt. Ett enda mätvärde under en sådan period kan vara direkt missvisande.

Kvotregulatorns uppskattning av processförstärkningen kan även tolkas som en urartad identifiering med minsta kvadratmetoden, i vilken glömskefaktorn $\lambda = 0$. Förstärkningen för en statisk process identifieras som

$$g(t) = \frac{P(t)}{S(t)}$$

där

$$P(t) = \lambda P(t) + y(t) u(t-1)$$

och

$$S(t) = \lambda S(t) + u^2(t-1)$$

Med $\lambda = 0$ fås den statiska förstärkningen som

$$g(t) = \frac{y(t) u(t-1)}{u^2(t-1)} = \frac{y(t)}{u(t-1)}$$

6.6.2 Stabilitet

Naturliga frågor rörande kvotregulatorn är följande:

För vilka statiska processer är kvotregulatorn stabil?

För vilka linjära dynamiska processer är kvotregulatorn stabil?

Sats 1

Kvotregulatorn $u(t)=u(t-1)y_{bör}/y(t)$ är lokalt stabil i en omgivning av jämviktspunkten $(u_{bör}, y_{bör})$ om processen $y(t) = f(u(t-1))$ uppfyller $0 < f'(x) x/f(x) < 2$ för alla $x > 0$.

Bevis

Linjärisera regulatorn kring jämviktspunkten.

$$u_{bör} + du(t) = (u_{bör} + du(t-1)) \frac{y_{bör}}{(y_{bör} + f'(u_{bör}) du(t-1))}$$

För små avvikelser kring jämviktspunkten fås att

$$du(t) + du(t-1) \left(-1 + \frac{f'(u_{bör}) u_{bör}}{f(u_{bör})} \right) = 0$$

Detta är en första ordningens differensekvation. Kravet på stabilitet är då att

$$-1 < \frac{f'(u_{bör}) u_{bör}}{f(u_{bör})} - 1 < 1$$

eller att

$$0 < \frac{f'(u_{bör}) u_{bör}}{f(u_{bör})} < 2$$

Anmärkning 1

Då insignalen $u(t)$ och utsignalen $y(t)$ ej får byta tecken, medför detta att funktionen f är monotont avtagande eller växande.

Anmärkning 2

Kvotregulatorn är lokalt stabil för följande olinjära process $y(t) = au^p(t-1)$ om

$$0 < \frac{a p u^{p-1}(t-1) u(t-1)}{a u^p(t-1)} < 2 \iff 0 < p < 2$$

Sats 2

Kvotregulatorn $u(t)=u(t-1)y_{bör}/y(t)$ är globalt stabil om processens olinjäritet $f(x)$ uppfyller kravet

$$0 < f'(x)x/f(x) < 2 \quad \text{för alla } x > 0$$

Bevis

Med ledning av anmärkning 2 i föregående sats finner man att processens olinjäritet $f(x)$ kan begränsas på följande sätt

$$ax^2 < f(x) < y_{bör} \quad \text{för } x < x_{bör}$$

$$y_{bör} < f(x) < ax^2 \quad \text{för } x > x_{bör}$$

Jämviktspunkten är $(x_{bör}, y_{bör})$. Olinjäriteten är instängd mellan en rät linje $y=y_{bör}$ och en parabel $y=ax^2$. Parametern a fås av sambandet $y_{bör} = ax_{bör}^2$.

Regulatorn kan tolkas som en iterativ metod att lösa ekvationen $f(x) - y_{bör} = 0$ med formeln $x_{n+1} = x_n y_{bör} / f(x_n)$.

Antag att $x_1 > x_{bör}$. För nästa värde x_2 gäller att

$$x_{bör} \leq x_2 < x_1 \quad (\text{intervall 1})$$

eller

$$\frac{x_{bör}^2}{x_1} < x_2 \leq x_{bör} \quad (\text{intervall 2})$$

Om $x_2 = x_{bör}$ så har algoritmen konvergerat. Om x_2 ligger i intervall 1 så gör en ny iteration (intervallet har minskat). Om x_2 ligger i intervall 2 så kan nästa iteration ge som resultat att

$$x_{bör} < x_3 < x_{bör}^2/x_2 \quad (\text{intervall 1})$$

eller

$$x_2 < x_3 < x_{bör} \quad (\text{intervall 2})$$

Om $x_3 = x_{bör}$ så är iterationen klar. På samma sätt som tidigare så görs en ny iteration, om x_3 ligger kvar i intervall 2. Om x_3 ligger i intervall 1, så kan den övre gränsen skrivas som

$$x_3 < \frac{x_{bör}^2}{x_2} < x_1$$

genom att utnyttja att x_2 uppfyller olikheten

$$x_2 > \frac{x_{bör}^2}{x_1}$$

eller

$$x_1 > \frac{x_{bör}^2}{x_2}$$

Alltså konvergera x_i mot $x_{bör}$ och därmed är det slutna systemet globalt stabilt.

Anmärkning 1

Observera att olinjäriteten $f(x)$ måste fortfarande uppfylla kravet på att $0 < f'(x)x/f(x) < 2$. Det räcker ej med att olinjäriteten $f(x)$ kan stängas mellan en rät linje $y = y_{bör}$ och en parabel $y = ax^2$ för alla $x > 0$.

Sats 3

Kvotregulatorn är stabil för ett linjärt samplat system i en omgivning av jämviktspunkten $(u_{bör}, y_{bör})$ om serieutvecklingen av processens pulsöverföringsfunktion uppfyller följande krav:

$$H(z) = h_0 + h_1 z^{-1} + h_2 z^{-2} + \dots$$

$$h_0 = 0$$

$$h_1 > 0.5$$

$$h_i = 0 \quad i=2,3,\dots$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} h_i = 1$$

Bevis

Regulatorn och processekvationen linjäriseras kring jämviktspunkten. Det slutna systemets karakteristiska ekvation för insignalen $u(t)$ fås som

$$z-1+zH(z)=0$$

Kravet på stabilitet är att alla ekvationens nollställen ligger inuti enhetscirkeln. Då funktionen $H(z)$ ej är analytisk i origo, görs följande transformation $z=w^{-1}$. Den karakteristiska ekvationen kan nu skrivas som

$$w^{-1} - 1 + r_1 + r_2 w + r_3 w^2 + \dots = 0$$

Genom att dela upp ekvationen i två funktioner $F(w)$ och $G(w)$ och att tillämpa Rouches sats, som säger att funktionen $F(w)$ och summan $F(w) + G(w)$ har samma nollställen i området D om $\|F(z)\| > \|G(z)\|$ på randen till D . I detta fall gäller det att visa att $F(w)$ och $F(w)+G(w)$ ej har något nollställe inuti eller på enhetscirkeln. Funktionen $F(w)$ och $G(w)$ har valts som

$$F(w) = w^{-1} - 1 + r_1$$

$$G(w) = r_2 w + r_3 w^2 + \dots$$

Funktionen $F(w)$ har ett nollställe utanför enhetscirkeln och har en pol i origo. Denna pol påverkar ej tillämpningen av Rouches sats, då även summafunktionen $F(w)+G(w)$ har en pol i origo. Funktionen $F(w)$ kan på enhetscirkeln uppskattas till att $\|F(a)\| \geq r_1$. Genom att utnyttja att alla $r_i \geq 0$ kan funktionen $G(w)$ uppskattas till följande

$$\|G(w)\| \leq \sum_{i=2}^{\infty} h_i = 1 - h_1$$

Stabilitetskravet blir då att

$$h_1 > 1 - h_1$$

$$h_1 > 0.5$$

Anmärkning 1

Kravet att $h_0=0$ innebär att utsignalen $y(t)$ ej får bero av insignalen $u(t)$ annars är processen fysikaliskt orealistisk.

Anmärkning 2

Kravet att alla $h_i \geq 0$ innebär att processen kan betraktas som ett flödessystem och har ett monotont stegsvar.

Anmärkning 3

Kravet att $h_1 > 0.5$ innebär att utsignalen skall anta mer än hälften av sitt slutvärde vid i första mätpunkten efter ett steg i insignalen.

Följande sats visar att kravet $h_1 > 0.5$ är starkt. Processen antas här vara ett första ordningens samplat system.

Sats 4

Kvotregulatorn $u(t)=u(t-1)y_0/y(t)$ är stabil för en första ordningens samplad process med pulsöverföringsfunktionen $H(z)=(1-a)/(z-a)$ i en omgivning av jämviktspunkt $(u_{bör}, y_{bör})$ för alla $0 < a < 1$.

Bevis

Analogt med beviset för satsen fås att den karakteristiska ekvationen för insignalen $u(t)$ för det slutna systemet är

$$z-1+z(1-a)/(z-a)=0$$

Nollställena kan beräknas som

$$\lambda = a \pm \sqrt{a^2 - a}$$

Det slutna systemet är stabilt, då nollställena ligger inuti enhetscirkeln.

Anmärkning 1

Nollställena är komplexkonjugerade om $0 < a < 1$, vilket innebär att det slutna systemet är oscillativt.

Anmärkning 2

Realdelen hos nollställena är densamma som hos det öppna systemet, vilket innebär att det slutna systemets utsignal har långsammare insvängningsförlopp än det öppna systemet.

Anmärkning 3

Gemensamt med föregående sats är att $h_i \geq 0$ för alla i . Att processen är av första ordning medför vidare att $h_1 > h_{i+1}$ för alla i . I föregående sats var kravet endast att $h_1 > 0.5$ och därmed $h_1 > h_i$ för alla $i \geq 2$.

Hur insvängningsförloppet blir för en första ordningens samplad process återges i figur 6.6.1. Processens pulsöverföringsfunktion är $H(z) = (1-a)/(z-a)$ med värdena 0.5, 0.75, 0.9, 0.95, 0.975 och 0.99 på parametern a .

I nästa sats behandlas en process, där utsignalen endast beror av de två senaste insignalerna.

Sats 5

Kvotregulatorn $u(t) = u(t-1)y_{bör}/y(t)$ är stabil i en omgivning av jämviktspunkten $(u_{bör}, y_{bör})$ för processen med pulsöverföringsfunktionen $H(z) = (1-b)z^{-1} + bz^{-2}$ $0 \leq b < 1$.

Bevis

På analogt sätt som i föregående bevis fås den karakteristiska ekvationen för insignalen till följande

$$z-1+z((1-b)z^{-1}+bz^{-2})=0$$

Nollställena fås som

$$\lambda = \frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} - b}$$

Det slutna systemet är alltid stabilt för $0 \leq b < 1$.

Anmärkning 1

Detta specialfall visar att parametern h_1 behöver ej vara större än övriga h_i parametrar som i sats 3 och sats 4.

Sats 6

Kvotregulatorn $u(t)=u(t-1)y_{\text{ref}}/y(t)$ är globalt stabil för alla processer

$$y(t) = g \sum_{i=1}^N h_i u(t-i)$$

$$\sum_{i=1}^N h_i = 1$$

$$h_i \geq 0 \quad i = 1, n$$

$$h_1 > 0.5$$

$$g > 0$$

$$y(t) > 0$$

$$y_{\text{ref}} > 0$$

$$u(t) > 0$$

Bevis

Det är ingen begränsning att anta att $y_{\text{ref}}=1$ och att $g=1$, då dessa parametrar kan elimineras genom att skala om insignalen $u(t)$ till den nya

insignalen $u'(t)$

$$u'(t) = g u(t)/y_{\text{ref}}$$

Vidare kan man alltid begränsa insignalen till intervall (a_0, b_0) , där $0 < a_0 < 1$ och $b_0 > 1$. Efter N tidssteg så kan man begränsa insignalen under de nästa N tidsstegen till intervallet (a_1, b_1) . Genom enkel uppskattning kan gränserna beräknas enligt följande

$$a_1 = \frac{a_0}{h_1 a_0 + (1-h_1) b_0}$$

(*)

$$b_1 = \frac{b_0}{h_1 b_0 + (1-h_1) a_0}$$

Då $a_0 > 1$ och $b_0 < 1$ så gäller det också att $a_1 > 1$ och $b_0 < 1$. Om $h_1 = 0.5$ så kan $a_1 = a_0$ och $b_1 = b_0$, detta medför att för $h_1 > 0.5$ så blir

$$a_1 < a_0$$

och

$$b_1 > b_0$$

Det nya insignalintervallet ligger inuti det föregående. Intervallets övre och undre gräns avtar resp. ökar alltså. Dessutom är gränserna begränsade neråt resp. uppåt till 1. Vidare så finns det en stationär lösning till ekvationssystemet (*), som är $a=b=1$ för $h_1 > 0.5$.

Insignalintervallet (a_i, b_i) konvergerar mot 1, vilket medför att även insignalen konvergerar mot ett och därmed även utsignalen. Alltså är regulatorn globalt stabil.

6.6.3 En allmän kvotregulator

Kvotregulatorn kan också ges en mera allmän utformning.

$$u(t) = u(t-1)f(y_{\text{bör}}/y(t)) \quad (6.6.3)$$

För funktionen f gäller att

$$f(x) > 0 \quad x > 0$$

$$f(1) = 1$$

$$f(x) > 1 \quad x > 1$$

$$f(x) < 1 \quad x < 1$$

Funktionen $f(x)$ kan utformas på ett flertal sätt för att uppnå vissa egenskaper. Det slutna systemet kan dämpas genom att utforma funktionen f lämpligt. Detta är önskvärt då kvotregulatorn ger upphov till oscillationer. Nedan återges tre olika exempel på hur dämpning skall kunna införas i systemet:

$$f_1(x) = cx + (1-c) \quad 0 < c \leq 1$$

$$f_2(x) = x^p \quad 0 < p \leq 1$$

$$f_3(x) = cx^p + (1-c) \quad 0 < c \leq 1$$

$$0 < p \leq 1$$

För en rent statisk process $y(t) = au(t-1)$ i omgivning av jämviktspunkten kan den karakteristiska ekvationens nollställe beräknas till följande för de tre funktionerna.

$$\lambda_1 = 1-c$$

$$\lambda_2 = 1-p$$

$$\lambda_3 = 1-cp$$

Detta visar att alla tre funktionerna är ekvivalenta i en omgivning av jämviktspunkten. Funktionen $f_1(x)$ är att föredra framför de andra, då den är enklast att beräkna. I figur 6.6.2 återges simuleringar med oli-

ka dämpning.

6.6.4 Kvotregulator med skattad processmodell

Dynamiken hos de flesta processer kan uppskattas grovt. En sådan uppskattning kan utnyttjas av kvotregulatorn. Skattningen av processen antas vara följande

$$y(t) \approx g(b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2) + \dots + b_n u(t-n)) \quad (6.6.4)$$

$$\sum_{i=1}^n b_i = 1$$

Endast parametrarna b_i behöver skattas. Parametern g , som anger den statiska förstärkningen, skattar kvotregulatorn själv. Den modifierade regulatorn blir nu

$$u(t) = \frac{b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2) + \dots + b_n u(t-n)}{y(t)} y_{bör} \quad (6.6.5)$$

Om processen kan beskrivas exakt med den gjorda skattningen kan regulatorn skrivas som

$$u(t) = \frac{b_1 u(t-1) + \dots + b_n u(t-n)}{g(b_1 u(t-1) + \dots + b_n u(t-n))} y_{bör}$$

eller

$$u(t) = \frac{y_{bör}}{g}$$

I detta fall påverkas insignalen $u(t)$ endast av utsignalens börvärde. Vid en börvärdesändring kommer insignalen att ändras till sitt nya värde och därefter svänger processens utsignal in sig. Det slutna systemets dynamik är densamma som det öppna systemets. I figur 6.6.3 återges simuleringar med olika skattningar av dynamiken.

Uppskattas processen med en första ordningens modell med parametern a ,

så definieras kvotregulatorn med följande två ekvationer

$$\tilde{u}(t) = a \tilde{u}(t-1) + (1-a) u(t-1) \quad (6.6.6)$$

$$u(t) = \tilde{u}(t) y_{bör}/y(t) \quad (6.6.7)$$

Ekvationen (6.6.6) används för att skatta insignalernas inverkan på utsignalen bortsett från förstärkningen. Om den uppskattade modellen är exakt så kan utsignalen skrivas som

$$y(t) = g \tilde{u}(t)$$

och regulatorn blir då

$$u(t) = \tilde{u}(t) y_{bör}/g \quad \tilde{u}(t) = y_{bör}/g$$

Insignalen antager sitt rätta värde omedelbart efter en börvärdesändring.

I den ursprungliga kvotregulatorn har processens dynamik försumrats eller underskattats. Detta kan leda till långsamma oscillationer. När det är möjligt att skatta dynamiken exakt och detta utnyttjas i kvotregulatorn, oscillerar det slutna systemet inte alls. Vad som händer, när processens dynamik överskattas kan klarläggas med följande exempel, som även behandlar de två andra fallen. Med att överskatta dynamiken avses att den verkliga processen är snabbare än den uppskattade. Process-ekvationen är

$$y(t) = a u(t-1) + (1-a) u(t-2)$$

Kvotregulatorn är

$$u(t) = \frac{b u(t-1) + (1-b) u(t-2)}{y(t)} y_{bör}$$

I en omgivning av jämviktspunkten $(u_{bör}, y_{bör})$ kan efter linjärisering det slutna systemets karakteristiska ekvation för insignalen beräknas. Nollställena till denna fås som

$$\lambda = -\frac{c}{2} \pm \sqrt{\frac{c^2}{4} + c}$$

$$c = a - b$$

Nollställena är komplexkonjugerade och har positiv realdel, när dynamiken underskattas $c < 0$. När dynamiken överskattas $c > 0$ är båda nollställena reella och ett är negativt. Detta nollställe medför att insignalen kommer att oscillera så snabbt det går. Detta kan leda till onormalt stort slitage av ställmotorer, ventiler och liknande. Att uppskatta dynamiken som trögare än den i själva verket är, är alltså mycket olämpligt. Observera också att när uppskattningen av dynamiken är exakt dvs $a=b$ och $c=0$, så blir nollställena till det slutna systemets karakteristiska ekvation också lika med noll.

6.6.5 Sammanfattning av kvotregulators egenskaper

Resultaten från de tidigare avsnitten om kvotregulatorn kan sammanfattas till följande

Kvotregulatorn är globalt stabil för alla olinjära processer $y(t)=f(u(t-1))$ om $0 < f'(x)x/f(x) < 2$.

Kvotregulatorn är lokalt stabil för linjära dynamiska processer vars stegsvar är monotona och att utsignalen antar hälften av sitt slutvärde i första mätpunkten efter ett steg i insignalen.

Kvotregulatorn är lokalt stabil för alla första ordningens sampelade processer med pulsöverföringsfunktionen

$$H(z) = (1-a)/(z-a) \quad 0 < a < 1$$

Regleringreppen kan dämpas genom att modifiera kvotregulatorn till följande:

$$u(t) = u(t-1) \left(c \frac{y_{bör}}{y(t)} + 1 - c \right) \quad 0 < c < 1$$

Reglernoggrannheten vid börvärdesändringar kan förbättras genom att uppskatta dynamiken. Däremot försämras reglernoggrannheten vid belastningsvariationer. En annan nackdel är att flera gamla

insignaler måste lagras.

Insvängningsförloppet för det slutna systemet med kvotregulatorn är långsammare än det öppna systemets.

Samplingsintervallet bör väljas så att utsignalen $y(t)$ beror till mer än hälften av den senaste insignalen $u(t-1)$. Detta ger ett insvängningsförlopp med ett litet antal svängningar.

Observera att kvotregulatorn kan ej användas direkt på en process som innehåller en integrator. Detta inses av att insignalen $u(t)$ ej får byta tecken. I kvotregulatorn görs en grov uppskattning av förstärkningen och detta kan också göras för process som består av en integrator.

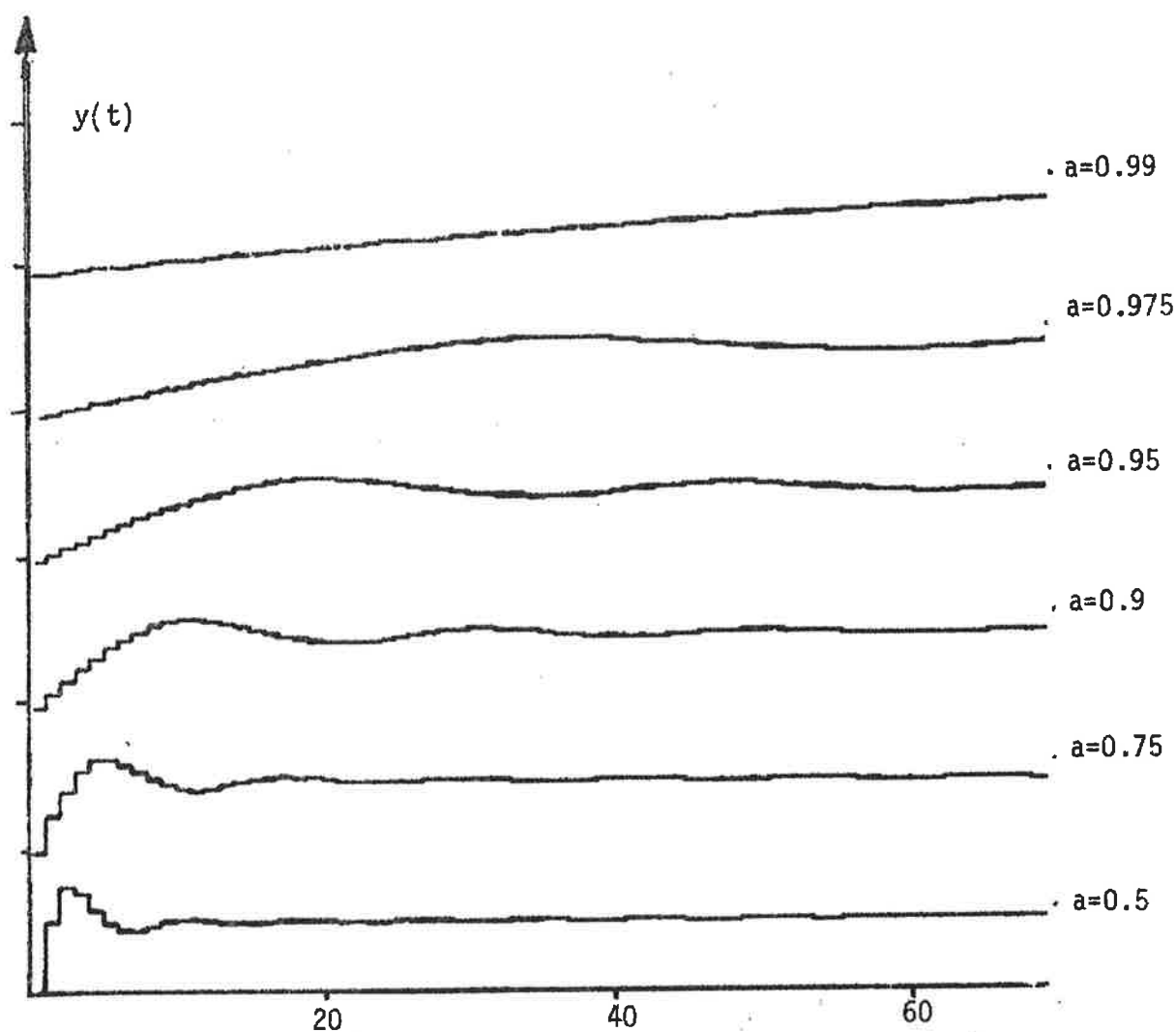
$$y(t) = y(t-1) + b u(t-1) \quad (\text{process})$$

$$\hat{g}(t) = \frac{y(t) - y(t-1)}{u(t-1)} \quad (\text{skattad förstärkning})$$

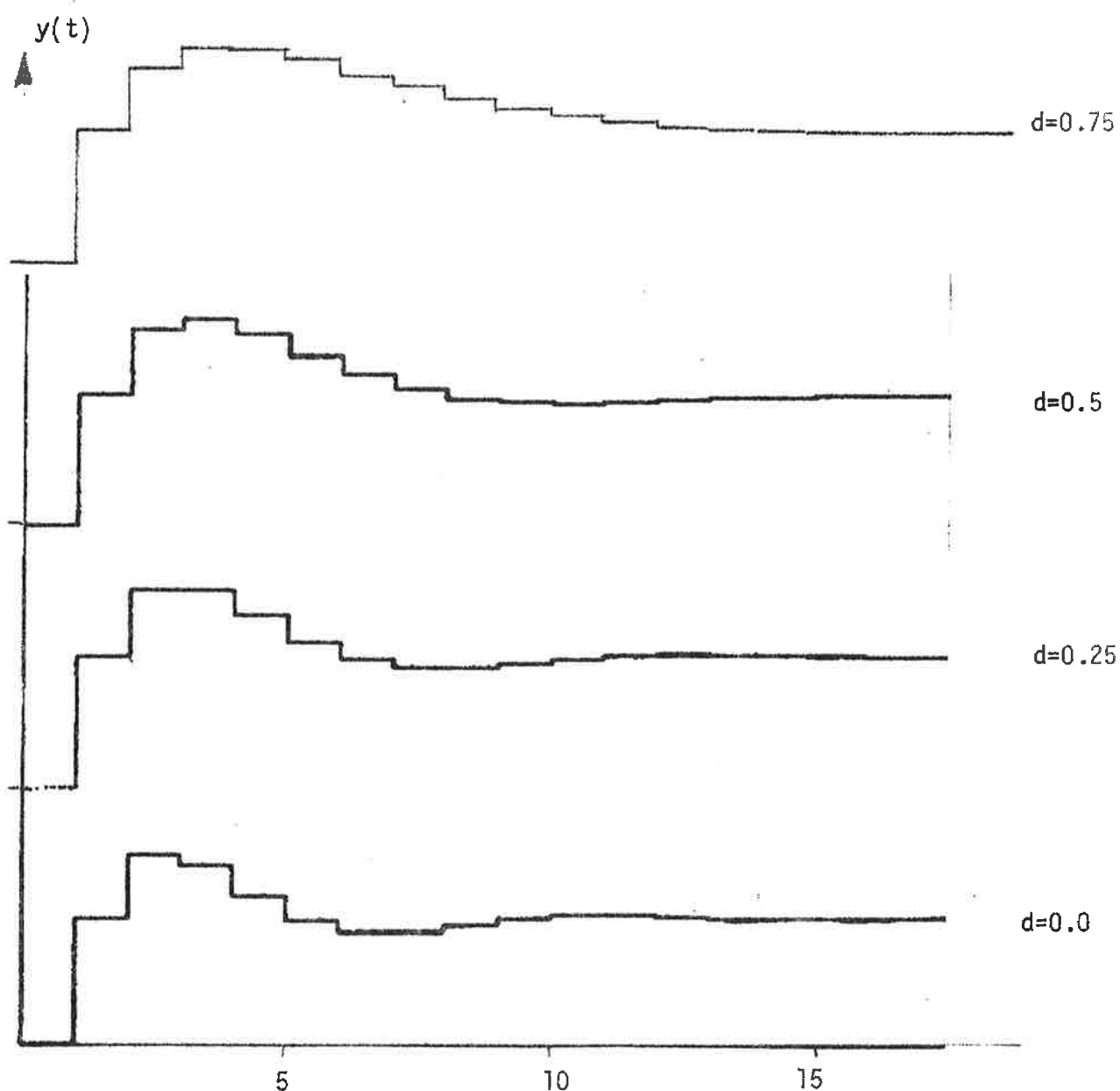
Kvotregulatorn kan då skrivas som

$$u(t) = \frac{y_{\text{bör}}(t) - y(t-1)}{y(t) - y(t-1)} u(t-1)$$

Denna formel är omöjlig att använda då nämnaren kan bli lika med noll, vilket innebär att regulatorförstärkningen blir obegränsad. Praktiskt kan detta åtgärdas genom att begränsa insignalen och genom att införa en dödzon på utsignalen, i vilken inga nya insignaler beräknas.

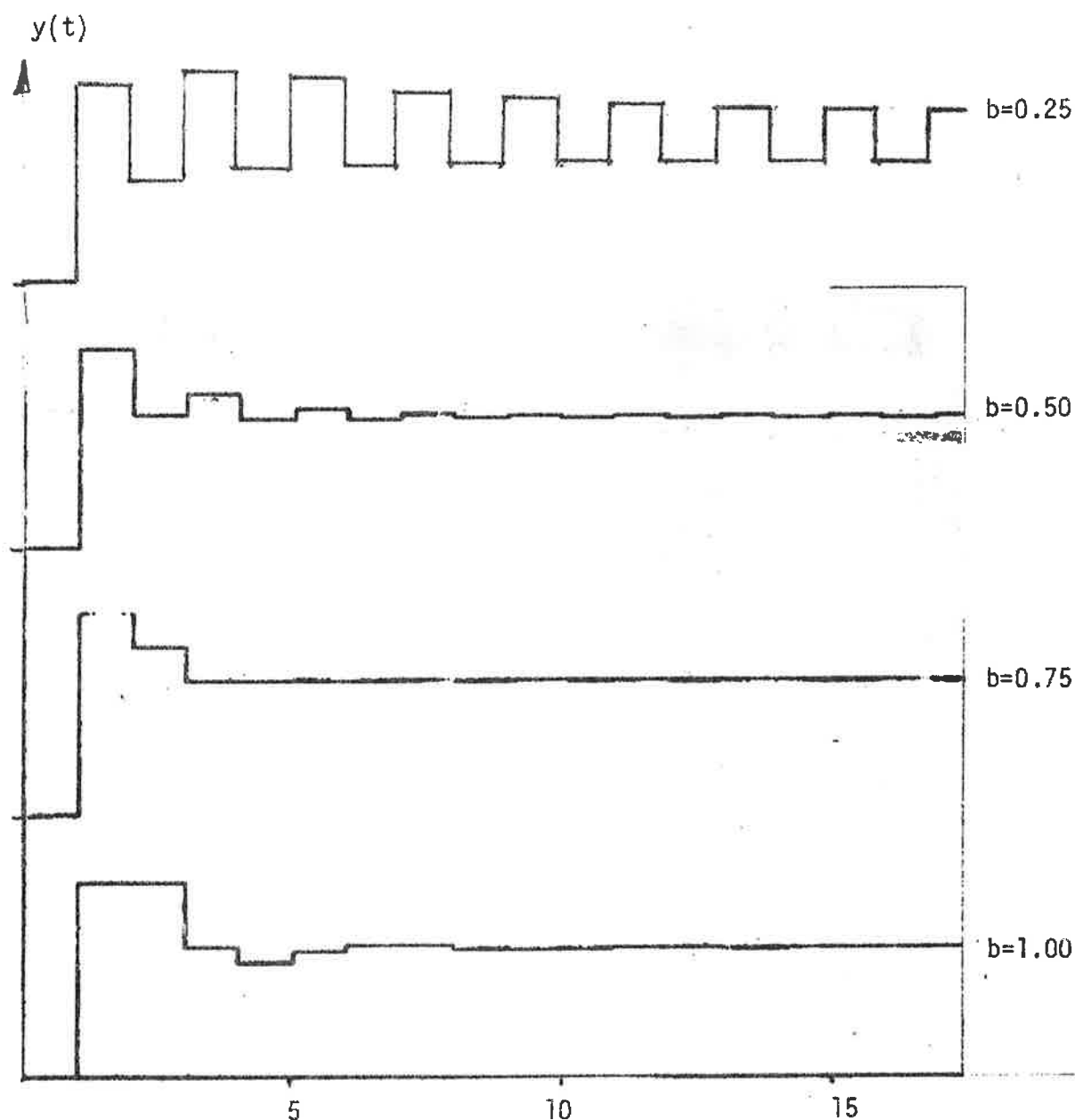


Figur 6.6.1 Exempel på reglering av en första ordningens samplad process med pulsöverföringsfunktionen $H(z) = (1-a)/(z-a)$ för $a=0.5, 0.75, 0.9, 0.95, 0.975$ och 0.99 . Insignalen $u(t)$ är begränsad till intervallet $(0,1)$. Det slutna systemets utsignal $y(t)$ har ritats upp förskjuten en enhet mellan varje exempel. Börvärdet är 0.5.



Figur 6.6.2 Exempel på dämpning av kvotregulatorn. Processen, som regleras, har pulsöverföringsfunktionen $H(z)=(1-a)/(z-a)$. Insignalen $u(t)$ är begränsad till intervallet $(0,1)$. Det slutna systemets utsignal $y(t)$ har ritats upp förskjuten med en enhet mellan varje exempel. Börvärdet är 0.5. Regulatorn är följande

$$u(t)=u(t-1)\left((1-d) \frac{y_{\text{bör}}}{y(t)}+d\right)$$



Figur 6.6.3 Exempel på skattning av dynamik. Processens pulsöverföringsfunktion är $H(z)=0.75 z^{-1}+0.25 z^{-2}$. Processen har uppskattats med pulsöverföringsfunktionen $G(z)=bz^{-1}+(1-b)z^{-2}$. Insignalen $u(t)$ är begränsad till intervallet $(0,1)$. Det slutna systemets utsignal $y(t)$ har ritats upp förskjuten med en enhet mellan varje exempel. Börvärdet är 0.5.

6.7 Implementering av digitala regulatorer

Först diskuteras uppbyggnaden av en digital PID-regulator. Hur numeriska problem kan undvikas, klargörs också i avsnitt 6.7.1.

När en integrator ingår i en regulator måste särskilda åtgärder vidtagas, när insignalen ligger på begränsningarna eller vid stora avvikelser i utsignalen. Möjliga åtgärder beskrivs i avsnitt 6.7.2. Utan dessa åtgärder kommer processen att få ett dåligt uppförande.

För att minska slitaget på mekaniska delar i en klimatprocess kan regleringreppen stoppas om utsignalen ligger i ett visst intervall kring det önskade läget. Ett annat sätt är att endast ändra insignalen om ändringen är större än ett visst värde. Detta genomgås i avsnitt 6.7.3.

6.7.1 Utformning av en digital PID-regulator

Hur skall en digital PID-regulator vara utformad? Det ligger nära till hands att se hur kontinuerliga PID-regulatorer har utformats. Det existerar här flera olika varianter. Överföringsfunktionen till två varianter återges nedan:

$$G_{R_1}(s) = K_p + \frac{1}{T_I s} + T_D s \quad (6.7.1)$$

$$G_{R_2}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) (1 + T_D s) \quad (6.7.2)$$

Den första regulatorn är ytterst rättfram, medan den andra något mer

genomtänkt. Skillnaden finner man då man ritar upp Bode diagram för de två regulatorerna. För att bestämma brytpunkterna i amplitudkurvan måste följande ekvation lösas för regulator nummer 1:

$$T_D T_I s^2 + K_p T_I s + 1 = 0 \quad (6.7.3)$$

$$s_{1,2} = -\frac{K_p}{T_D} \pm \sqrt{\frac{K_p^2}{T_D^2} - \frac{1}{T_D T_I}}$$

Denna regulators båda brytpunkter på amplitudkurvan påverkas av alla de tre regulatorparametrarna K_p , T_I och T_D . Amplitudgången påverkas alltså på ett invecklat sätt vilket gör det svårt att ändra amplitudkurvan utan några beräkningar.

Regulator nummer tvås amplitudkurva kan enkelt ändras. Dess brytpunkter är $w_1 = 1/T_I$ och $w_2 = 1/T_D$. Regulator nummer två är alltså att föredra vid syntes med Bodediagram.

Bestäms regulatorparametrarna medelst manuell sökning eller medelst någon algoritm kan vilken som helst av de två regulatorerna användas.

Som en första ansats till en digital PID-regulator tas därför i fortsättningen $u(t) = K_p e(t) + K_I \tilde{e}(t) + K_D \dot{e}(t)$ (6.7.4)

Här är

$e(t)$ utsignalfelet

$\tilde{e}(t)$ utsignalfelets integral

$\dot{e}(t)$ utsignalfelets derivata

K_p , K_I och K_D är regulatorparametrar

Integralen av utsignalfelet kan approximeras på flera sätt. Det enklaste sättet är att sätta

$$\tilde{e}(t) = \tilde{e}(t-1) + e(t) \quad (6.7.5)$$

Ett något bättre sätt är att använda sig av integration med trapetsmetoden dvs

$$\tilde{e}(t) = \tilde{e}(t-1) + (e(t) + e(t-1))/2 \quad (6.7.6)$$

Beräkningen blir i detta fall något längre.

En ytterst enkel och rättfram metod att approximera utsignalfelets derivata är att sätta

$$\dot{e}(t) = e(t) - e(t-1) \quad (6.7.7)$$

Denna approximation är ekvivalent med att sätta

$$\dot{e}(t) = y(t) - y_{ref}(t) - y(t-1) + y_{ref}(t-1)$$

Av detta framgår det att vid en börvärdesändring kan derivatan bli felaktig, då $y_{ref}(t) \neq y_{ref}(t-1)$. Åtgärden blir då att istället beräkna utsignalfelets derivata som

$$\dot{e}(t) = y(t) - y(t-1) \quad (6.7.8)$$

Om utsignalen $y(t)$ är mycket brusig kan den beräknade derivatan ej beräknas direkt utan filtrering måste ske. Ett alternativ är att filtrera på följande sätt

$$\dot{e}(t) = a\dot{e}(t-1) + (1-a)(y(t) - y(t-1)) \quad 0 < a < 1 \quad (6.7.9)$$

Ett annat och ekvivalent sätt är att först filtrera utsignalen $y(t)$ och därefter beräkna derivatan på samma sätt som tidigare. Att först filtrera utsignalen $y(t)$ är också att föredra vid beräkning av P- och I-delen i regulatorn. Filtrering diskuteras mer i detalj i avsnitt 6.7.4.

Ett krav som en regulator med I-del bör uppfylla är att vid ändring av integrationskonstanten K_I så bör utsignalen från regulatorn ej påverkas momentant. Detta kan åtgärdas på flera sätt.

Ett sätt är att produkten $K_I \tilde{e}(t)$ hålls konstant när K_I ändras. Ett annat sätt är att ersätta produkten $K_I \tilde{e}(t)$ med en börvärdes utisignal från regulator som beräknas på följande sätt

$$u_{bör}(t) = u_{bör}(t-1) + K_I e(t) \quad (6.7.10)$$

Själva regulatorn blir nu

$$u(t) = K_P e(t) + u_{bör}(t) + K_D (y(t) - y(t-1)) \quad (6.7.11)$$

Vid beräkning av I-delen till regulatorns utsignal bör man observera att numeriska problem kan inträffa om beräkningarna sker i fix aritmetik. Antag att beräkningen sker med formeln

$$u_{bör}(t) = u_{bör}(t-1) + K_I e(t)$$

Om K_I och $e(t)$ är små så kan produkten $K_I e(t)$ bli så liten att den ej ger något bidrag till $u_{bör}(t)$.

I en dator med ordlängden n bitar omfattar produkten mellan två tal $2n$ bitar och endast de n mest signifikanta bitarna tas normalt som produkten. Detta innebär att integrationen av felet misslyckas, vilket i sin tur innebär att felet kvarstår. Detta kan åtgärdas genom att spara även de n mindre signifikanta bitarna av produkten $K_I e(t)$ och efter varje produktberäkning adderas den föregående utsignalen $u_{bör}(t-1)$, som nu representeras av $2n$ bitar i datorn. Vid utställningen av regulatorns utsignal $u_{bör}(t)$ används endast de n mest signifikanta bitarna.

Den andra metoden att beräkna I-delen på har också en nackdel. För att utsignalen från regulatorn $u(t)$ skall kunna anta alla värden i arbetsområdet, när integrationskonstanten K_I är liten, måste integralen av utsignalfelet $\tilde{e}(t)$ kunna anta stora värden.

Vad som nu kan inträffa är att $\tilde{e}(t)$ kan komma att gå utanför talområdet vilket kommer att leda till helt felaktiga utsignaler från regulatorn. Åtgärden blir också här att representera i detta fall $\tilde{e}(t)$ med ett dubbelord i datorn ($2n$ bitar).

Metoden med att beräkna I-delen i regulatorn som

$$u_{bör}(t) = u_{bör}(t-1) + K_I e(t)$$

är att föredra, då ändringen av regulatorparametern K_I klaras av enkelt och att I-delens bidrag kan tolkas som ett börvärde till regulatorns utsignal.

Sammanfattningsvis kan en lämplig PID-regulator skrivas som

$$\begin{aligned} u(t) &= K_p e(t) + u_{bör}(t) + K_D(y(t) - y(t-1)) \\ u_{bör}(t) &= u_{bör}(t-1) + K_I e(t) \\ e(t) &= y(t) - y_{bör}(t) \end{aligned} \quad (6.7.12)$$

Vid reglering med ställdon sker regleringreppen som ändringar av ett läge. Det är lämpligt att beräkna ändringarna direkt på följande sätt:

$$\Delta u(t) = K_p(e(t) - e(t-1)) + K_I e(t) + K_D(y(t) - 2y(t-1) + y(t-2)) \quad (6.7.13)$$

Numeriska problem slipper ej heller denna regulator med differenser ifrån. Även här bör de n mindre signifikanta bitarna sparas vid beräkning av $\Delta u(t)$ förutsatt att beräkningarna görs med fix aritmetik.

Det bör observeras att vid reglering av en process, där ställdonet utnyttjas som en integrator, kan det inträffa att ändringarna i styrsignalen är så små att öka-minska-pulser blir så korta att ställmotorn ej påverkas. Detta leder till att en PI- och en I-regulator kan få ett visst stationärt fel, vilket ej skulle inträffa teoretiskt sett. Storleken kan lätt beräknas om den kortaste pulsen, som precis får ställmotorn att röra sig, är känd. Antag att den motsvaras av insignaländringen u_{min} .

Vid ett stationärt fel e gäller för en PI- och I-regulator följande

$$\begin{aligned} u_{min} &= K_p(e - e) + K_I e \\ u_{min} &= K_I e \end{aligned}$$

Av detta framgår det att det stationära felet e beräknas på samma sätt för både en PI- och en I-regulator

$$e = u_{\min}/K_I$$

Att det stationära felet e ej är försumbart inses av följande data. En normal gångtid är omkring 100 sekunder för en ställmotor och pulser kortare än 0.1 sekund förmår ej att ändra ställmotorns läge. Detta ger att $u_{\min}=0.001$. Tänkbara värden på integrationskonstanten K_I för klimatprocesser är 0.001-0.01/ $^{\circ}\text{C}$. Det stationära felet kan nu beräknas till

$$e = 0.1 - 1.0 \text{ } ^{\circ}\text{C}$$

Detta stationära fel kan åtgärdas på samma sätt som tidigare genom att summera alla insignaländringar och ställa ut summan när den är tillräckligt stor för att ställmotorn skall röra sig.

6.7.2 Åtgärder vid stora processfel

Genomgående för klimatprocesser är att de ofta är långsamma processer och har följaktligen liten reglerkraft. En avvikelse kan ej elimineras snabbt. Detta medför att insignalen till processen ofta blir begränsad. Om detta inte beaktas kan en regulator med I-del få mycket dåligt uppförande.

En naturlig åtgärd är då att ej uppdatera I-delen, då insignalen ligger på begränsningarna. Regulatorn kan ytterligare förbättras genom att anpassa I-delens bidrag till insignalen, när insignalen ligger på begränsning. Detta kan vara lämpligt när en störning eller en börvärdesändring inträffar. Regulatorns I-del kan då bidra så mycket att insignalen ligger långt utanför begränsningarna.

En annan åtgärd, som förekommer vid stora utsignalfel, är att ej uppdatera integralen. Nackdelen är att vid en stegstörning eller en börvärdesändring, som för utsignalen ut ur det normala arbetsområdet där integrationen är verksam, kan det inträffa att den reducerade regulatorn med fix I-del ej kan återföra processen till det önskade arbetsområdet. Valet av detta normala arbetsområde måste då göras så stort att detta ej kan inträffa. Ett stort arbetsområde kan då leda till att in-

signalen blir begränsad innan regulatorn lämnar det normala arbetsområdet. Den tidigare beskrivna åtgärden kan då användas istället med bättre resultat. Något val av någon parameter behövs ej heller göras. Det förutsättes att insignalens arbetsområde är känt.

När ett ställdon av öka-minska-typ ingår i en reglerkrets och om regleringen sker i form av differanser på styrsignalen, så fås automatiskt begränsning och anpassning av I-delen. I-delen ligger i ställdonet.

6.7.3 Åtgärder vid små processfel

I processer med mekaniska delar är det ofta av intresse att minska slitaget genom att använda lämpligt utformade regulatorer. Inom klimatreglering gäller detta främst slitaget hos ventiler och ställdon. Slitaget kan minskas på bekostnad av sämre reglernoggrannhet på flera sätt. Två av dessa kommer att diskuteras i detalj.

Ett sätt är att införa en dödzon för utsignalen i vilken ingen ändring av insignalen till processen sker. Ett annat sätt är att införa en dödzon på insignaländringar till processen. Det senare kan vara lämpligt, då ställdon ofta innehåller glapp, varför en liten insignaländring ej påverkar processen.

Regulatorn med dödzon på utsignalen skall ej uppdateras i dödزونen, vilket annars kan leda till mycket dåligt uppförande, då dödزونen lämnas. Detta innebär vidare att utsignalen och dess medelvärde kan vara skilt från det önskade värdet. Avvikelsen kan uppgå till högst halva dödزونens storlek.

Någon avvikelse från det önskade medelvärdet har däremot ej regulatorn med dödzon på insignalen. I en regulator som använder sig av differenser (6.7.13) är det viktigt att informationen, om att insignalen har en dödzon, utnyttjas. En tänkbar modifiering är att summera ihop de insignaländringar som ej utförts. Ett antal för små insignaländringar leder så småningom till att insignalen ändras.

6.7.4 Mätvärdesbehandling

En regulator kan bli helt värdelös om inte vissa tester görs av mätvärdena som ingår i regulatorn. Störningar kan ge upphov till felaktiga regleringrepp. En lämplig åtgärd är då att testa på hur mycket mätvärdet har förändrats. Är ändringen alltför stor antas mätvärdet vara felaktigt och mätvärdet ersätts med det föregående. För de flesta klimatprocesser är det möjligt att uppskatta den största möjliga ändringen som kan inträffa. Vid start av en regulator eller vid en återstart efter ett längre tidsavbrott bör testet ej ske, då de nya mätvärdena kan avvika betydligt från de föregående.

Att testa på att mätvärdet ligger i ett givet intervall (minsta tillåtna värde, högsta tillåtna värde) kräver att två testgränser bestäms och endast mycket stora fel kan detekteras. Testgränserna måste väljas så att de omfattar hela det tänkbara arbetsområdet.

Att testa på ändringen är att föredra. Vid upprepade fel bör larm eller felutskrift ske.

Små störningar i form av processbrus, givarebrus eller mätbrus kan filtreras bort på flera sätt. Själva givaren kan filtrera processsignalen t.ex. en temperaturgivares skyddsrör kan göras olika tjockt. Mätvärdena registreras av datorn som en analog spänning, vilken kan filtreras analogt. Filtreringen bör ej ske före själva analog/digital-omvandlingen utan på varje mätvärdesingång för att analog/digitalomvandlaren skall kunna användas med högsta hastighet.

Ett tredje sätt att filtrera mätvärdet är att göra detta digitalt i datorn. Här skall två olika sätt diskuteras.

Ett samplingsintervall på en minut är lämpligt för de flesta klimatprocesserna. Att endast mäta ett mätvärde en gång per minut är att missbruka en dators kapacitet. Analog/digitalomvandlingshastigheten kan variera från 100-1000 mätvärden per sekund. Detta innebär att ett flertal mätningar kan göras av varje mätvärde per minut och samplingsintervall för de flesta klimatanläggningar.

Ett ytterst enkelt sätt beräkningsmässigt är att bilda ett medelvärde av alla mätvärdena per samplingsintervall. Om den totala störningen (processbrus, givarebrus och mätbrus) är normalfördelat och oberoende i tiden och har variansen σ^2 så kan variansen för medelvärdet av n st mätvärden beräknas till

$$\sigma_f^2 = \sigma^2/n$$

Hur mycket fasen försämras vid medelvärdestilldelningen kan man bedöma genom att se hur en ramp följs. Antag att rampen $r(t)=at$. Medelvärdet för ett stort antal mätvärden från tidpunkten $t-T_s$ till t , där T_s är samplingsintervallet, kan då skrivas approximativt som

$$y_f(t) = \frac{1}{T_s} \int_{t-T_s}^t at \, dt$$

$$y_f(t) = a(t-T_s/2)$$

Detta filter motsvarar då ett filter med en tidskonstant på $T_s/2$ tidsenheter.

Digital filtrering kan ske genom att använda sig av ett första ordningens system

$$y_f(t) = ay_f(t-1) + (1-a)y(t) \quad 0 < a < 1$$

Den motsvarande kontinuerliga tidskonstanten kan bestämmas med uttrycket

$$a = e^{-T_s/nT}$$

där T är filtrets tidskonstant och T_s/n tiden mellan mätningarna.

Variansen hos den filtrerade signalen kan beräknas till

$$\sigma_f^2 = \frac{(1-a)}{(1+a)} \sigma^2$$

För en önskad filtertidskonstant $T=T_s/2$ (samma som för medelvärdesfilt-

ret) blir också varianserna lika

$$T = T_s / 2$$

$$a = e^{-2/n}$$

$$\sigma_f^2 = \frac{(1 - e^{-2/n})}{(1 + e^{-2/n})} \sigma^2$$

Efter serieutveckling fås för stora n

$$\sigma_f^2 \approx \sigma^2 / n$$

Med detta senare filtret kan alltså både filtertidskonstanten och variansen påverkas. En minskning av filtertidskonstanten medför att variansen ökar och tvärtom.

Kan en filtertidskonstant på halva samplingsintervallet accepteras är medelvärdesmetoden klart överlägsen. Medelvärdesberäkningen kan förenklas ytterligare genom att välja ett lämpligt antal mätningar n per samplingsintervall. En multipel av 2 är ytterst lämplig att dividera fram medelvärdet med.

Störningar kan till viss del undvikas genom att synkronisera mätning av analoga ingångar och störkällor såsom reläer, magnetventiler och start och stopp av ställmotorer. Ett tänkbart sätt är att endast mäta analoga ingångar under 30 sekunder och därefter under de resterande 30 sekunder av samplingsintervallet på en minut utföra alla regleringreppen. Logiska ingångar kan mätas under hela samplingsintervallet, då de är mycket störningsokänsliga. På 30 sekunder kan visserligen ett ställdon ej gå hela sin slaglängd (normala gångtider 60-100 sekunder), men behovet för att kunna göra detta är oftast litet. Det är vidare också olämpligt att mäta eventuella ställdonslägen när ställdonet är i rörelse. Pulsängdsmodulerade signaler längre än 30 sekunder kan i det här tänkta exemplet klaras av genom att de påbörjas så att de kan avslutas omedelbart efter att de 30 sekunderna mätning har slutförts, se figur 6.7.1.

En annan aspekt som också bör observeras är att filtrering med ett fil-

ter av första ordningen innehåller en addition, en subtraktion och en multiplikation, då filtret kan skrivas som

$$y_f(t) = y(t) + a(y_f(t-1) - y(t))$$

Även om dessa beräkningar genomförs i fix räkning så beläggs datorn. Sker beräkningarna i flytande aritmetik ökas beläggningen ytterligare något.

Ett mycket effektivt sätt att filtrera i fix aritmetik är att använda sig av tvåpotensfilter, som kan skrivas på följande sätt

$$y_f(t) = (1 - 2^{-p})y_f(t-1) + 2^{-p}y(t) \quad p > 0$$

vilket också kan skrivas som

$$y_f(t) = y_f(t-1) + 2^{-p}(y(t) - y_f(t-1))$$

Filtreringen blir nu ytterst snabb. Först bildas skillnaden mellan det nya avlästa värdet och det gamla filtrerade värdet. Skillnaden skiftas p steg åt vänster och adderas till det gamla filtrerade värdet.

Den tidigare angivna filterkonstanten a kan anta följande värden, vilket torde räcka för de flesta tillämpningar

p	$a = 1 - 2^{-p}$
0	0
1	0.5
2	0.75
3	0.875

Den här skisserade tekniken kan även utnyttjas vid regulatorberäkningar. Regulatorparametrarna är potenser av basen 2. En digital PI-regulator kan skrivas som

$$e(t) = y(t) - y_{ref}$$

$$\tilde{e}(t) = \tilde{e}(t-1) + e(t)$$

$$u(t) = K_p(e(t) + T_s \tilde{e}(t) / T_I)$$

I en tvåpotens-PI-regulator blir parametrarna K_p och T_I följande

$$K_p = 2^p$$

$$T_I = 2^q T_s$$

T_s är samplingsintervallet.

Regulatorn blir i klartext

$$u(t) = 2^p (e(t) + 2^{-q} \tilde{e}(t))$$

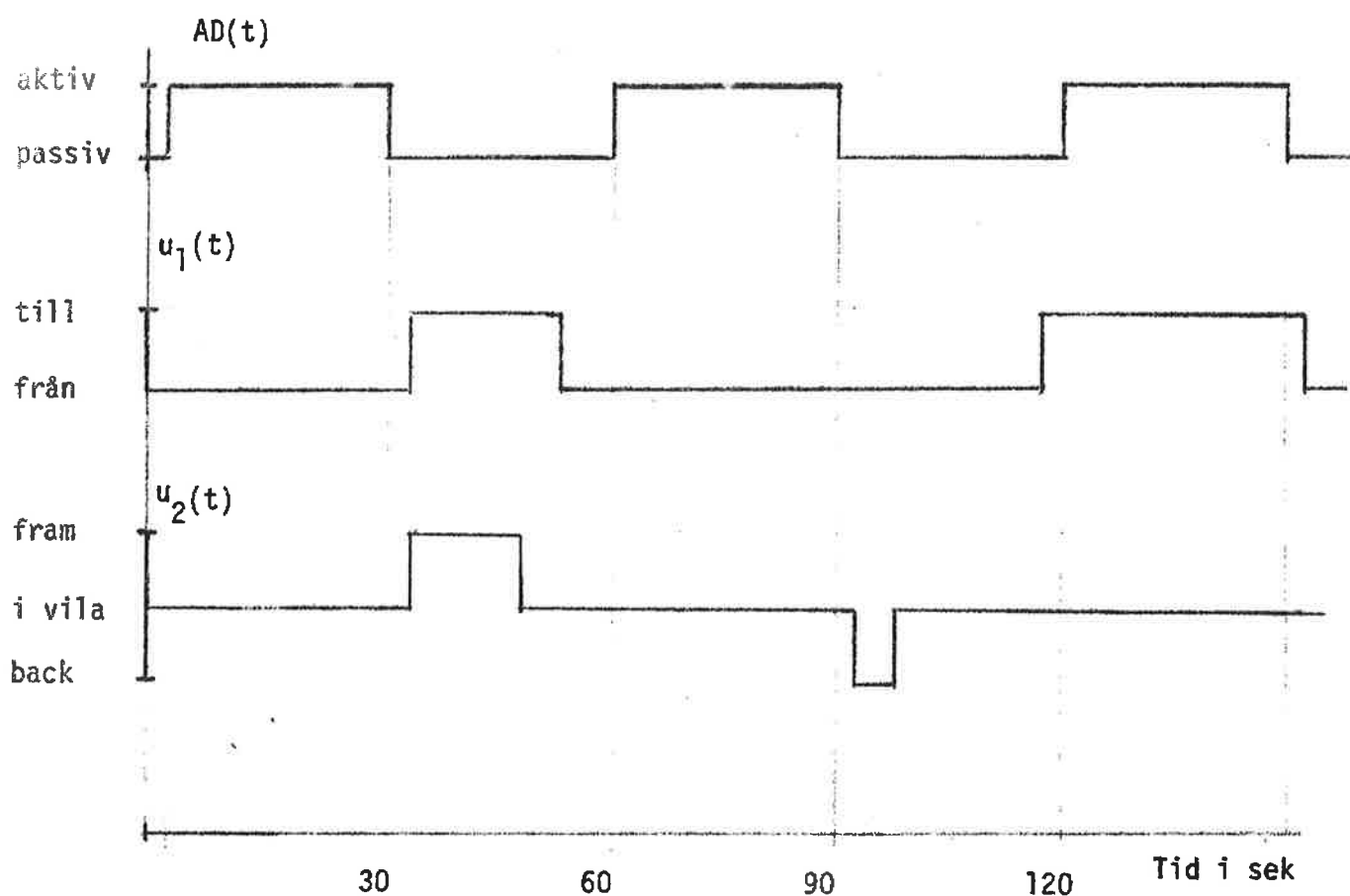
Först beräknas felet $e(t)$ och därefter felsumman $\tilde{e}(t)$, som skiftas q steg. Därefter adderas felet och slutresultatet fås efter att ha skiftat p steg.

En regulatorparameter kan anta alla tvåpotenser och detta torde räcka för en hel del tillämpningar.

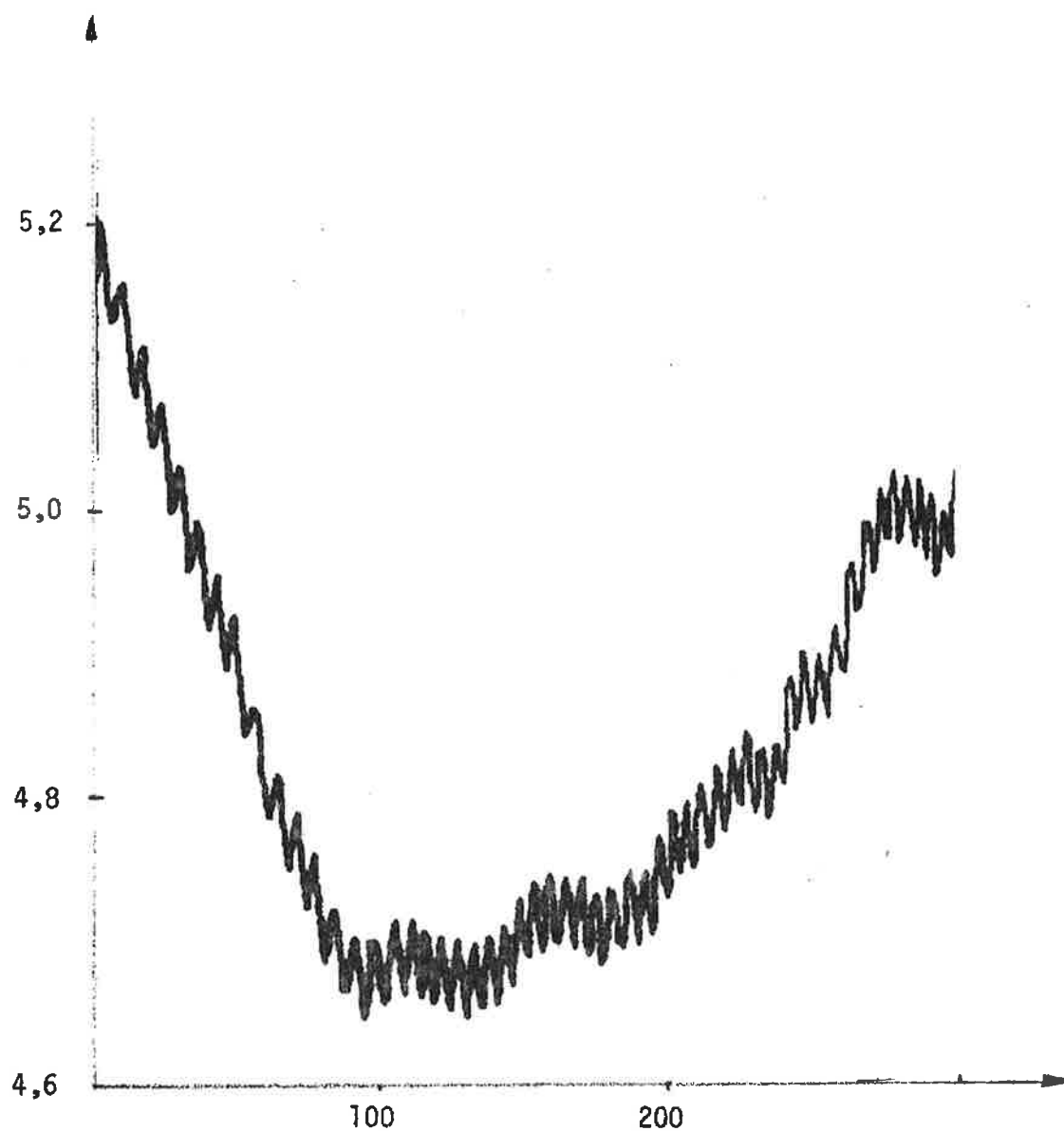
Något som också bör beaktas när en signal samplas är aliaseffekten. Denna inträffar när en signal samplas för långsamt. Den samplade signalens frekvens är direkt missvisande. Två exempel skall ges på när detta kan inträffa i klimatprocesser. Det första exemplet gäller när signalen som samplas innehåller brum (50Hz). Hur det kan se ut framgår i figur 6.7.2.

Det andra exemplet gäller sampling av lufttemperatur efter en entalpiväxlare. Vid lågt varvtal är ena halvan av entalpiväxlarens rotor kall och andra halvan är varm. Vid övergång till högre varvtal kommer denna temperaturobalans att ge upphov till oscillationer i lufttemperaturen efter entalpiväxlaren. Tre exempel på hur det kan se ut återges i figur 6.7.3.

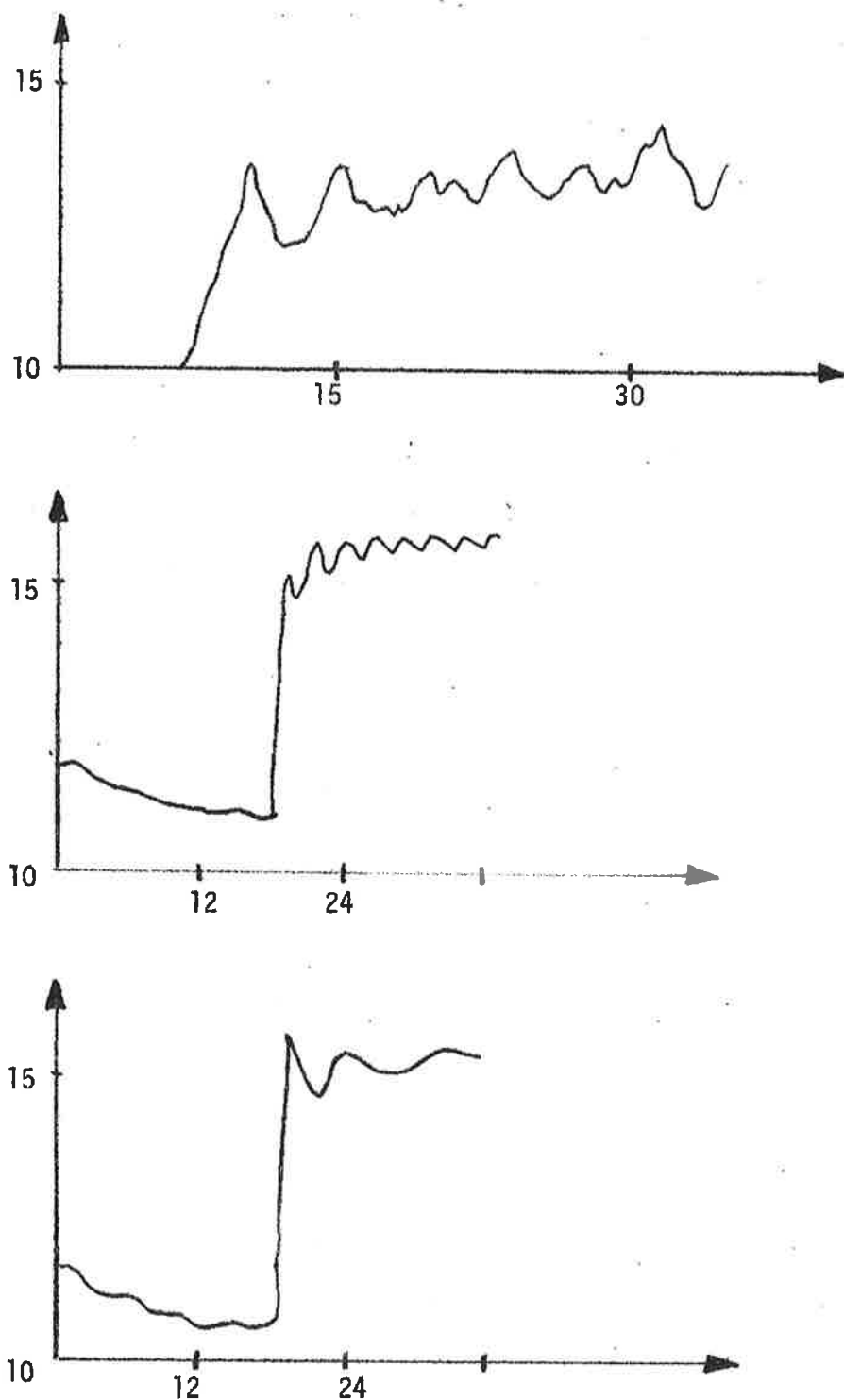
En lämplig åtgärd i båda fallen är att sampla snabbare och synkront med störfrekvensen och bilda ett medelvärde, varvid oscillationerna



Figur 6.7.1. Exempel på lämplig uppdelning av ett samplingsintervall på 60 sekunder i mätning av analoga insignaler AD och utställning av en tvåläges utsignal $u_1(t)$ och en treläges utsignal $u_2(t)$.



Figur 6.7.2 Exempel på aliaseffekten. Mätning av lufttemperatursignal med nätbrum (50 Hz). Samplingsintervall omkring 1,8 sekunder.



Figur 6.7.3. Exempel på periodiska temperaturvariationer i tilluften efter entalpväxlare $y(t)$ i $^{\circ}\text{C}$ med olika varvtal. Kurvorna B och C är också exempel på aliaseffekten. Verkliga och uppmätta varvtider är för B 11,5 sekunder resp 140 sekunder och för C 12,4 sekunder resp 400 sekunder. Samplingsintervallet har varit för A 30 sekunder och för B och C 20 sekunder.

minskar.

6.8 Lämpliga regulatorer för några klimatprocesser

Avsikten med detta avsnitt är att ge förslag på lämpliga regulatorer, regulatorparametrar och möjlig reglernoggrannhet för reglering med datorer. Vissa av de digitala regulatorernas parametrar kan även användas i kontinuerliga regulatorer. Digitala I- och D-parametrar kan ej överföras direkt utan omräknas med hänsyn tagen till samplingsintervallet. Med tidigare framtagna och testade regulatorer är det möjligt att även bedöma vilken regulatortyp och vilka parametrar som är lämpliga för andra liknande klimatprocesser.

Samplingsintervallet är en minut, om inget annat värde anges. Vidare betecknas insignalen, styrsignalen, pådraget till processen med $u(t)$ och den reglerade storheten med $y(t)$ (ärvärde) och dess börvärde $y_{bör}(t)$. I vissa regulatorer förekommer även beteckningen $\Delta u(t)$, vilket betyder ändringen i insignalen vid tidpunkten t .

6.8.1 Rumslufttemperaturreglering med luftvärmare

Anläggningen antas bestå av ställmotor, ventil, cirkulationskrets med pump och varmluftsbatteri, luftkanal och lokal. Rumslufttemperaturen regleras genom att mäta frånluftstemperatur och reglera på ventilen. Frånluftsgivaren får ej vara så placerad att den mäter på luft som passerat frånluftventilerade belysningar. Vid försök med en lektionssal för 40 personer med 10 luftväxlingar per timme användes följande PI-regulator med gott resultat

$$\Delta u(t) = K_p (e(t) - e(t-1)) + K_I e(t)$$

$$e(t) = y(t) - y_{ref}(t)$$

Insignalens $u(t)$ arbetsområde antas vara intervallet $(0,1)$, där ändpunkterna motsvarar stängd ventil resp. öppen ventil. Lämpliga regula-

torparametrar för denna typ av anläggning är

$$K_p = -0.12/^{\circ}\text{C}$$

$$K_I = -0.012/^{\circ}\text{C}$$

En förutsättning är att uteluften kan värmas omkring 40°C . För andra anläggningar med ett annat värde på maximala temperaturökningen hos tilluften som benämnes $T_{\max}$ kan de två regulatorparametrarna skalas, vilket ger följande

$$K_p = -4.8/T_{\max} \quad /^{\circ}\text{C}$$

$$K_I = -0.48/T_{\max} \quad /^{\circ}\text{C}$$

Detta innebär också att, om den maximala temperaturökningen varierar med årstiden, så bör eventuellt även regulatorparametrarna varieras. Vintertiden kan $T_{\max}=40^{\circ}\text{C}$ och sommartid kan $T_{\max}=10^{\circ}\text{C}$. Detta innebär att den totala kretsförstärkningen varierar med en faktor 4. En regulator inställd sommartid kan därför bli alltför snabb (instabil) vintertid. Sommartid kan alltför långsam reglering bero på att regulatorerna är injusterade vintertid.

Samma regulatorparametrar torde även kunna användas, då uppvärmning sker med ett elektriskt varmlufts batteri. Dynamiken hos en elvärmare ligger i tidsområdet en till två minuter. Detta skall jämföras med det vattenvärmda batteriets och dess cirkulationskrets, som ligger i tidsområdet en halv till två minuter.

Minbegränsning av tilluftens temperatur måste göras dels för att förhindra kondensation av lokalluft på tilluftkanalens utsida och dels för att förhindra kallras vid tilluftsdonen i lokalen. Samma regulatorparametrar kan ej användas vid tilluftsregleringen som vid frånluftsregleringen. Ett alternativ är att reglera i tilluften med en regulator som får sitt börvärde från en annan regulator som reglerar på frånlufttemperaturen. Detta benämnes kaskadreglering.

6.8.2 Rumslufttemperaturreglering med luftkylare

Kylfallet skiljer sig från värmefallet genom att processförstärkningen har bytt tecken och processförstärkningsbeloppet är mindre. Tilluften kan i regel kylas omkring 10 °C. Samma regulator kan användas som tidigare och parametrarna blir

$$K_p = 4.8/T_{\max} \quad /^{\circ}\text{C}$$

$$K_I = 0.48/T_{\max} \quad /^{\circ}\text{C min}$$

Observera att om värme och kyla regleras i sekvens av samma regulator så måste regulatorn injusteras för värmefallet (stort $T_{\max}$ 40 °C). Resultatet blir att långsam reglering fås i kylfallet (litet $T_{\max}$ på cirka 10 °C).

6.8.3 Reglering av tillufttemperatur

Tillufttemperaturen regleras i regel efter tilluftfläkten eller när minbegränsningsgivaren i en enskild anläggning används. Börvärdet i det senare reglerfallet fås från en annan regulator, som reglerar på lokal eller frånlufttemperatur.

Modeller för den i avsnitt 6.8.1 beskrivna anläggningen har simulerats för reglerfallet med reglering av tilluft före luftkanal och efter luftkanal (före lokal). Dessa två fall benämns batteri- respektive tilluftsreglering. De kommer också att jämföras med det tidigare reglerfallet i avsnitt 6.8.1, som benämns frånluftsreglering.

Den kritiska förstärkningen och motsvarande P-band har bestämts till följande

Reglerfall	Kritisk förstärkning	P-band
batteri	-0.13 °C	~8 °C
tilluft	-0.16 °C	~6 °C
frånluft	-0.36 °C	~3 °C

De stora P-banden visar att rena P-regulatorer kan ej användas om små avvikelser önskas.

Lämpliga PI-regulatorparametrar har bestämts genom simulering och parametrarna till de digitala regulatorernas kontinuerliga motsvarighet har också beräknats dvs P-band och integrationstid T_I .

Reglerfall	K_p $^{\circ}\text{C}^{-1}$	K_I $^{\circ}\text{C}^{-1}$	P-band $^{\circ}\text{C}$	T_I min
batteri	-0.02	-0.012	50	2
tilluft	-0.04	-0.010	25	4
frånluft	-0.12	-0.012	8	10

Den digitala regulatorn är densamma som i avsnitt 6.8.1.

Det bör observeras att de här redovisade regulatorparametrarna gäller för en luftförvärmare med en uppvärmningskapacitet av tilluften på 40°C . Vid en annan kapacitet $T_{\max}$ så bör regulatorparametrarna korrigeras med multiplikation med faktorn $40/T_{\max}$.

Dessa reglerfall visar att regulatorförstärkningen ökar ju längre reglersträckan blir. Samtidigt ökar regulatorns integrationstid. Jämförs integrationstiden T_I med den dominerande tidskonstanten i processen så finner man att den senare är något mindre. En grov tumregel är då att välja T_I större än processens dominerande tidskonstant.

Att reglera på temperaturökningen över en luftvärmare kan i vissa fall vara lämpligt ur störningssynpunkt. I en anläggning med både förvärmning och eftervärmning skall tilluften förvärmas till en viss given temperatur och eftervärmning sker efter varje lokals behov. En snabb störning i uteluften slår i regel direkt igenom i anläggningen och om reglering sker på absolutvärden så kommer både förvärmning och eftervärmning att arbeta för att slå ner störningen, som egentligen endast skall regleras ner av förvärmningen. Genom att låta all eftervärmning regleras efter temperaturökningen över eftervärmarna, så kan onödiga regleringrepp med eftervärmarna förhindras.

En P-regulator gick ej att använda, medan en PI-regulator gick att använda. En naturlig fråga är då, kan en I-regulator användas? Simuleringar visar att om en översläng på högst 10% tillåts vid en börvärdesändring så sker insvängning ganska långsamt. Nedan återges tiden för när de tidigare PI-regulatorerna och de nya I-regulatorerna har uppnått 90% av slutvärdet. I-regulatorns parameter K_I återges också.

Reglerfall	Insvängningstid min		
	PI-regulator	I-regulator	K_I $^{\circ}\text{C}^{-1}$
Batteri	4	8	-0.007
Tilluft	5	15	-0.004
Frånluft	9	36	-0.004

En I-regulator torde endast kunna användas i reglerfallet batteri och eventuellt reglerfallet tilluft. Vid reglering av en ventil försedd med en elektrisk ställmotor blir I-regulatorn ytterst enkel. Ändringen i ventilläge $\Delta u(t)$ fås som

$$\Delta u(t) = K_I(y(t) - y_{\text{ref}})$$

Inga problem med begränsning av integralen när insignalen är begränsad (ventilen helt öppen eller stängd). Ej heller några problem vid uppstart av processen. Integratorn ligger nämligen i ställdonet. Allt detta gäller också den tidigare presenterade PI-regulatorn.

6.8.4 Reglering av blandning

Detta är en i klimatprocesser ofta förekommande delprocess. Mediet, vars temperatur regleras, kan vara vatten eller luft och blandningen sker med ventiler resp. spjäll. Dynamiken för dessa två reglersträckor ligger till största delen i ställmotor och givare. Vid ett samplingsintervall på en minut eller mer torde reglersträckan kunna betraktas som rent statisk. Samma regulatorer som för entalpiväxlaren kan då användas.

I en I-regulator med fix parameter måste denna väljas så att det slutna systemet är stabilt vid den högsta förstärkningen hos reglersträckan. Förstärkningsvariationerna orsakas av ventilen eller spjällen, men även här bör de ingående flödenas temperatur observeras. Till exempel kan blandning ske vintertid mellan uteluft och returluft med en temperaturskillnad på 40 °C. Sommartid är denna temperaturskillnad mindre och en reglering med fixa parametrar blir betydligt långsammare. Om uteluft-temperaturen betecknas $z(t)$ och returluften betecknas $w(t)$, så kan I-regulatorn modifieras till

$$\Delta u(t) = k(y(t) - y_{bör}) / (w(t) - z(t))$$

Observera att när uteluften är varmare än returluften så byter både processförstärkningen och regulatorförstärkningen tecken, vilket medför att regleringen fortfarande fungerar.

Något som också kan förbättra regleringen är att minska samplingsintervallet, vilket bör ske efter en bedömning av ställmotorns, processens tidsfördröjning och givarens tidskonstant. Samplingsintervallet bör väljas så att processens utsignal har svängt in till mer än 75% av sitt nya värde efter en stegändring i insignalen.

Vad som inträffar när I-regulatorns förstärkning är för liten eller för stor kan analyseras med ett enkelt exempel.

Exempel

Processen antas vara rent statisk

$$y(t+1) = a u(t)$$

eller

$$y(t+1) = y(t) + a \Delta u(t)$$

Regulatorn är en I-regulator

$$\Delta u(t) = k(y(t) - y_{bör})$$

Låt $y_{bör}=0$. Det slutna systemet blir då

$$y(t+1) = (1+ak) y(t)$$

Det slutna systemet är alltid stabilt om

$$-1 < 1 + ak < 1$$

Snabbast insvängningsförlopp fås om $ak = -1$, då blir det slutna systemet $y(t+1)=0$ dvs ett fel slås ner på ett steg.

Vidare så bör förstärkningen a överskattas för att minska risken för en instabil reglering.

Ställdonets läge regleras enklast genom att pulslängdsmodulera öka-minska signalen till ställmotorn. Någon direkt reglering av läget genom mätning av detsamma behövs ej utan endast ändlägena bör kunna detekteras. Detta är viktigt vid reglering av flera objekt i sekvens och för att kunna avgöra när en process har bottnat.

6.8.5 Reglering av entalpivväxlare

Regleruppgiften är att reglera tillufttemperaturen efter entalpivväxlaren med hjälp av varvtalet. Uteluftens och returluftens temperatur är tillgängliga. Processens dynamik kan försummas, medan sambandet mellan temperaturverkningsgraden och varvtal är mycket olinjärt.

Lämpliga regulatorer är den självinställande I-regulatorn och kvotregulatorn.

Själva entalpivväxlarens dynamik är försumbar, men ett filter och en fläkt finns i regel mellan växlaren och temperaturmätpunkten och därför får reglersträckan en viss tröghet. Samplingsintervallet bör därför ej understiga 1 minut.

Entalpiväxlarens olinjäritet är sådan att kvotregulatorn kan användas. Den lokala förstärkningen är alltid mindre än den totala. I kvotregulatorn kan det vara lämpligt att reglera temperaturökningen över växlaren, vilket innebär att regulatorn kommer att innehålla framkoppling. Uteluftens temperatur betecknas med $z(t)$. Regulatorn kan nu skrivas som

$$u(t) = u(t-1) \frac{y_{bör} - z(t)}{y(t) - z(t)}$$

Det bör påpekas att insignalen $u(t)$, den önskade och den erhållna temperaturökningen ej får byta tecken och måste vara skilda från noll annars blir regulatorn instabil. Dessa krav kan lätt testas i en regulator implementerad på en dator. Vid uppstart måste den föregående insignalen $u(t-1)$ tilldelas ett lämpligt värde.

I denna kvotregulator utnyttjas ej någon framkoppling från returlufttemperaturen $w(t)$. Även om verkningsgraden, som innehåller både returluft och uteluft, används i stället för temperaturökningen över växlare så blir regulatorn identisk med den tidigare

$$v(t) = (y(t) - z(t)) / (w(t) - z(t))$$

$$v_{bör} = (y_{bör} - z(t)) / (w(t) - z(t))$$

$$u(t) = u(t-1) v_{bör} / v(t)$$

$$u(t) = u(t-1) (y_{bör} - z(t)) / (y(t) - z(t))$$

I den självinställande I-regulatorn är det lämpligt att reglera på verkningsgraden. Regulatorn är

$$\Delta u(t) = \hat{k}^{-1} (v(t) - v_{bör})$$

Parametern $\hat{k}$ är den skattade förstärkningen mellan ändringar i verkningsgraden $\Delta v(t)$ och ändringar i pådraget $\Delta u(t)$. Minsta kvadratmetoden användes med glömskefaktor. Vid krav på snabba stora driftsställningar måste en liten glömskefaktor (0.5-0.75) väljas för att $\hat{k}$ skall hinna uppdateras. Ett normalt värde är annars 0.95 eller mer vid modellanpassning av konstanta processparametrar. Vid små eller inga

ändringar i insignalen $u(t)$ så bör ingen modellanpassning ske.

Av de två aktuella regulatorerna torde kvotregulatorn vara att föredra vid konstant börvärde och långsamma störningar i uteluft och returluft och vid ofta förekommande börvärdesändringar är den självinställande regulatorn lämpligast. Beräkningsmässigt torde kvotregulatorn vara att föredra, då endast den gamla insignalen $u(t)$ måste sparas. I den andra regulatorn måste fyra värden sparas och ett flertal räkneoperationer måste utföras.

Observera att vid övergång från lågt varvtal (≤ 0.5 varv/min) till högt varvtal så kan tilluftstemperaturen efter växlaren variera i takt med rotorns rotation. Halva rotorn är då nämligen varm och andra halvan är kall.

6.8.6 Reglering av lufttemperatur och luftfuktighet med förvärmare och befuktare

Några försök med reglering av lufttemperatur och luftfuktighet har ej varit möjliga att utföra inom forskningsprojektets ram. Den här skisserade regleringen får ses som en möjlig lösning på reglerproblemet.

Processen är en flervariabel process med två insignaler, ventilläget hos värmaren och befuktaren (dyskammare) och två utsignaler, lufttemperatur och luftfuktigheten efter befuktaren. Att processen är flervariabel innebär att en insignal kan påverka flera utsignaler. I det aktuella fallet påverkar värmaren både lufttemperaturen och den relativa luftfuktigheten och samma sak gäller för befuktaren.

Luftens tillstånd kan beskrivas med två av följande tillståndsvariabler utom paret våt temperatur och entalpi.

- torr temperatur
- våt temperatur
- relativ luftfuktighet
- absolut luftfuktighet
- entalpi (värmeinnehåll)

De två sista tillståndsvariablerna är lämpliga att reglera efter, då värmaren och befuktaren endast påverkar luftens värmeinnehåll respektive absoluta fuktighet. Under förutsättning att luftens våta temperatur är densamma som befuktningsvattnets temperatur. Luftens värmeinnehåll påverkas annars något (jfr ångbefuktning). Normalt regleras värmare efter torr temperatur och befuktaren efter luftens relativa fuktighet.

Luftens värmeinnehåll och dess vatteninnehåll kan inte uppmätas direkt men kan beräknas från de tillståndsvariabler som mäts normalt. Följande beteckningar används

- i luftens värmeinnehåll kJ/kg
- x luftens vatteninnehåll g/kg
- φ luftens relativa fuktighet
- T_t luftens torra temperatur
- T_v luftens våta temperatur

Luftens värmeinnehåll kan beräknas som

$$i = ax + bT_t + cxT_t$$

När luften är fullständigt mättad med vattenånga, dvs $\varphi = 1$ och $T_t = T_v$, finns det ett entydigt samband mellan luftens vatteninnehåll x_m och temperatur T

$$x_m = f(T)$$

Funktionen f kan approximeras med ett antal linjesegment med data från ångtabeller. För luft brukar ofta följande approximativa samband mellan relativ luftfuktighet φ , absolut luftfuktighet x och absolut luftfuktighet vid mättning x_m .

$$\varphi \approx \frac{x}{x_m(T_t)}$$

Med dessa tre samband kan tillståndsparet (i, x) beräknas från de nor-

malt mätbara tillståndsparen (T_t, P) eller (T_t, T_v) .

T_t och P är kända. Först beräknas x därefter i .

$$x = P f(T_t)$$

$$i = ax + bT_t + cxT_t$$

T_t och T_v är kända. Först utnyttjas att luftens värmeinnehåll är det samma vid den våta temperaturen som vid den aktuella temperaturen och därefter utnyttjas den framräknade entalpin, entalpiekvationen och luftens torra temperatur för att beräkna vatteninnehållet.

$$i = a x_m(T_v) + b T_v + c x_m(T_v)T_v$$

$$x = \frac{i - bT_t}{(a + cT_t)}$$

Att reglera värmaren efter värmeinnehåll torde vara lätt, men däremot kan reglering av en dyskammare bli något svårare. Dyskammaren är en snabb olinjär process med en tidskonstant mindre än en minut. Vid små pådrag fås ingen fullt utbildad vattenridå med påföljande liten befuktning. Vid större pådrag blir vattenridån fullt utbildad och en stor kontaktyta fås mellan luft och vatten. Vid mycket stora pådrag börjar luften bli mättad med vatten och den lokala förstärkningen minskar. En dyskammare uppvisar en viss tröghet vid start eller stopp, då vattenavskiljarna upptar eller avger vatten.

Tänkbara regulatorer är en PI-regulator för värmare och en PI-regulator eller eventuellt en I-regulator för befuktaren. Observera att fuktgivarens dynamik kan utgöra den dominerande dynamiken i fuktregerkretsen.

Ett alternativt regelsätt är att utnyttja att luftens våta temperatur T_v , som ej påverkas av befuktningen, för att reglera värmaren. Luften får då rätt värmeinnehåll. Nästa steg är att bestämma ett samband mellan torr och våt lufttemperatur som gäller för luft med konstant vat-

teninnehåll. Med detta samband kan man då direkt avgöra om befuktningen av luften skall ökas eller minskas.

Vid konstant vatteninnehåll x kan luftens värmeinnehåll skrivas som en funktion av den torra temperaturen T_t eller den våta T_v .

$$i = a x + b T_t + c x T_t$$

$$i = a x_m(T_v) + b T_v + c x_m(T_v) T_v$$

Deriveras dessa två uttryck med avseende på T_t resp. T_v så fås

$$\frac{di}{dT_t} = b + cx$$

$$\frac{di}{dT_v} = a \frac{dx_m(T_v)}{dT_v} + b + c x_m(T_v) + c \frac{dx_m(T_v)}{dT_v} T_v$$

En liten entalpiändring di vid konstant vatteninnehåll ($dx=0$) kan då skrivas på två sätt

$$di = \frac{di}{dT_t} dT_t$$

eller

$$di = \frac{di}{dT_v} dT_v$$

För små ändringar kring punkten ($T_{tbör}$, $T_{vbör}$) gäller att befuktningen är konstant om

$$\frac{di}{dT_t} (T_t - T_{tbör}) = \frac{di}{dT_v} (T_v - T_{vbör})$$

eller

$$T_t - T_{tbör} = k(T_{tbör}, T_{vbör})(T_v - T_{vbör})$$

Funktionen $k(T_t, T_v)$ har beräknats för några tänkbara värden på T_t och

T_v och resultatet återges i tabell 6.8.1. I området T_t 15-25 °C och T_v 13-17 °C så varierar funktionen $k(T_t, T_v)$ från 2.78 till 3.20. En god approximation är att sätta $k=3$ i detta arbetsområdet. En noggrannhet bättre än 1% fås om funktionen $k(T_t, T_v)$ approximeras med den linjära funktionen $k=2.78 + 0.1(T_v-13)$.

Befuktaren regleras nu efter en temperatur T_b , som är en viktning av luftens torra och våta temperaturfel

$$T_b = T_t - T_{tbör} - k(T_v - T_{vbör})$$

Lämpliga regulatorer är som tidigare en PI-regulator för värmaren och en PI-regulator eller eventuellt en I-regulator för befuktaren. Andra typer av befuktare, i vilka vatten strömmar ner över stora ytor, har en viss tröghet och en I-regulator kan då vara olämplig.

6.8.7 Reglering av processer med flerlägesinsignal

När tillfrånreglering av en process ej blir tillräckligt bra, brukar en lösning på reglerproblemet vara att ändra processen så att insignalen kan anta ett flertal olika lägen. Flerlägesinsignaler förekommer ofta hos kylmaskiner, värmepumpar och elvärmare.

En P-regulator kan i regel ej användas då dess förstärkning måste vara liten för att regleringen ej skall bli instabil. Den låga förstärkningen leder till att P-felet blir stort. Endast några av de önskade stegen inkopplas.

Ett alternativ är att använda en PI-regulator, men detta leder till att det sista steget kommer att ständigt kopplas in och ur vid en viss belastningsnivå. Detta är inte alltid lämpligt med tanke på slitage av mekaniska delar.

Ett annat alternativ är att använda framkoppling. Detta innebär att vid t.ex. kylning av luft så mäts temperaturen även före kylbatteriet. Om kylmaskinens kyleffekt per steg är känd så kan rätt antal steg kopplas

in. Observera att om kylmaskinens kyleffekt varierar, så kan framkopplingen ge ett dåligt resultat.

Ett annat alternativ är att använda sig av en kvotregulator som reglerar på temperaturökningen eller sänkningen av luften. Samplingsintervallet måste i detta fall väljas så att processens dominerande tidskonstant är klart mindre än samplingsintervallet.

Observera att ren tillfrånreglering har ett medelfel beroende på lasten. Endast vid halv last är felet noll. Vid reglering av kyla och värme samtidigt kan det vara olämpligt med tillfrånreglering, då variationer i tilluften orsakade av tillfrånreglering, kan regleras bort av eftervärmarna.

6.8.8 Reglering av vattenflöden

Detta sker vanligen med en kontinuerlig ventil och någon form av ställ-don. Här skall i stället behandlas några alternativ till detta vanliga sätt att reglera vattenflöde på.

Om efterföljande processens dynamik är tillräckligt långsam, kan ren tillfrånreglering av vattenflödet tillgripas. Önskas ett bättre resultat pulslängdsmoduleras vattenflödet med en lämplig periodtid mindre än den vid ren tillfrånreglering. Pulsningen av vattenflödet görs med magnetventiler eller alternativt för små flöden med ventiler med en elektrisk ställmotor eller med en värmemotor avsedda för tillfrånreglering (zonventiler).

Den största fördelen är främst den låga kostnaden. Några av nackdelarna med magnetventilen är buller, tryck och temperaturstötar i försörjningsnätet och ingen backup vid bortfall av regulator. Endast de två sista gäller för zonventilerna. Gångtiden för ventilen med elektrisk ställmotor är 12 sekunder och för ventilen med värmemotor är den 3 minuter. I en anläggning med ett stort antal tvålägesventiler kan man vid datorreglering sprida ut regleringrepp så att tryck och temperaturvariationer överlagras på ett lämpligt sätt.

Ventilen med värmemotor, som egentligen är avsedd för tvålägesreglering kan regleras kontinuerligt genom att variera den tillförda effekten. Detta kan ske genom tyristorreglering eller pulslängdsmodulering av spänningen till värmelindningen. Enda nackdelen är att backup saknas vid bortfall av regulator. Några experiment med värmemotor är dokumenterade i Jensen & Lundh (1975).

Ett annat liknande alternativ är att använda sig av vanliga termostatventiler försedda med en motståndslindning för elektrisk uppvärmning. Detta har provats, men termostatventilerna var alltför långsamma (tidskonstant 10-30 minuter).

6.8.9 Driftoptimering av anläggning med värmeåtervinning

Anläggning som skall driftoptimeras antas bestå av en förbehandlingsdel med värmeåtervinning. Efterbehandlingen utgörs av ett flertal aggregat med värme och kyla och eventuellt även befuktare. Normalt sätts tilluftstemperaturen till en fix temperatur i området 10 °C till 15 °C för själva förbehandlingen.

Ett enkelt sätt att utnyttja värmeåtervinningen bättre är att reglera den så att precis ett av efterbehandlingsaggregaten stänger för värme. Detta leder till att förbehandlingen körs efter lokalen med lägsta värmebehovet. Om luftmängden till denna lokal är liten i förhållande till de övriga luftmängderna så kan detta vara ett ytterst oekonomiskt sätt att reglera förbehandlingen på. Även om kostnaden för kyla är högre än den för värme, så kan det vara ekonomiskt att reglera förbehandlingen så att vissa efterbehandlingsaggregat måste kyla och andra måste eftervärma mindre.

Värme/kylkostnaden K_i för en efterbehandling i kan skrivas som en funktion av den önskade temperaturen T_i och förbehandlingstemperaturen T_f .

$$K_i(T_f) = \begin{cases} k_k q_i (T_f - T_i) & \text{om } T_i \leq T_f \\ k_v q_i (T_i - T_f) & \text{om } T_i > T_f \end{cases}$$

Konstanterna k_k , k_v och q_i anger kylkostnaden, värmekostnaden och luft-

mängden. Kostnaden K_i är noll när $T_i = T_f$.

Den totala värme/kylkostnaden kan nu skrivas som

$$K_t(T_f) = \sum_{i=1}^n K_i(T_f)$$

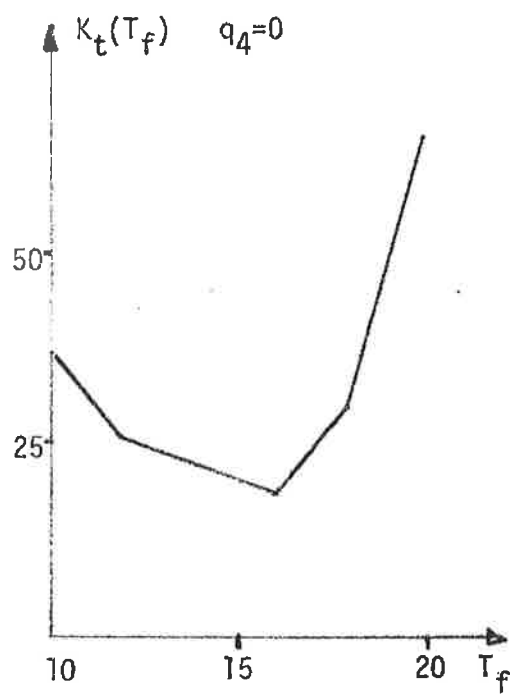
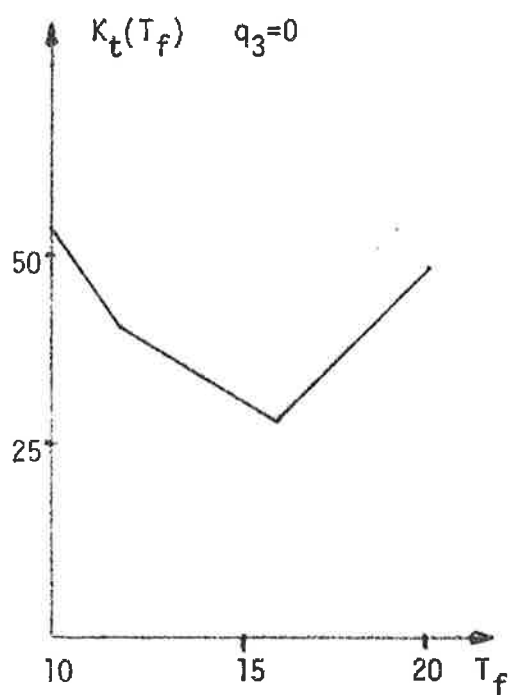
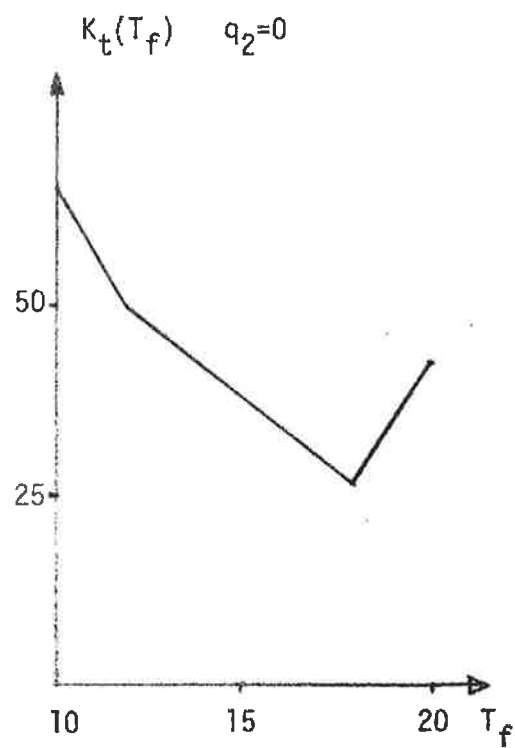
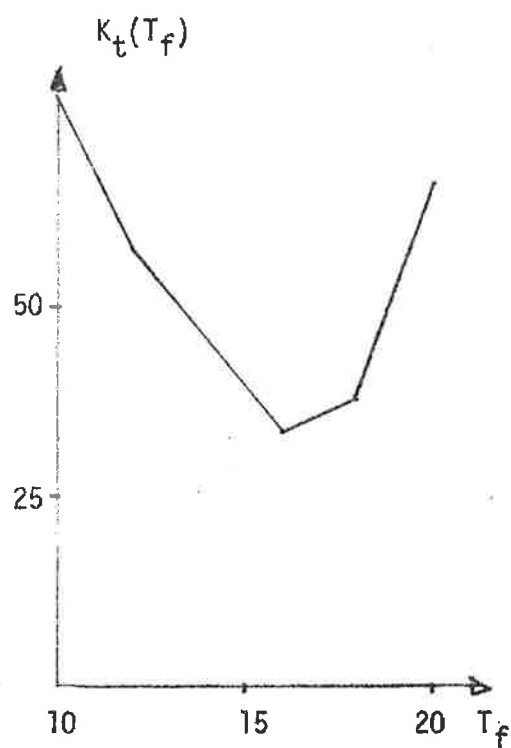
Nu gäller det att finna den temperatur T_f som ger den lägsta kostnaden $K_t(T_f)$. Temperaturen T_f är begränsad neråt till omkring 10 °C (kondensrisken). Vid närmare analys finner man att funktionen $K_t(T_f)$ endast kan ha ett minimum och detta antas i någon av punkterna $T_f = T_i$ ($i=1,n$). Kostnadsfunktionen kan anta samma värde i två intilliggande punkter. För att klargöra begreppen ges ett exempel i tabell 6.8.2 med fyra efterbehandlingsaggregat. Kylkostnaden k_k antas vara tre gånger värmekostnaden k_v .

Den optimala förbehandlingstemperaturen är 16 °C och kostnaden 34 enheter. Detta kan jämföras med kostnaden på 58 enheter vid förbehandlingstemperaturen 12 °C som sammanfaller med den lägsta önskade tilluftstemperaturen.

De beräkningar som krävs för att finna den optimala förbehandlingstemperaturen, kan enkelt utföras i en dator, där alla önskade efterbehandlingstemperaturer och luftflöden är kända. Aktuella värden på värme- och kylkostnader kan matas in i dator så att beräkningarna sker med rätta värden.

Om även befuktning ingår i efterbehandlingen, kan driftsoptimeringen ske genom att omräkna den befuktade luftens tillstånd till tillståndet före befuktaren och att använda detta tillstånd vid optimeringen. Befuktningen påverkar endast obetydligt luftens värmeinnehåll, om befuktning sker med diskammare.

Detta förenklade exempel visar att en anläggning av denna typ kan regleras så att bättre driftsekonomi erhålls. Någon hänsyn har inte tagits till hur driften av kylmaskinen skall ske. Den totala kylkostnadsfunktionen måste då modifieras. Själva utformningen av den typ av anläggning kan diskuteras, då värmeåtervinningen ej kan utnyttjas maximalt.



Figur 6.8.1 Fyra exempel på värme/kylkostnadsfunktionen $K_t(T_f)$ med data från tabell 6.8.1.

Tabell 6.8.1 Sambandet mellan luftens torra och våta temperatur T_t resp. T_v vid konstant vatteninnehåll för små avvikelser kring en given punkt ($T_{tbör}$, $T_{vbör}$).

$$T_t - T_{tbör} = k(T_{tbör}, T_{vbör})(T_v - T_{vbör})$$

$T_{tbör} (^{\circ}\text{C})$	$T_{vbör} (^{\circ}\text{C})$				
	10	12	14	16	20
12	2.51	-	-	-	-
14	2.51	2.67	-	-	-
16	2.52	2.68	2.87	-	-
18	2.52	2.68	2.87	3.06	-
20	2.53	2.68	2.87	3.06	3.30
22	2.53	2.69	2.88	3.07	3.31
24	2.53	2.69	2.88	3.07	3.31
26	2.54	2.70	2.89	3.08	3.32

Tabell 6.8.2 Exempel på driftsoptimering av en anläggning med fyra efterbehandlingsaggregat.

i	1	2	3	4	t	-	-	-
q_i	1	2	3	4	10	$q_2=0$	$q_3=0$	$q_4=0$
T_i	12	16	18	20	-	-	-	-
$K_i(10)$	2	12	24	40	78	66	54	38
$K_i(12)$	0	8	18	32	58	50	40	26
$K_i(16)$	12	0	6	16	34	34	28	18
$K_i(18)$	18	12	0	8	38	26	38	30
$K_i(20)$	24	24	18	0	66	42	48	66

7. EXPERIMENTELL UTRUSTNING

Avsikten med detta avsnitt är att beskriva den utrustning, som har använts för att genomföra reglering av olika klimatprocesser med dator. Samtidigt fås även ett begrepp om hur en dator kan användas för att reglera olika klimatprocesser.

För att kunna göra på olika platser i landet inköptes ett coupler/controller system. Denna enhet ansluts till en dator som en teletype. Dataöverföringen sker via kabel (kortare avstånd) eller via det normala telefonnätet. I avsnitt 7.1 redogörs för coupler/controllersystemets uppbyggnad och prestanda. Systemet kan mäta tio temperaturer eller analoga spänningar och ställa ut fyra analoga spänningar och fyra reläer eller alternativt 16 reläer.

Då det inte alltid är möjligt att direkt mäta eller reglera olika objekt med ovannämnda system måste viss hjälputrustning byggas. I avsnitt 7.2 kommer ett lägesservo, en linjäriseringskrets, en varvtalsgivare och effektregulator att beskrivas.

Den använda datorn beskrivs i korthet i avsnitt 7.3. I avsnitt 7.4 redogörs för den programvara som har tagits fram för att utföra försöken.

Slutligen nämns också något om kommunikationslänken mellan dator och försöksutrustningen.

7.1 Coupler/Controllersystemet

Coupler/controller, Hewlett Packard 2570 A, är ett system för överföring av information mellan ett antal yttre enheter. Utanför coupler/controlleren kan informationen existera i form av BCD-kod, ASCII-kod i serieform eller i form av reläslutningar. Inkommande information omvandlas till ASCII-kod i parallellform och kan sedan för utmatning omvandlas till någon annan form. Informationsvägarna styrs antingen av ett internt program uppkopplat med en diodmatris eller med utifrån kommande instruktioner(dator eller operatör).

Coupler/controlleren består av spänningsaggregat, styrenhet med den tidigare nämnda programmerbara diodmatrisen, 8 platser för interfacekort för olika yttre enheter och en databuss för överföring av information mellan de olika interfacekorten.

System, som här skall beskrivas består av, förutom själva coupler/controlleren, ett timesharingkort, ett BCD-inputkort, ett BCD-outputkort, ett 16 bitars reläregisterkort, ett vid institutionen för reglerteknik byggt interface med analoga och logiska utgångar, en digital voltmeter och en scanner.

Själva coupler/controlleren innehåller alla interfacekorten. Timesharingkortet förbinder systemet med en dator. BCD-outputkortet används för att styra en scanner, BCD-inputkortet för att styra och överföra data från en digital voltmeter. 16 bitars reläregistret styr det egna interfacet.

Instruktioner till coupler/controlleren har formen anX , där a anger "detta är en instruktion", n är en siffra 0 - 7 som anger till vilken plats instruktionen är riktad, och X är en bokstav A - 0, som utgör själva instruktionen. Vissa instruktioner har en utvidgad form, $anXyyy...$, där y är en godtycklig siffra eller bokstav. Mer detaljerad information kan fås i Jensen (1973d).

Hela mästsystemet kan testas med tillhörande teletype på samma sätt som datorn normalt arbetar med mätutrustningen.

Analoga mätsignaler mäts med digitalvoltmetern och scannern. Tio likspänningar kan mätas i området ± 10 V, ± 1 V eller ± 100 mV. Mätområdet kan fixeras eller väljas automatiskt. Antalet kanaler kan byggas ut i grupper om 10 till 50. Att göra en avläsning tar 2,6 sek. Spänning över 15 V kan skada scannern.

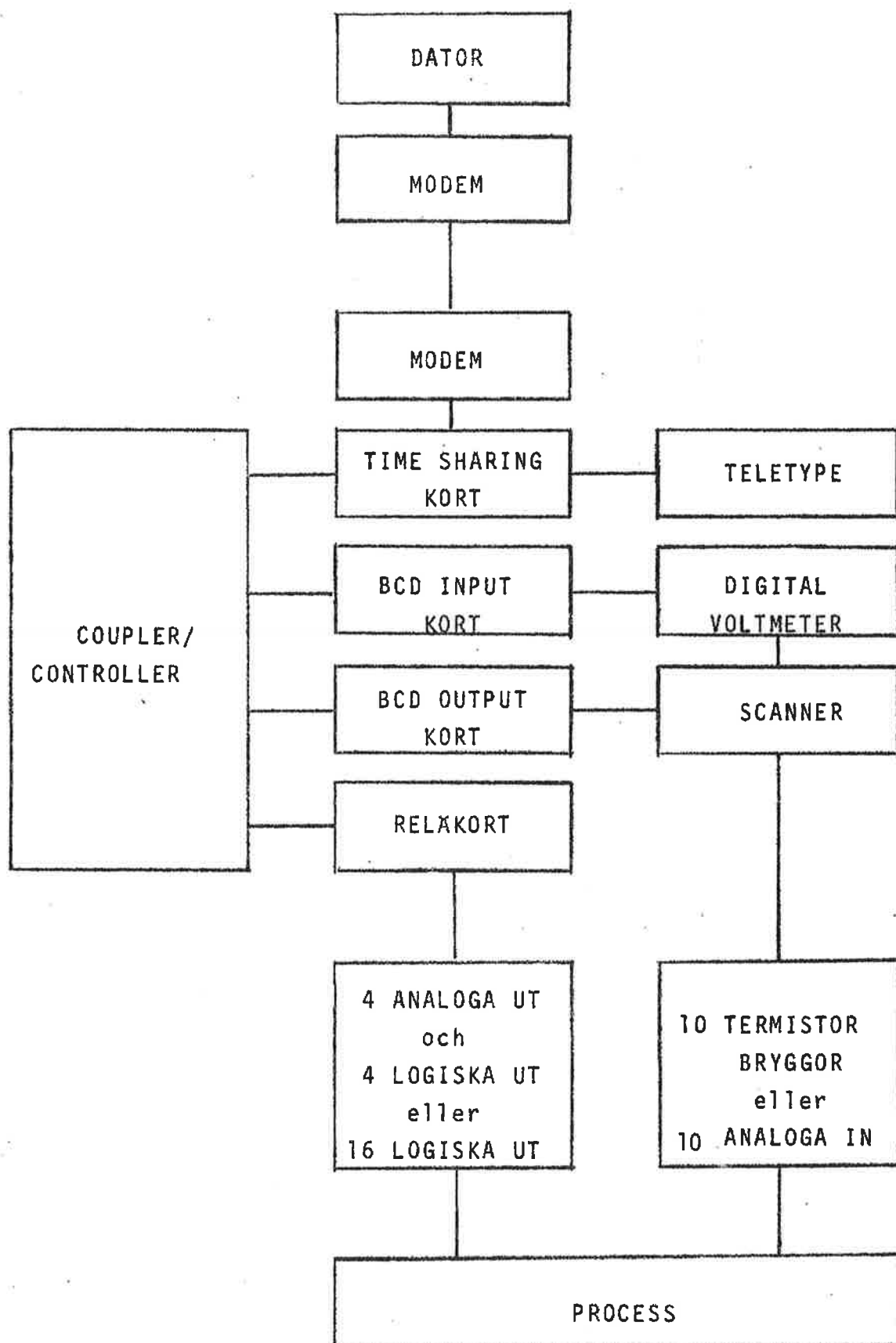
Logiska insignaler finns ej. En analog insignal kan i nödfall användas.

Vid institutionen för reglerteknik har ett interface byggts till 16 bitars reläregistret, som ger 4 analoga utgångar med området ± 10 V, och som kan belastas till 5 mA. Reläerna 12-11 ger kanalnummer och reläerna 10-1 styr en 10 bitares D/A omvandlare. Att ställa ut en analog utsignal tar 0,7 sek. De analoga utsignalerna begränsas av programvaran till intervallet (-10,998) volt. Vid begränsning tilldelas den analoga utsignalen alltid det utsatta värdet som då är -10 eller 9,98 volt.

Tillsammans med de fyra analoga utsignalerna fås även fyra logiska utsignaler, vilka är reläerna 16-13 direkt. Reläerna tål att belastas med högst 100 V, 500 mA eller 10 W. I en annan version av interfacet finns endast 16 logiska utgångar, vilka motsvarar just de 16 reläerna i 16 bitars reläregistret.

Med hjälp av de tidigare givna tidsuppgifterna framgår det att om alla ingångar och utgångar skall användas så tar detta omkring 29 sekunder. Det minsta tänkbara samplingsintervallet blir då i detta fall 30 sek.

Systemet har försetts med fem temperaturgivare för intervallet 15 - 35°C och fem för intervallet 0 - 100°C med en beräknad noggrannhet på $\pm 0,06^\circ\text{C}$ resp. $\pm 0,2^\circ\text{C}$.



Figur 7.1.1. Coupler/controllersystemet.

Temperaturgivarna är termistorer, vilka ingår i en brygga. Beräkningsmetodiken finns utförligt beskriven för termistorbryggan för det lilla temperaturintervallet i Leden (1973). För det lilla intervallet används en termistor av typ YSI 44007 och för det större en dubbel termistor typ YSI 44018. Termistorerna bör ej utsättas för temperaturer över 105°C , då de kan skadas.

7.2 Hjälp-utrustning

För att reglera en process är det ofta ej tillräckligt att kunna mäta och ställa ut analoga och logiska signaler utan en viss hjälp-utrustning krävs. Fyra exempel på sådan hjälp-utrustning skall ges. De är ett lägesservo för ventilreglering, en linjäriseringskrets till ett varvtalsservo för en entalpiväxlare, ett tyristoraggregat för effektreglering av elvärmekällor och en tachogenerator för varvtalsmätning.

7.2.1 Lägesservo

Lägesservots uppgift är att köra en elektrisk ställmotor så att det uppmätta läget sammanfaller med det önskade läget, som är en analog utsignal. Beroende på felets storlek och tecken körs ställmotorn framåt eller bakåt tills felet blivit tillräckligt litet. Motorn går med konstant varvtal och påverkar läget genom en växelåda och kuggstång.

Då det inte är möjligt att stoppa motorn exakt när felet är noll, måste en viss avvikelse tolereras. Detta kan åstadkommas genom att använda ett relä med dödzon. Detta är emellertid ej tillräckligt då felsignalen kan påverkas av störningar, vilket medför att upprepade start och stopp kan ske. Själva starten eller stoppet av ställmotorn ger upphov till störningar. Genom att införa hysteres, så förhindras upprepade start och stopp på grund av störningar. Ett lämpligt val av hysteresens storlek är att sätta den till halva dödزونen. Dödزونens storlek valdes med hänsyn tagen till att lägespotensiometern var trådlindad, vilket medförde att lägessignalen gjorde små språng.

En annan lösning på lägesservoproblemet är att låta datorn mäta läget och därefter köra ställmotorn framåt eller bakåt. Detta kan ske på två sätt. Det ena är att pulslängdsmodulera signalen till ställmotorn, dvs motorn körs framåt eller bakåt under ett tidsintervall proportionellt mot felet. Denna metoden har också använts.

Det andra och ännu enklare sättet är att datorn kör ställmotorn framåt eller bakåt tills felet blivit tillräckligt litet. Denna metod kräver att fördröjningen mellan mätning av läget och stopp av motorn är litet i förhållande till den totala gångtiden. För coupler/controller systemet är fördröjningen omkring 3 sek. Detta skall jämföras med en normal gångtid på 100 sekunder för en ställmotor. Denna metoden har ej använts.

7.2.2 Linjäriseringskrets till varvtalsservo

Varvtalsservots uppgift är att jämföra det uppmätta varvtalet med det önskade varvtalet, vilket är en analog utsignal, och att öka eller minska pådraget så att önskat varvtal erhålls. Enkla beräkningar och simuleringar visade att det ej var möjligt att låta felet påverka pådraget via ett relä med dödzon och hysteres. Detta berodde på dynamiken hos ställmotorn i entalpiväxlaren och pådragsmotorns gånghastighet. Beräkningar indikerade också att om förstärkning i det öppna systemet kunde minskas så skulle dödزونen kunna minskas. Ett sätt att göra detta är att pulslängdsmodulera lägessignalen till pådragets ställmotor. Detta innebär att ställmotorn till pådraget körs i proportion till felet, en viss periodtid och ett visst maximifel. Detta innebär också att reläet med dödzon och hysteres linjäriseras så att endast en liten dödzon kvarstår. Pulslängdsmoduleringen åstadkoms genom att jämföra varvtalfelets belopp med en triangelvåg. När felsignalen är större än triangelvågen körs ställmotor - annars inte. Rörelseriktningen avgörs av felsignalens tecken. Triangelvågens minsta värde bestämmer dödزونens storlek. Triangelvågens största värde bestämmer när pulslängdsmoduleringen upphör och ställmotorn körs konstant.

Periodtiden valdes till 2 sek., vilket är mindre än rotns uppskattade tidskonstant på omkring 5 sek. Med denna linjäriseringskrets kunde dödزونen minska ner till 1% av maximala varvtalet. I figur 7.2.2 finns linjäriseringskretsens blockschema uppritat.

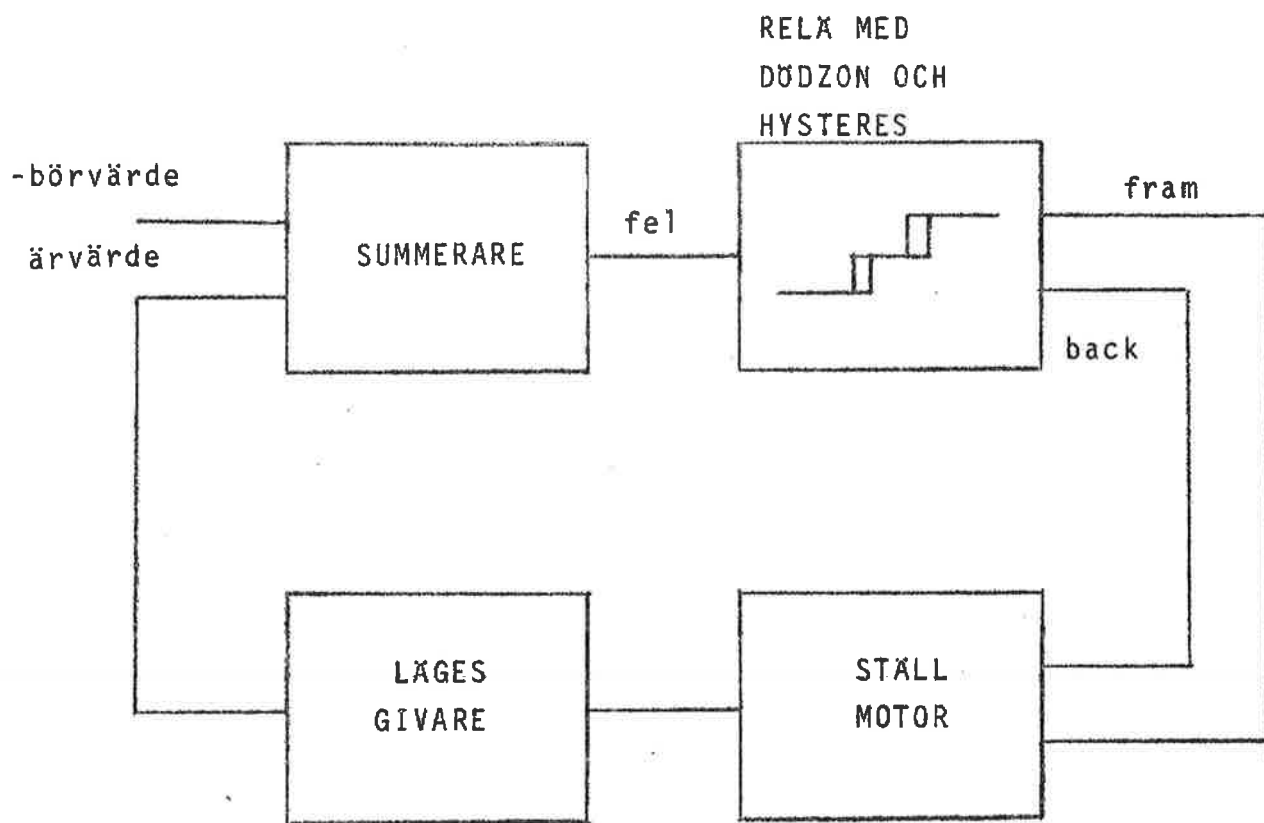
7.2.3 Tyristoraggregat för effektregering

Effektregeringen sker genom att effekten pulslängdsmoduleras av en tyristor. Pulsens längd är proportionell mot den önskade effekten, som anges som en analog insignal (-10.0, 9.98) volt. Tyristorn arbetar med halvperioder, vilket medför att effekten kan regleras i 101 olika steg, då den maximala pulslängden är 1 sekund, vilket motsvarar 100 halvperioder. I figur 7.2.3 finns ett blockschema för effektregeratorn uppritat.

7.2.4 Varvtalsgivare

För att mäta varvtalet på en entalpiväxlares motor användes en tachogenerator. Denna kopplades till drivmotorns axel via en kugghjulstransmission. Denna kunde anpassas så att varvtals-signalen i volt ungefär motsvarade antalet varv per minut. Då signalen från tachogeneratoren är behäftad med störningar, filtrerades den med ett enkelt RC-filter. Tidskonstanten valdes till 0,5 sekunder för att inte försämra varvtalsservots uppförande nämvärt. När däremot datorn själv tidstyrde pådraget, filtrerades varvtalssignalen med ett filter med en tidskonstant på 10 sekunder.

Detta gjordes för att mäta medelvärde och ej mindre varvtalsvariationer beroende på friktion och obalans i rotorn.



Figur 7.2.1. Lägesservo.

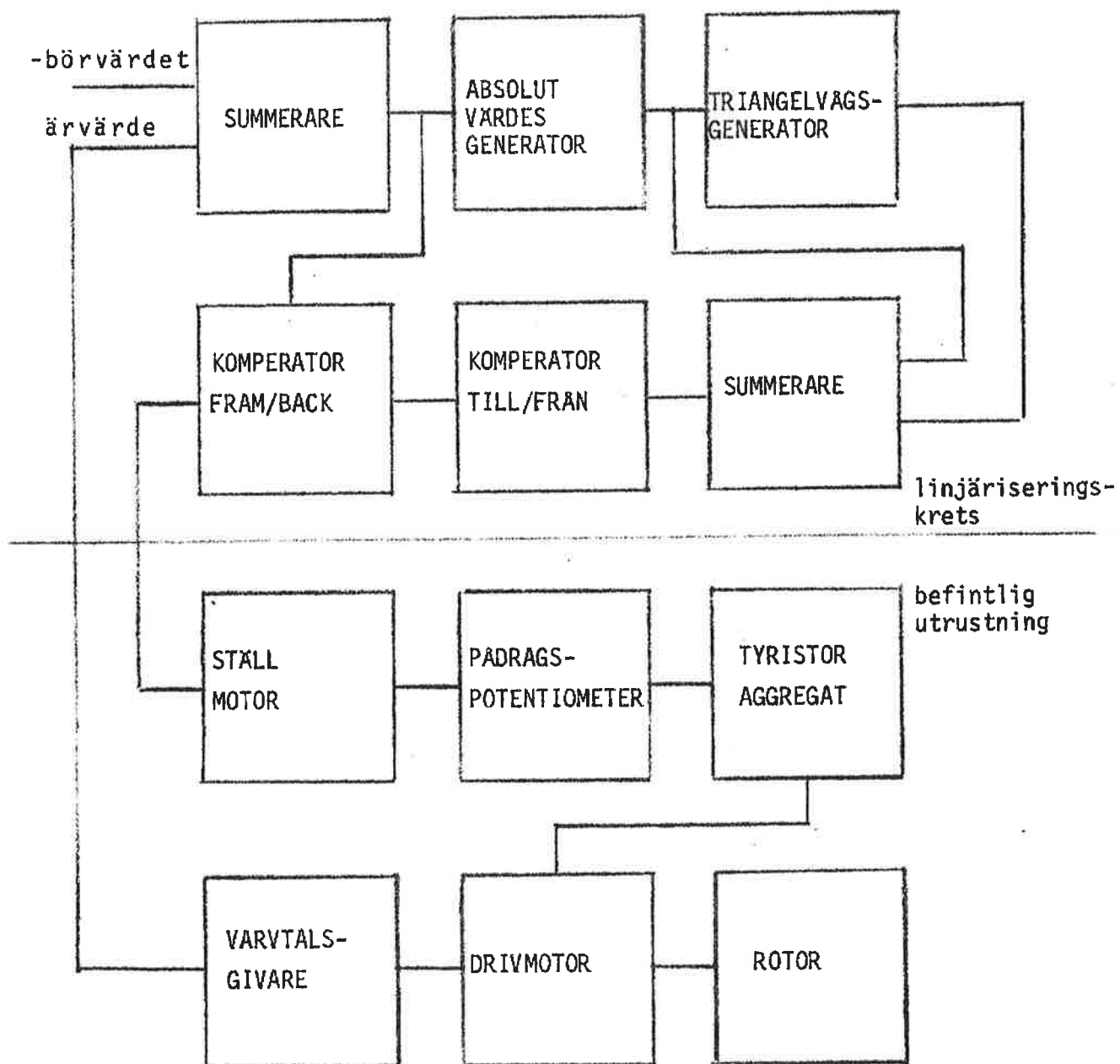


FIG.7.2.2 Varvtalsservo för entalpiväxlare

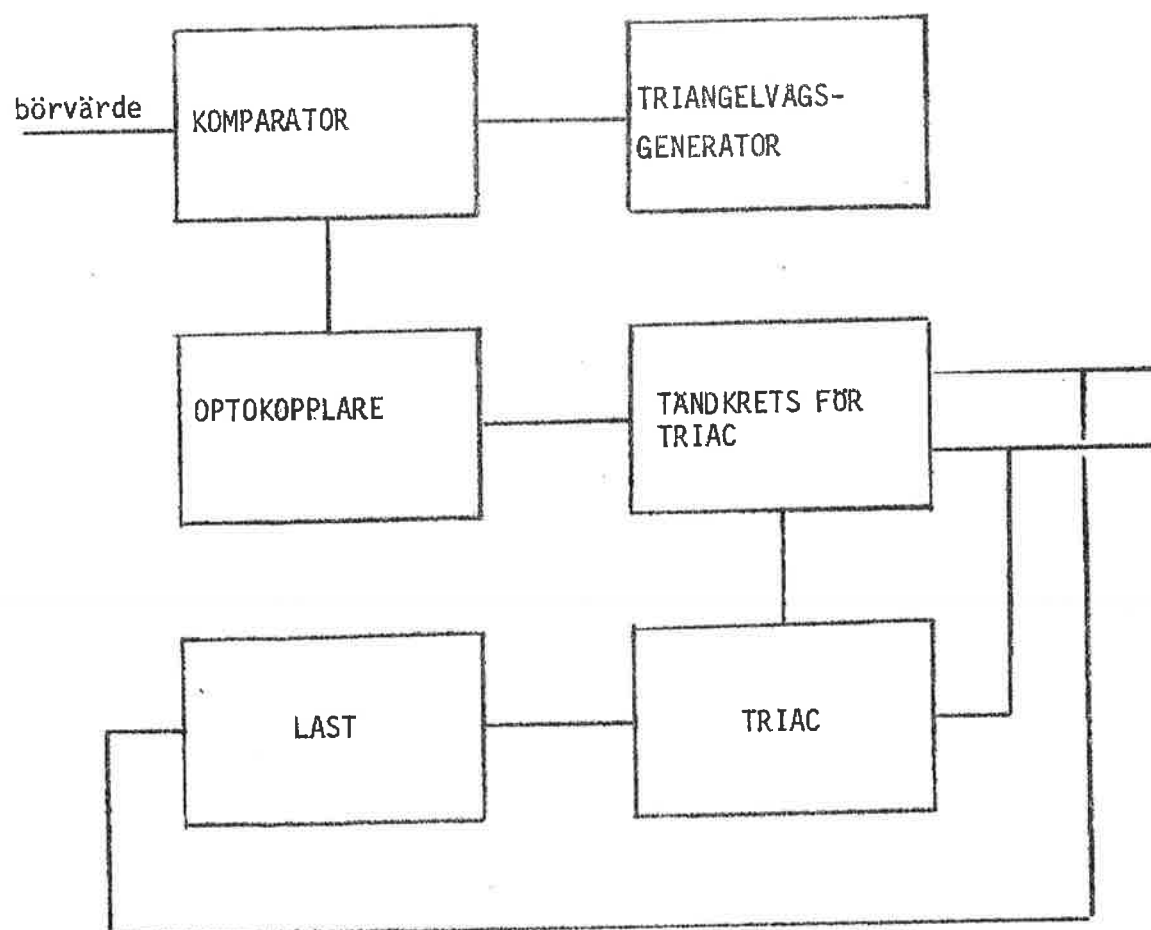


FIG.7.2.3 Tyristoraggregat för effekterglering

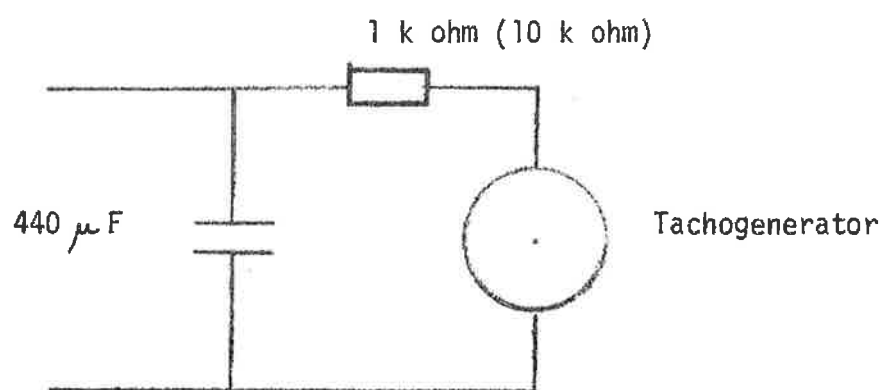


FIG.7.2.4 Varvtalsgivare, tachogenerator med filter. Resistansen har varit 1 k ohm vid reglering med varvtalsservo och 10 k ohm vid direkt digital reglering av pådraget till tyristoraggregatet

7.3 Datorn

Datorn är en PDP-15 (Digital Equipment Corporation) med ett kärnminne på 32 k ord och en disk på 256 k ord. Ordlängden är 18 bitar. Andra enheter är tre dectapeenheter, en bildskärm med kopieringsmaskin, en radskrivare och två teletyper. Datorn är utrustad med flytande räkning i hårdvara.

7.4 Datorprogramvara

Programvaran har utformats så att reglerförsök med olika regulatorer har kunna utföras automatiskt. Det finns flera skäl till detta. Dynamiken för klimatprocesser ligger i tidsområdet några minuter till ett tiotal minuter. Detta innebär att ett reglerförsök kan ta flera timmar i anspråk. Någon manuell övervakning är då knappast givande. Samtidigt är klimatprocesser ganska ofarliga även om de handhas på ett felaktigt sätt. De kan alltså lämnas utan någon övervakning en längre tid.

Ett tredje skäl är att den aktuella datorn i regel är fullt utnyttjad på dagen men ej under natten.

Vidare när jämförande försök görs är det ofta av intresse att eliminera olika okontrollerbara störkällor som till exempel personer och solstrålning. Detta kan ske genom att utföra försök nattetid.

Vid byte av regulator måste i bland ett flertal parametrar ändras samtidigt i ett visst tidsintervall, vilket kan vara svårt att hinna med manuellt.

Med automatiserade experiment kan alltså den obekväma arbetstiden på natten utnyttjas väl och utan olägenhet, samtidigt som den är lämplig att använda vid jämförande försök.

För att använda datorn i reell tid finns ett reelltidssystem benämnt RSX plus. I detta system kan flera program vara aktiva samtidigt. Exekvering sker efter prioritet. En användare kan utnyttja fyra olika stora kärnminnesareor för att exekvera sina egna program i. Detta programsystem har köpts av datortillverkaren.

De program som har tagits fram för att utföra försök kan delas upp i följande grupper:

Program för definition och exekvering av regulatorer

Program för definition och ändring av försöksbetingelser
(programstyrning)

Program för användande av coupler/controller systemet

Program för insamling av försöksdata

Program för uppritning av insamlade försöksdata

I de följande avsnitten kommer de ovanstående programgrupperna att behandlas. En utförligare beskrivning av program finns i Jensen (1974k).

Programmeringen har huvudsakligen skett i FORTRAN IV. Endast ett fåtal rutiner har skrivits i assembler på grund av utrymmesbrist.

7.4.1 Program för exekvering av regulatorer

I en databas på disken finns all den information om alla regulatorer som skall exekveras. Databasen kan ändras från operatörsteletypen, skrivas ut på bildskärm eller radskrivare och överförs mellan disk och dectape i båda riktningarna. Regulatorprogrammet kan beräkna högst fem regulatorer, som kan vara digitala PID-regulatorer, z-transformer eller en kombination av båda. Upptill fem samplingsintervall gamla in- och utsignaler kan ingå i regulatorerna.

Mätvärdena som ingår i regulatorerna skalas först och därefter kontrolleras att de ligger i rätt intervall och att ändringen ej är otillåtet för stor. Vid fel ersätts mätvärdet med det föregående.

7.4.2 Program för programstyrning

Även i detta fall definieras försöksbetingelserna av en databas på disken. Denna databas kan behandlas på samma sätt som regulatorbasen. Upptill femton olika parametrar kan ändras till sju olika värden oberoende av varandra i tiden.

Efter det att en parameter antagit alla sina önskade värden börjar sekvensen om igen med första värdet, dvs parameterändringarna är periodiska. De parametrar som kan ändras är alla de i regulatordatabasen ingående parametrarna. Detta medför att regulatorparametrar, börvärden, analog och logiska utsignaler kan ändras till önskade värden när så önskas.

7.4.3 Program för användande av coupler/controllersystemet

I kärnminnet finns en databas som definierar det antal analoga in- och utgångar som skall mätas respektive ställas ut. Detta görs av ett program som exekveras varje samplingsintervall. Först mäts alla ingångar och därefter väntar programmet tills att regulatorprogrammet har beräknat alla nya analoga och logiska ut signaler, som är insignaler till reglerobjektet.

Mätvärdena från de analoga ingångarna testas för åtta olika fel. Vid fel ersätts mätvärden med en felkod som motsvarar ett otänkbart stort mätvärde (>20 volt). Testerna sker i följande ordning:

- 1 Felaktigt ASCII-tecken
- 2 Högsta mätvärdes siffra ej 0 eller 1
- 3 Felaktigt mätkanalnummer
- 4 Felaktig mätområdessiffra
- 5 Positiv överbelastning
- 6 Negativ överbelastning
- 7 Felaktig överbelastningssiffror
- 8 Motsägelse mellan överbelastningssiffra och tecken

Insignalen till reglerobjektet, de analoga mätvärdena diskretiseras och begränsas till intervallet $(-10, 9,98)$. Detta gäller både det utställda värdet och det önskade värdet. Detta är av betydelse för regulatorer där gamla insignaler ingår.

Databasen i kärnminnet innehåller alla de senaste värdena på de analoga ingångarna och de analoga och logiska utgångarna. Databasen kan enkelt skrivas ut på bildskärmen eller på radskrivare.

7.4.4 Datainsamlingsprogram

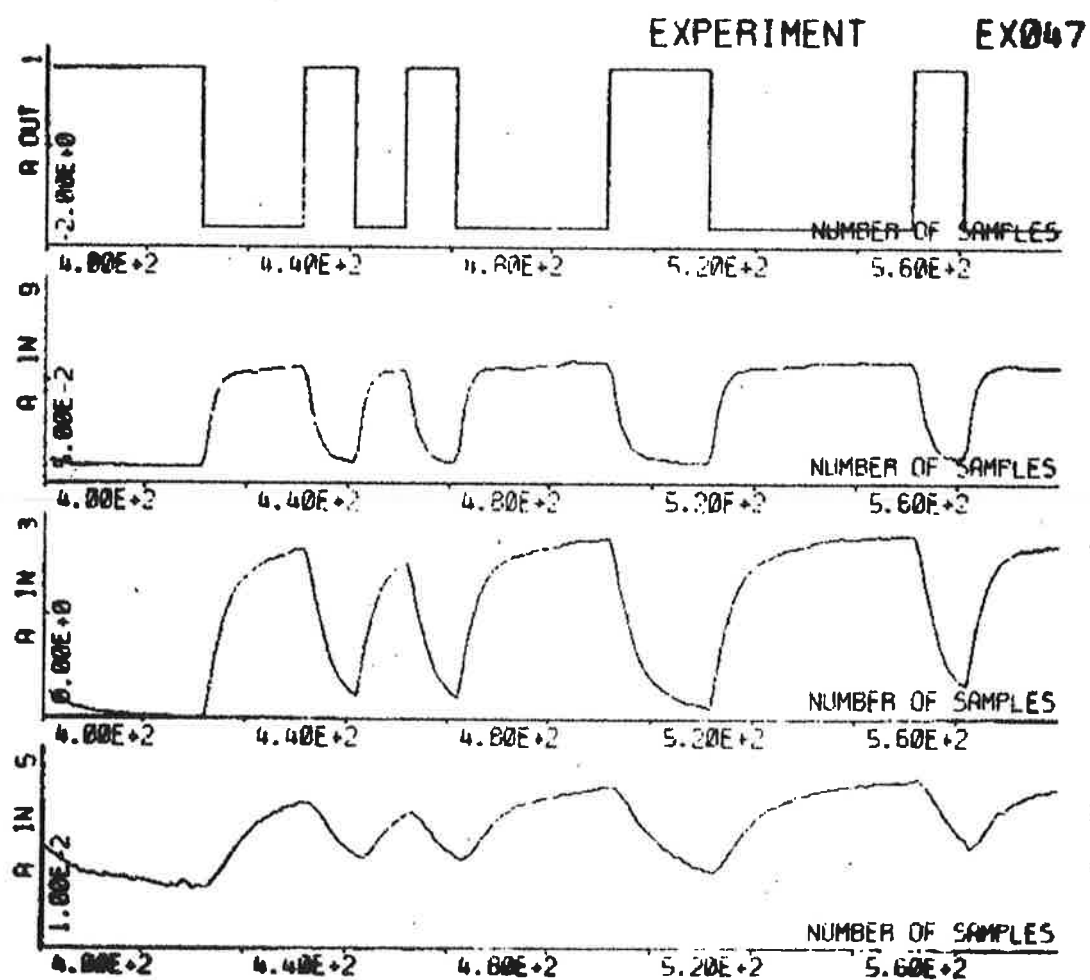
De hittills beskrivna programgrupperna räcker till för att utföra försök. För att kunna analysera försöksdata samtidigt, genast efter eller vid ett senare tillfälle, måste mätdata sparas på något sätt. Detta sker i två steg. Först lagras alla önskade mätdata på disken. Här kan nu bearbetning ske.

Om data skall bearbetas senare kan mätdata överföras till dectape. För kontroll kan också mätdata skrivas ut på en radskrivare.

7.4.5 Plottringsprogram

Ett enkelt sätt att få en god uppfattning om hur försök fortlöper är att rita upp processvariabler av intresse som funktion av tiden. För detta ändamål finns det ett program som kan rita upptill fyra valfria processvariabler, som lagras på disken. Alla skalor och kurvor bestäms helt av användare. Ett exempel på en sådan bild finns i figur 7.4.1.

Kurvritningen kan också ske fortlöpande med att mätdata samlas in.



Figur 7.4.1. Exempel på kopia av en bildskärm med uppritade process variabler. Skala 1:2.

7.5 Kommunikationslänk

Dataöverföringen mellan dator och försöksutrustningen sker med en hastighet av 110 baud eller 10 ASCII-tecken per sekund. Detta är en låg hastighet, vilket möjliggör att en tvinnad tvåledare kan användas på avstånd upptill några hundra meter. Vid försök inom Tekniska Högskolan, Lund, har befintliga kablar använts. Kabellängden är omkring 600 meter. Ledarnas tvärsnitt är $1,5 \text{ mm}^2$. Dessa kablar har använts under 400 timmars försökstid utan några störningar.

Vid försök med tre olika klimatprocesser i Malmö i samarbete med Angpanneföreningen har Televerkets låghastighetsmodem(200 baud) med automatsvar använts. Försökstiden har för dessa experiment uppgått till omkring 600 timmar. Modemförbindelsen har visat sig vara mycket pålitlig.

Televerket uppger att felfrekvensen är en bit på en miljon bitar. Detta innebär ett felaktigt mätvärde per tiotusen, då ett mätvärde består av omkring ett hundra bitar. Ett modem med automatsvar möjliggör att uppkoppling av förbindelsen mellan dator och försöksutrustningen kan ske utan att någon behöver vara närvarande vid försöksutrustningen. Detta har varit en klar fördel då de flesta försök har skett nattetid. Tyvärr krävdes manuell återställning av automatsvaret, vilket gäller för nyare typer.

Enda problemet med modemförbindelsen inträffade, när försök skedde vid Malmö Östra Sjukhus. Uppringning skedde via Malmö Allmänna Sjukhus telefonväxel. Efter att tre försök hade avbrutits exakt två timmar efter att uppringning hade ägt rum, kom förklaringen att telefonväxeln var utrustad med samtalsbegränsning på två timmar. Detta faktum kände ingen till tidigare.

7.6 Kommandostyrda interaktiva datorprogrampaket

Den arbetsmetodik som presenteras i denna rapport kräver bland annat datorprogram för modellanpassning och för dimensionering av regulatorer. I detta avsnitt skall några av fördelarna med kommandostyrda interaktiva datorprogrampaket belysas.

Ett vanligt sätt att utföra beräkningar på en dator är att göra detta som ett batchjobb på en datacentral. Datorprogrammet kan ej påverkas av användaren under exekveringen. Detta arbetssätt kan vara lämpligt vid mycket omfattande beräkningar, som inte kräver någon kommunikation med en användare. När beräkningarna minskar och ett flertal val skall göras beroende på resultatet av de tidigare beräkningarna, så är det lämpligt att användaren kan påverka datorprogrammets exekvering. Datorn måste då vara försedd med någon form av terminal. En bildskärmsterminal är ytterst lämplig, då olika kurvor kan presenteras och överföringshastigheten kan ökas betydligt.

Den enklaste lösningen på kommunikationen mellan ett datorprogram och en användare är att förse datorprogrammet med frågor, som användaren måste besvara. Sådana fråge- och svarprogram är särskilt bra för nybörjare, som tas om hand av datorprogrammet. En rutinerad användare lär sig ganska snart alla frågorna och använder ofta bara en viss del av datorprogrammet, varvid en del av programmet och frågorna måste genomlöpas i onödan. Valmöjligheterna är ofta begränsade. Detta medför att utbytet blir dåligt för en rutinerad användare.

Ett alternativ som torde tillfredsställa den rutinerade användaren är att låta användaren helt styra programexekveringen med kommandon. Detta sker genom att till varje särskild beräkning tilldelas ett kommando. Ofta löps samma kommandoföljd igenom flera gånger och för att minska skrivarbetet kan ett nytt kommando definieras, som omfattar en följd av kommandon. Dessa kommandoföljder kan sparas och användas vid andra tillfällen.

En annan fördel med kommandostyrda datorprogrampaket är att det är lätt att förse dessa med nya grundkommandon, då alla kommandon är oberoende av varandra.

De programpaket som använts i forskningsarbetet har tagits fram vid institutionen för reglerteknik. Vid modellanpassning har programpaketet IDPAC använts och vid simulering och syntes av regulatorer har programpaketerna SYNPAK och SIMNON använts. Dokumentation återfinnes i Gustavsson et al (1973) för IDPAC, i Wieslander (1973) för SYNPAK och i Elmquist (1974) för SIMNON.

För att ta fram några modeller för en process krävs en till två arbetstimmar vid en bildskärmsterminal. Beräkningstiden är ofta bara några minuter per arbetstimme. Syntes av regulatorer tar ungefär lika lång tid. För att utnyttja datorn så effektivt som möjligt så bör man vara så väl förberedd som möjligt. Den totala arbetstiden blir därför omkring en arbetsdag för att från mätdata ta fram en modell och att ta fram regulatorer med hjälp av den erhållna modellen.

Dessa tidsangivelser skall jämföras med den praktiska omloppstiden för ett batchjobb på en kvart till några timmar. Omloppstiden för program, som ritar kurvor kan ofta vara flera timmar upptill ett dygn.

8. NAGRA EXEMPEL PÅ DIGITAL REGLERING AV KLIMATPROCESSER

I detta kapitel skall flera av de reglerförsök, som utförts med olika klimatprocesser, återges i de olika avsnitten. En kortfattad beskrivning av klimatprocesserna och de använda regulatorerna görs också.

Under ett reglerförsök har alltid en störning eller en börvärdesändring gjorts för att bättre kunna bedöma de olika regulatorerna. Ett sådant försök har i regel haft en längd på omkring två timmar. För att få så likartade förhållanden som möjligt har flera försök gjorts i en följd. Detta innebär att efter en regulator har en annan omedelbart kopplats in. I regulatorer där en integrator ingår, leder detta till en viss avvikelse i början av försöket innan integratorn i den nya regulatorn har antagit sitt rätta värde. Störningarnas amplitud har alltid valts så att processens insignal ej ligger på begränsningarna, vilket skulle omöjliggöra en jämförelse mellan olika regulatorer. En kort och en lång pulsstörning har använts. Den korta pulsstörningen skall bara störa regulatorn. Rumslufttemperaturen antar snabbt sitt ursprungliga värde efter den korta störningen. Värmeutbyte sker mellan rumsluften och väggar, golv, tak och föremål i rummet. Den längre pulsen ger upphov till en kvarstående temperaturavvikelse om inget regleringrepp görs. En regulator med en integrator skall efter en tid ha eliminerat störningen helt, om insignalen ej är begränsad.

Alla försök med rumslufttemperaturreglering har skett utan att någon människa har befunnit sig i lokalen. Solstörningar har ej heller kunnat inträffa, då försöken ägt rum nattetid. Genom att eliminera dessa två något slumpmässiga störningar har det varit möjligt att jämföra olika försök med samma klimatprocess.

De olika försöken visar också hur bra regleringen av dessa klimatprocesser kan göras. Försök med olika regulatorer ger också möjlighet att bedöma vilka typer av regulatorer som är tillräckliga.

Två tillämpningar med magnetventiler finns med. Försök med ren till-frånreglering har utförts i de flesta fall, när det varit möjligt.

Med den aktuella mät- och reglerutrustningen har det inte varit möjligt att sampla snabbare än var 30:e sekund. Någon filtrering av data har då ej kunnat göras genom att sampla snabbt och bilda ett filtrerat mätvärde. Samplingsintervallet har i samtliga fall varit en minut.

Av den totala försökstiden på 1000 timmar kommer omkring 100 timmar att redovisas.

I samtliga försök har en processdator PDP-15 (DEC), ett coupler/controller system (HP) och diverse hjälputrustning använts. Detta beskrivs i kapitel 7. Dataöverföringen mellan dator och coupler/controller utrustningen har skett via kabel till försöksrummen vid Institutionen för Byggnadskonstruktionslära och via låghastighetsmodem till reglerobjekten i Malmö. De senare reglerförsöken har skett i samarbete med Angpanneföreningen i Malmö.

8.1 Rum med elradiatoruppvärmning

Rumslufttemperaturen i ett oventilerat rum regleras med två elradiatorer. Rummet är ett av försöksrummen vid Institutionen för Byggnadskonstruktionslära, LTH. Några data är

längd	4.5 m
bredd	3.6 m
höjd	3.0 m
golv, tak	betong
mellanväggar	lättbetong
fönster 2-glas	7.6 m ²

Ytterligare detaljer om försöksrummet återges i Adamson (1969).

Reglerförsöken finns också beskrivna i Jensen och Ljung (1973 i).

Uppvärmningseffekten kan regleras från 0 till 2 kW med tyristor-reglering. Rumslufttemperaturen uppmättes mitt i rummet på 1.5 meters höjd över golvet. Rummet var omöblerat.

Reglerförsöken omfattade 200 minuter under vilket uteluft blåstes in mellan den 20:e och 25:e minuten och en strålkamin på 500 W var påslagen mellan den 80:e och den 140:e minuten. Före en försöks-serie var uppvärmningseffekten konstant 1 kW.

Modellen som användes vid bestämningen av regulatorer var följande:

$$y(t) - 1.70y(t-1) + 0.72y(t-2) = 0.038u(t-3) + 0.014 u(t-4) \quad (8.1.1)$$

$y(t)$ är avvikelser i rumslufttemperatur från medelvärdet i $^{\circ}\text{C}$ och $u(t)$ är effekten i kW kring medeleffekten 1 kW. Ingen effekt motsvaras av $u(t)=-1$ och maximal effekt 2 kW motsvaras av $u(t)=1$.

Sex olika försök redovisas i figur 8.1.1 - 6 och de är

experiment nummer	figur	
1	8.1.1	ingen reglering
2	8.1.2	till-från reglering
3	8.1.3	PID-regulator inställd enligt Ziegler Nichols regel
4	8.1.4	PID-regulator bestämd genom simulering
5	8.1.5	linjärvadratisk regulator med stort straff på insignalen
6	8.1.6	linjärvadratisk regulator med litet straff på insignalen

Hur uteluftsinsblåsningen under fem minuter och det extra värmetillskottet under en timme påverkar rumslufttemperaturen framgår klart vid försöket utan reglering i figur 8.1.1.

Efter den korta uteluftinblåsningen sker ett värmeutbyte mellan väggar, golv, tak, föremål i rummet och rumsluften så att jämvikt åter uppnås. Förhållandet i värmekapacitet mellan rumsluften och de omgivande massorna är ungefär 1 till 100.

När det extra värmetillskottet tillförs kan avvikelser i rumslufttemperatur ej slås ner omedelbart på grund av tidsfördröjning i processen, vilket kommer att framgå av de olika försöken.

Till-frånreglering har approximerats med en P-regulator med hög förstärkning och mätning. Insignalen är för det mesta mättad. Den korta uteluftinblåsningen kan ej elimineras, då processen har en ren tidsfördröjning på tre minuter och att förstärkningen är för liten. När det extra värmetillskottet tillkommer, minskar förhållandet mellan till och från.

Gemensamt för de fyra följande reglerförsöken är att i regulatorerna har utsignalen filtrerats som

$$y_f(t) = (3y(t) + 2y(t-1) + y(t-2))/6$$

Vidare har integralen, som betecknas $\tilde{y}_f(t)$, ej uppdaterats vid temperaturavvikelser större än 0.6°C och samtidigt har ren till-frånreglering skett vid avvikelser större än 0.6°C .

En regulator inställd efter Ziegler Nichols regel skall vara något oscillativ, vilket framgår i figur 8.1.3. Den använda regulatorn är följande:

$$u(t) = -1.725 y_f(t) + 0.225 y_f(t-1) - 0.0111 \tilde{y}_f(t) \quad (8.1.2)$$

Ett något bättre resultat fås om parametrarna bestäms genom simulering (se figur 8.1.4). Regulatorn är i detta fall följande

$$u(t) = -3.30 y_f(t) + 2.20 y_f(t-1) - 0.092 \tilde{y}_f(t) \quad (8.1.3)$$

De linjärvadratiska regulatorerna har varit följande

stort straff på insignalen:

$$\begin{aligned} u(t) = & -3.10 y_f(t) + 2.02 y_f(t-1) \\ & -0.093 \tilde{y}_f(t) - 0.141 u(t-1) \\ & -0.156 u(t-2) - 0.012 u(t-3) \end{aligned} \quad (8.1.4)$$

litet straff på insignalen:

$$\begin{aligned} u(t) = & -7.27 y_f(t) + 4.60 y_f(t-1) \\ & -0.273 \tilde{y}_f(t) - 0.241 u(t-1) \\ & -0.323 u(t-2) - 0.012 u(t-3) \end{aligned} \quad (8.1.5)$$

Skillnaden mellan dessa regulatorer framgår klart i figur 8.1.5 och figur 8.1.6. I det första fallet är insignaländringarna små och utsignalen svänger långsamt in sig. Tvärtom är förhållandena med den andra linjärvadratiske regulatorn. Detta visar att linjärvadratisk reglerteori kan användas för att ta fram regulatorer med önskade egenskaper.

I tabell 8.1 finns en utvärdering av reglerförsök för två olika perioder, en efter uteluftinblåsningen och en omfattande det extra värmetillskottet. Utsignalens största avvikelse, dess rotmedelkvadrat och insignalens standardavvikelse har beräknats.

Den bästa regulatorn med hänsyn tagen till endast utsignalen är den andra linjärvadratiske regulatorn med litet straff på insignalen. Insignalens standardavvikelse, som anger hur mycket regulatorn varierar insignalen, är däremot minst för den första linjärvadratiske regulatorn med stort straff på insignalen. PID regulatorerna har något sämre värden.

Siffrorna i tabell 8.1 säger inte allt utan en jämförelse mellan reglerförsök bör också göras med hjälp av kurvorna i figur 8.1.1-6. Siffermässigt är skillnaden mellan de två PID regulatorerna ej särskilt stor, men tidskurvorna i figur 8.1.3 och 8.1.4 visar att PID-regulatorn bestämd med Ziegler Nichols regel är något oscillativ och I-delen är något för liten.

Resultaten av reglerförsöken med elradiatorer kan sammanfattas till följande slutsatser:

Ren till-från reglering kan användas i detta fall om temperaturvariationer på ± 0.6 °C kan tolereras. Förutom den periodiska avvikelsen tillkommer ett medelvärdesfel som beror på belastningen och som ej har bestämts i det aktuella fallet.

Med PID- och linjärkvadratiska regulatorer har försöken visat att det är möjligt att reglera med temperaturavvikelser på ± 0.5 °C vid måttlig belastningsändring och med en noggrannhet av ± 0.2 °C utan belastningsändring.

Tabell 8.1 Utvärdering av regulatorer.

Tidsperiod 1: från 31:a till 60:e minuten

Tidsperiod 2: från 61:a till 175:e minuten

A: rotmedelkvadratfelet för utsignalen i $^{\circ}\text{C}$

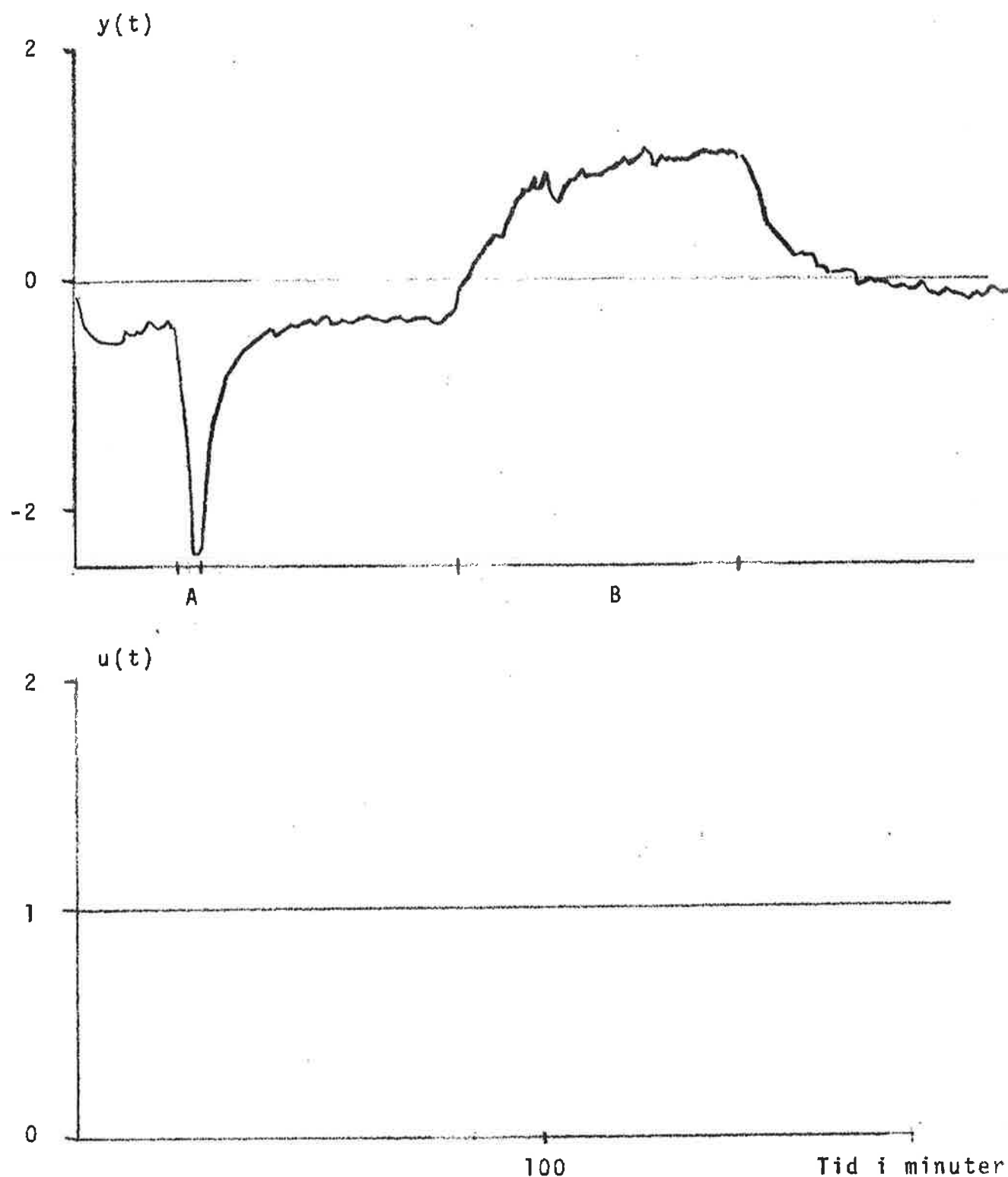
B: standardavvikelsen för insignalen i kW

C: största absolutfelet för utsignalen i $^{\circ}\text{C}$

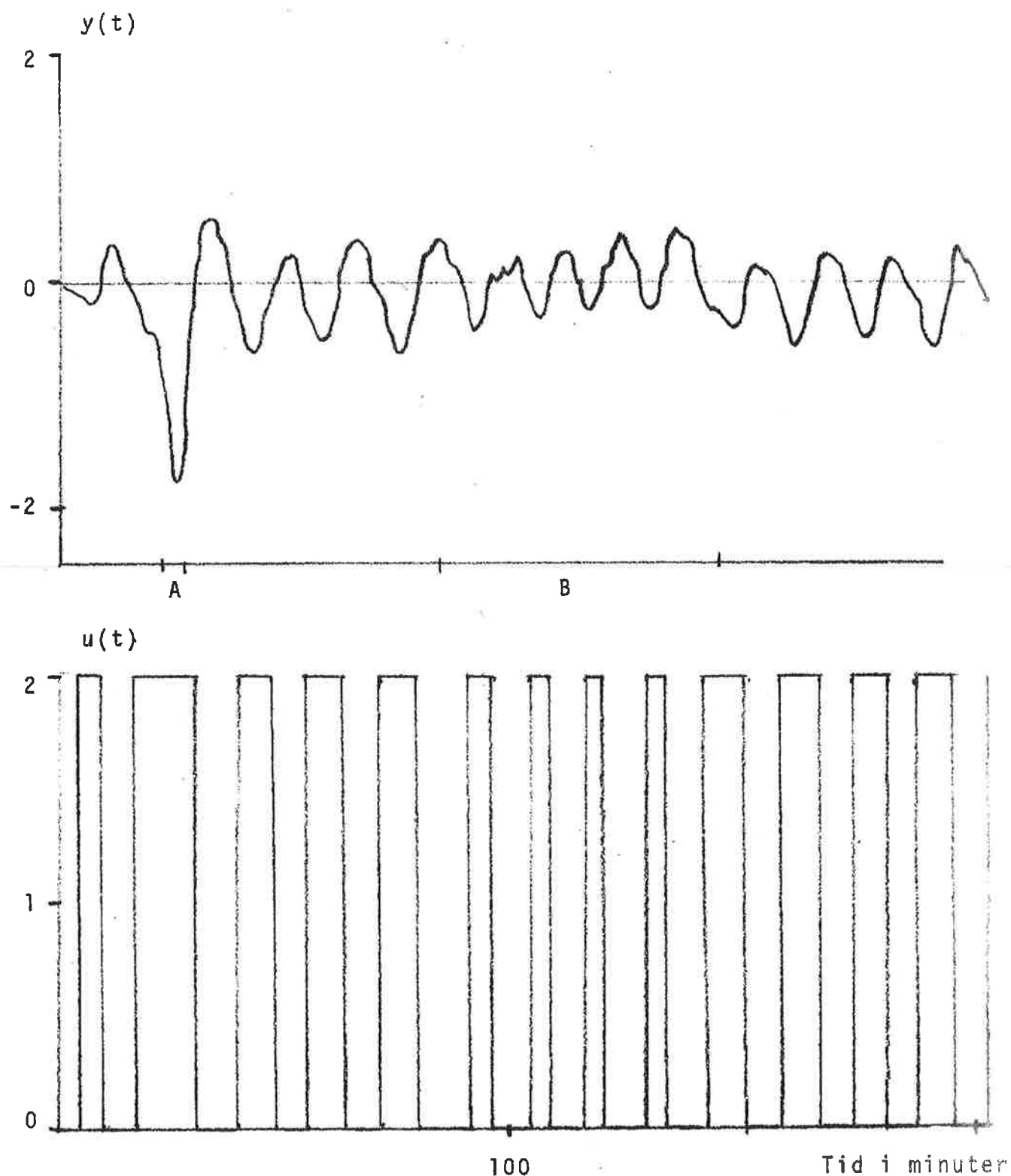
Med utsignalen avses här ej det filtrerade värdet

 $y_f(t)$ utan det uppmätta $y(t)$.

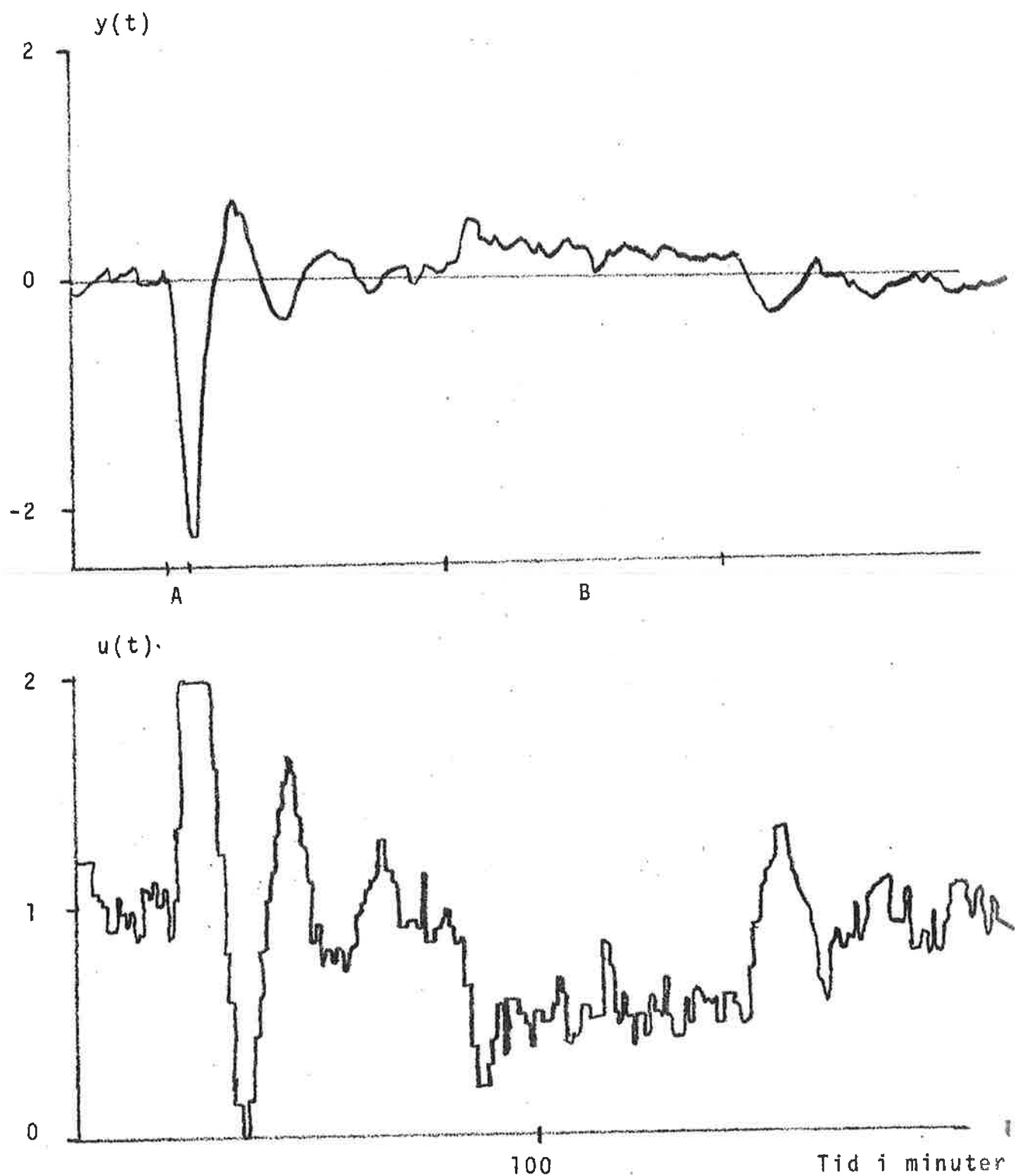
Experiment nummer	Tidsperiod 1		Tidsperiod 2		Regulator
	A	B	A	C	
1	0.516	0.000	0.707	1.192	ingen
2	0.367	0.998	0.288	0.586	tillfrån
3	0.301	0.416	0.222	0.510	PID (8.1.2)
4	0.387	0.116	0.183	0.492	PID (8.1.3)
5	0.098	0.065	0.227	0.554	linjärvkadratisk (8.1.4)
6	0.112	0.215	0.151	0.492	linjärvkadratisk (8.1.5)



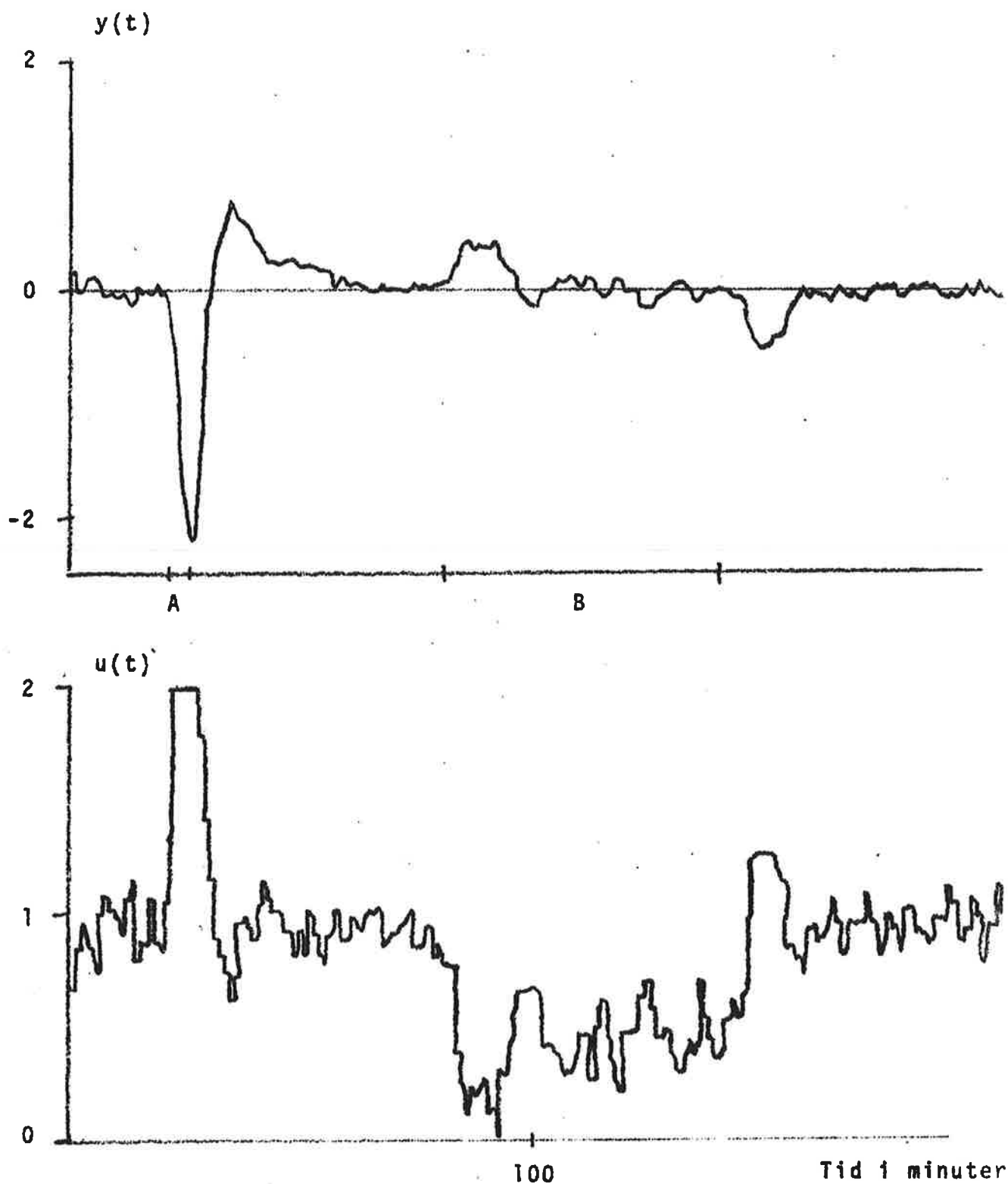
Figur 8.1.1. Experiment utan reglering. $y(t)$ betecknar rumsluft-temperaturens avvikelse i $^{\circ}\text{C}$ från börvärdet. $u(t)$ betecknar den tillförda effekten i kW. Intervallet A och B anger, när uteluft blåstes in i rummet resp. när ett extra värmeelement på 500 W var inkopplat.



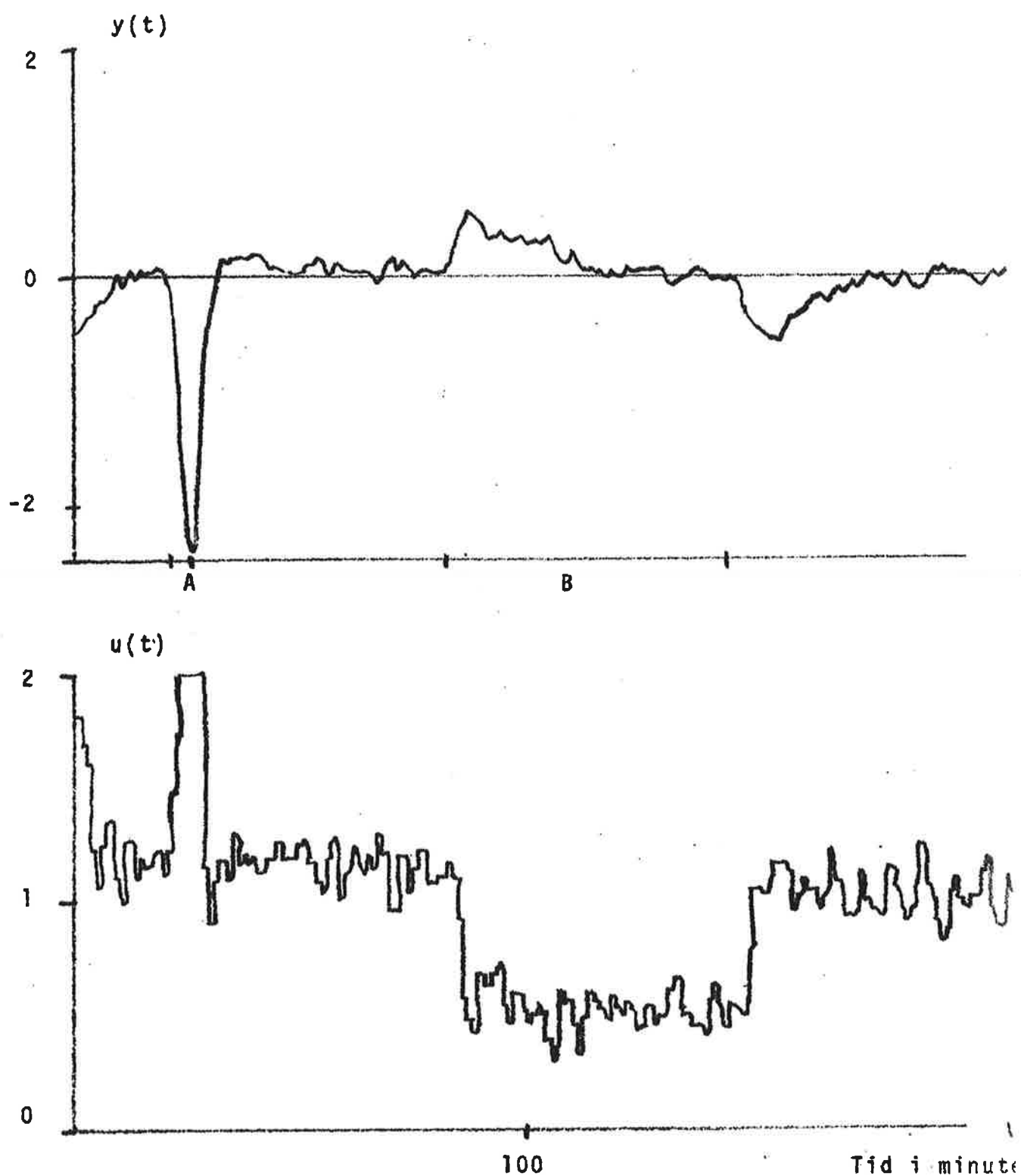
Figur 8.1.2. Experiment med ren tillfrånreglering. $y(t)$ betecknar rumslufttemperaturens avvikelse i $^{\circ}\text{C}$ från börvärdet. $u(t)$ betecknar den tillförda effekten i kW. Intervall A och B anger, när uteluft blåstes in i rummet resp. när ett extra värmeelement på 500 W var inkopplat.



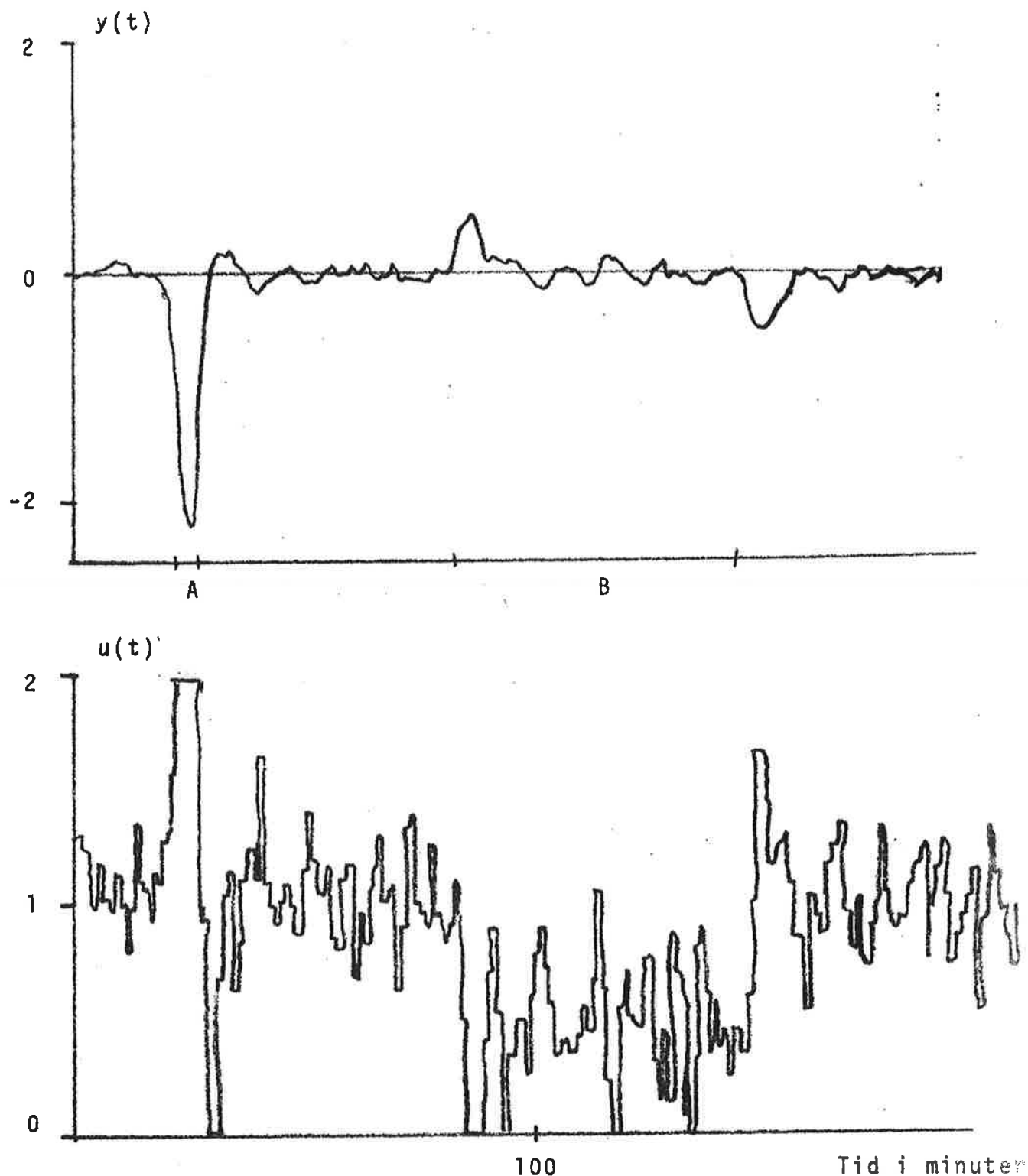
Figur 8.1.3. Experiment med en PID-regulator inställd efter Ziegler Nichols regel. $y(t)$ betecknar rumslufttemperaturens avvikelse i $^{\circ}\text{C}$ från börvärdet. $u(t)$ betecknar den tillförda effekten i kW. Intervallet A och B anger, när ute luft blåstes in i rummet resp. när ett extra värmeelement på 500 W var inkopplat.



Figur 8.1.4. Experiment med en PID-regulator bestämd genom simulering. $y(t)$ betecknar rumslufttemperaturens avvikelse i $^{\circ}\text{C}$ från börvärdet. $u(t)$ betecknar den tillförda effekten i kW. Intervallet A och B anger, när uteluft blåstes in i rummet resp. när ett extra värmeelement på 500 W var inkopplat.



Figur 8.1.5. Experiment med en linjärkvadratisk regulator med stort straff på insignalen. $y(t)$ betecknar rumslufttemperaturens avvikelse i $^{\circ}\text{C}$ från börvärdet. $u(t)$ betecknar den tillförda effekten i kW. Intervallet A och B anger, när uteluft blåstes in i rummet resp. när ett extra värmeelement på 500 W var inkopplat.



Figur 8.1.6. Experiment med en linjärkvadratisk regulator med litet straff på insignalen. $y(t)$ betecknar rumslufttemperaturens avvikelse i $^{\circ}\text{C}$ från börvärdet. $u(t)$ betecknar den tillförda effekten i kW. Intervallet A och B anger, när uteluft blåstes in i rummet resp. när ett extra värmeelement på 500 W var inkopplat.

8.2 Rum med tillfrånreglerad konvektiv uppvärmning

Avsikten med detta avsnitt är att i första hand ge exempel på olika typer av tillfrånreglering och i andra hand ge exempel på reglering av konvektiv uppvärmning.

Samma rum som i avsnitt 8.1 har använts. Uppvärmningen skedde genom varmluftsinsblåsning. Antalet luftväxlingar är tolv per timme. Luftvärmarens effekt är 4 kW. Reglerförsöken är också ett exempel på tillfrånreglering. Fyra olika tillfrånregulatorer skall beskrivas i detta avsnitt. Reglerförsöken är återgivna i figur 8.2.1-2.

Varje reglerförsök omfattar två timmar och efter en timme ändrades börvärdet från 20 °C till 21 °C.

Den första regulatorn är en ren tillfrånregulator.

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{till } y(t) < y_{\text{bör}} \\ -1 & \text{från } y(t) \geq y_{\text{bör}} \end{cases}$$

Här är $y(t)$ rumslufttemperaturavvikelsen i °C och $u(t)$ är effekten representerad som $u(t)=1$ för 4 kW och $u(t)=-1$ för 0 kW.

I avsnitt 6.5 har olika förbättringar av ren tillfrånreglering redovisats. En liten förbättring men ej en betydande, fås om även utsignalens derivata tas med vid bestämningen av insignal. I detta fall är regulatorn följande:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{till } y(t) + 0.9(y(t) - y(t-1)) < y_{\text{bör}} \\ -1 & \text{från } y(t) + 0.9(y(t) - y(t-1)) \geq y_{\text{bör}} \end{cases}$$

Processens dynamik har i detta fall approximerats med följande överföringsfunktion

$$G(s) = \frac{e^{-3s}}{12s+1}$$

Tidsenheten är en minut. I den modell som analyseras i avsnitt 6.5 är tidsfördröjningen 1 tidsenhet och derivering får aldrig överstiga 0.5 per tidsenhet. I det aktuella fallet har derivering- en satts till 0.3 per tidsenhet eller tidsfördröjning, vilket skall justeras med en faktor 3 för den tre minuter långa tidsfördröjningen så att derivationskonstanten fås uttryckt i per samplingsintervall.

En betydligt bättre reglering fås om en modell för processen utnyttjas för att beräkna en regulator i vilken det även ingår gamla insignaler. Den använda modellen är av första ordningen och med en tidsfördröjning på tre minuter eller samplingsintervall.

$$y(t) = 0.90 y(t-1) + 0.23 u(t-4)$$

Regulatorn blir följande

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{till } z(t) < 0 \\ -1 & \text{från } z(t) > 0 \end{cases}$$

$$z(t) = 3.05 y(t) + 0.915 u(t-1) + 0.837 u(t-2) + 0.766 u(t-3)$$

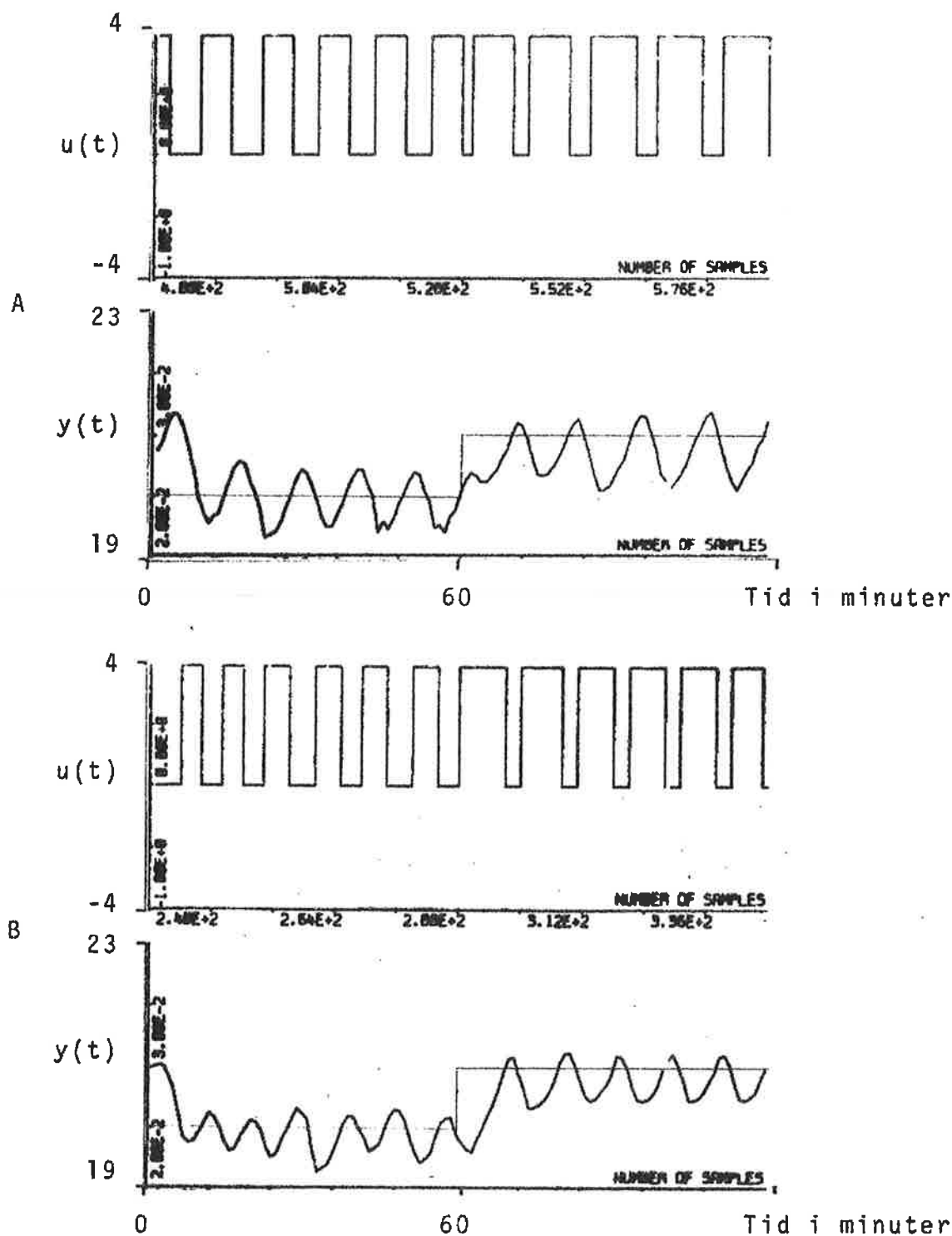
I denna regulator finns ingen integrator och det har ej tagits hänsyn till att belastningen kan variera, vilket medför att utsignalens medelvärde kan vara skilt från noll, vilket framgår i figur 8.2.2.

Genom att införa en integrator i modellen kan regulatorn modifieras så att medelfelet blir noll, vilket också framgår i figur 8.2.2. Nu är regulatorn

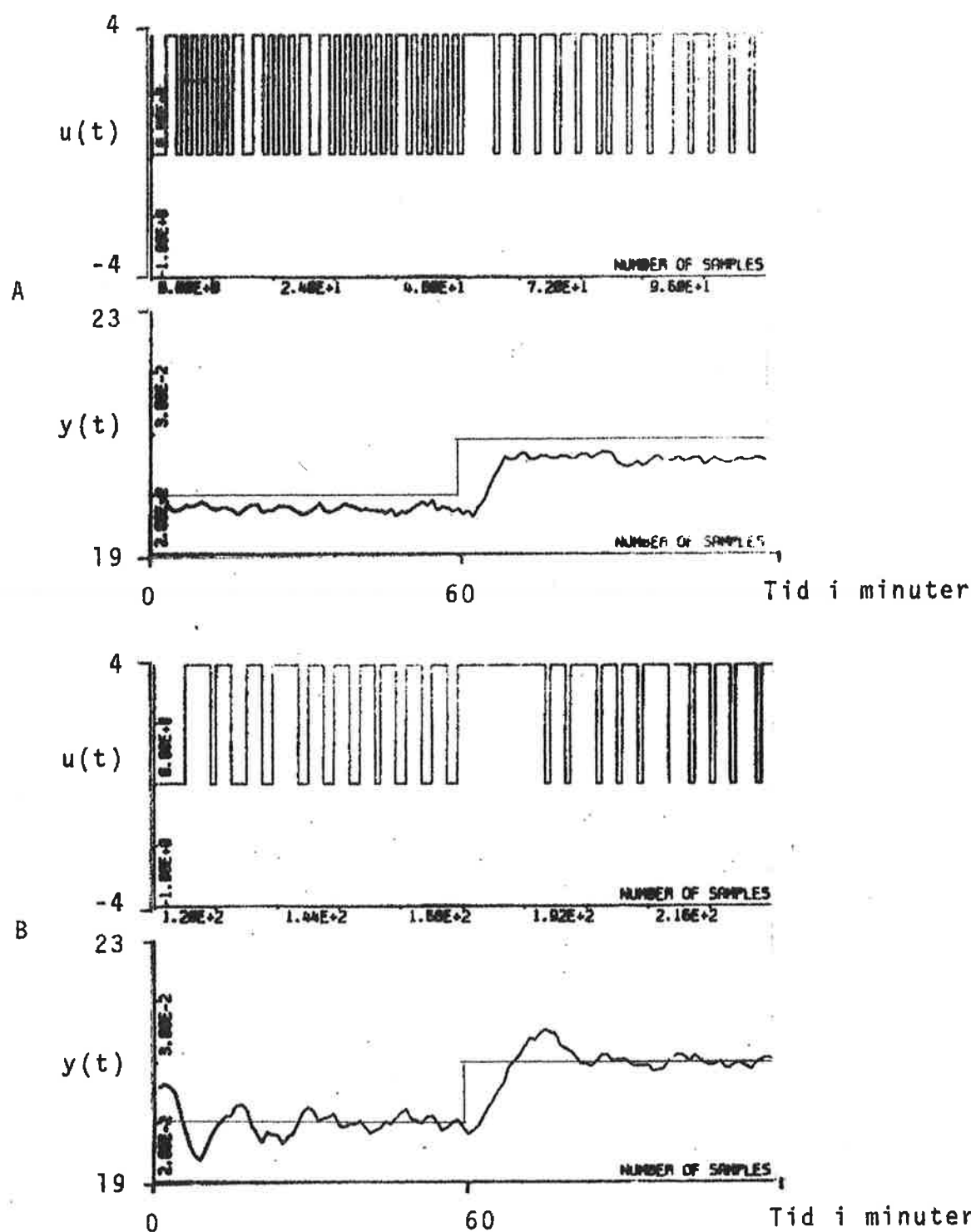
$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{till } z(t) < 0 \\ -1 & \text{från } z(t) \geq 0 \end{cases}$$

$$z(t) = 14.0 y(t) + 4.35 \tilde{y}(t) + 1.915 u(t-1) + \\ + 2.752 u(t-2) + 3.518 u(t-3)$$

Här är $\tilde{y}(t)$ integralen av utsignalen $y(t)$



Figur 8.2.1. Experiment med tillfrånreglering av rumslufttemperatur med elektriskt varmlufts batteri. A rent proportionellt. B proportionellt och deriverande. Samplingsintervallet är 1 minut. Börvärdet har ändrats från 20 °C till 21 ° efter 60 minuter. Uppvärmningseffekten i kW betecknas $u(t)$ och rumslufttemperaturen i °C betecknas $y(t)$.



Figur 8.2.2. Experiment med tillfrånreglering av rumslufttemperatur med elektriskt varmluftsbatteri. A deadbeatregulator utan integrator och B deadbeatregulator med integrator. Samplingsintervallet är 1 minut. Börvärdet har ändrats från 20°C till 21°C efter 60 minuter. Uppvärmningseffekten i kW betecknas $u(t)$ och rumslufttemperaturen i $^{\circ}\text{C}$ betecknas $y(t)$.

8.3 Lektionssal med luftkonditionering

Avsikten med detta arbete var att testa konventionell och digital reglering av rumslufttemperaturen i en lektionssal. Arbetet utfördes i samarbete med Ångpanneföreningen i Malmö. Arbetet finns utförligt dokumenterat i Ekström m.fl. (1974a,b).

Den aktuella lokalen är en lektionssal för 40 personer i Ångpanneföreningens nya kontorshus i Malmö. Några data om lektionssalen är

längd	11 m
bredd	7.5 m
höjd	3.2 m
golv, tak	betong
mellanväggar	gipsskivor, reglar
fönsteryta	11 m ²
antal luftväxlingar	10.8/h

via
Förutom ventilationssystemet skedde uppvärmning även med konvektorer längs fönsterväggen. Rummet var möblerat som vanligt. Rums-lufttemperaturen uppmättes vid den ordinarie temperaturgivaren i dess särskilda frånluftskanal, som inte avsög någon belysningsarmatur.

Insignalen till processen var en börvärdessignal till ett läges-servo för vattenventilen som förser blandningskretsen med varmvatten. I blandningskretsen ingår en pump och ett varmluftbatteri. Uteluften passerar i tur och ordning uteluftspjäll, filter, varmluftsbatteri, fläkt, tilluftskanal och blåses in i rummet i fem tvärsektioner. Evakueringen sker genom belysningsarmaturen i de fyra mellanliggande tvärsektionerna. För att undvika kondens i tilluftskanalen och kallras i rummet finns det en minbegränsnings-givare i tilluftskanalen.

För att ta fram olika regulatorer bestämdes en modell från experimentella data. Utsignalen (betecknas $y(t)$) är frånlufttemperaturen i °C och insignalen (betecknas $u(t)$) är kommenderat läge i

volt till ventillägesservot. Ventilen är helt stängd vid 9 volt och helt öppen vid -9 volt. Den bästa modellen var av andra ordningen och med en ren tidsfördröjning på tre minuter.

$$y(t+1) = 0.9455 y(t) - 0.0375 y(t-1) \\ - 0.0318 u(t-3) - 0.0309 u(t-4)$$

Ett enskilt reglerförsök omfattade 150 minuter och varmvindsfläktar var påslagna mellan den 20:e till den 25:e minuten och mellan den 70:e och 110:e minuten. En försöksserie omfattade ett försök utan någon reglering, ett försök med en konventionell analog PI-regulator och två försök med digitala regulatorer. Tre försöks-serier utfördes med olika störningseffekt, nämligen 1 kW, 2kW och 4 kW. Anläggningen är dimensionerad att klara av en värmelast på 6 kW.

Den konventionella regulatorn, Mikronik 75 (Honeywell) försedd med modulerna T 04 och M 01 kördes med ett P-band på 4 °C och en integrationstid på 15 minuter. Detta motsvarar en P-förstärkning på 4.5 V/°C och en I-förstärkning på 0.3 V/°C,min. Den motsvarande digitala regulatorn kan alltså skrivas som

$$u(t) = 4.5 y(t) + 0.3 \tilde{y}(t)$$

Den ena digitala regulatorn var en PI-regulator, som hade bestämts genom simulering av den tidigare givna modellen till följande

$$u(t) = 2 y(t) + 0.25 \tilde{y}(t)$$

Den andra digitala regulatorn hade bestämts med hjälp av linjär-kvadratisk reglerteori till följande

$$u(t) = 10.99 y(t) - 1.33 y(t-1) + 1.61 \tilde{y}(t) \\ + 0.42 u(t-1) + 0.48 u(t-2) \\ + 0.53 u(t-3) + 0.30 u(t-4)$$

Resultatet från de tre försöksserierna med olika störeffekt återges i figur 8.3.1 - 6.

Då ventilservot hade en dödzon på ± 0.2 volt, ställdes ej lägesändringar mindre än ± 0.25 volt ut. Detta framgår tydligt om insignalen undersöks närmare. Som insignal återges lägessignalen, när den konventionella regulatorn användes. Börvärdet har i samtliga tre försöksserier varit 22.5°C . Före försöksserierna har den konventionella regulatorn varit inkopplad.

Utvärdering av försöken har skett genom att beräkna olika statistiska data för utsignalen och frånlufttemperaturen $y(t)$. De beräknade värdena återges i tabellerna 8.3.1 - 3 en för varje försöksserie.

Det framgår av tabellerna 8.3.1 - 3 och figurerna 8.3.1 - 6 att den linjärvadratiska regulatorn är bäst. Vidare att den analoga och digitala regulatorn är jämgoda. En annan observation är att ju bättre reglering som krävs desto mer och oftare måste insignalen ändras.

Dessutom krävs det ett större antal regulatorparametrar, vilket kan vara arbetskrävande att bestämma och platskrävande i en dator. En god kompromiss torde då vara att en PI-regulator är lämplig att använda.

Efter ett reglerförsök med godtagbar reglering av frånlufttemperaturen där insignalen hade påmint om tillfrånreglering, framkastades idén att ersätta den konventionella ventilen med en magnetventil. Magnetventilen placerades parallellt med den ordinarie ventilen.

En ren till-frånreglering bedömdes ej vara möjlig att använda då temperaturvariationerna i frånluften skulle bli $\pm 1.25^{\circ}\text{C}$ enligt processmodellen. Vid låga utetemperaturer skulle frysskyddet lösa ut anläggningen.

Ett önskemål var att använda samma digitala regulatorer som tidigare men att använda magnetventilen. Detta kan göras genom att pulslängdsmodulera insignalen till magnetventilen så att det pulssade vattenflödet motsvarar det kontinuerliga vattenflödet.

För att samma regulator skall kunna användas, får den statiska förstärkningen ej ändras. Ett enkelt sätt att kontrollera detta är att mäta luftens temperaturökning över batteriet vid konstant insignal (kontinuerlig eller pulslängdsmodulerad). Detta har gjorts och den statiska förstärkningen blev $2.34^{\circ}\text{C/volt}$ vid kontinuerlig insignal och $2.90^{\circ}\text{C/volt}$ vid pulsad insignal. Denna förstärkningskillnad försumrades i fortsättningen.

Enkla beräkningar visade att batterikretsen skulle kunna kylas ner på omkring en halv minut. Den maximala pulslängden valdes därför till 30 sekunder.

Regulatorns kontinuerliga insignal ställdes ut som två likadant pulslängdsmodulerade perioder. Regulatorn arbetade som tidigare med ett samplingsintervall på en minut. Någon dödzon på ändringar i signalen fanns ej, då magnetventilen ändå skulle öppna och stänga två gånger per minut.

I figur 8.3.7 finns ett försök med en vanlig ventil och ett försök med en magnetventil återgivet. Regulatorn har i båda fallen varit densamma. Försöken gjordes vid olika tillfällen och störeffekten var 2 kW i det första fallet och troligen 3 kW i det andra fallet. Slutsatsen är trots allt att reglering med magnetventil kan göras lika bra som med en vanlig ventil.

Tabell 8.3.1 Medelvärde (med), rotmedelkvadratvärde (rms), minimivärde (min) och maximivärde (max) för rumslufttemperaturens avvikelse i °C för olika delar av ett experiment och för olika regulatorer. Störningseffekten har varit 1 kW.

A linjärvadratisk regulator

B digital PI regulator

C analog PI regulator

D ingen reglering

1 tidsperiod från 21 min till 70 min

2 tidsperiod från 71 min till 150 min

Experiment	Tidsperiod	med	rms	min	max
A	1	0.00	0.03	-0.07	0.12
A	2	0.00	0.08	-0.30	0.14
B	1	0.02	0.08	-0.12	0.15
B	2	0.00	0.17	-0.38	0.02
C	1	0.02	0.08	-0.12	0.20
C	2	0.00	0.20	-0.28	0.25
D	1	0.20	0.22	0.00	0.37
D	2	0.08	0.19	-0.16	0.38

Tabell 8.3.2 Medelvärde (med), rotmedelkvadratvärde (rms), minimivärde (min) och maximivärde (max) för rumslufttemperaturens avvikelse i $^{\circ}\text{C}$ för olika delar av ett experiment och för olika regulatorer. Störningseffekten har varit 2 kW.

A linjärvadratisk regulator

B digital PI regulator

C analog PI regulator

D ingen reglering

1 tidsperiod från 21 min till 70 min

2 tidsperiod från 71 min till 150 min

Experiment	Tidsperiod	med	rms	min	max
A	1	0.04	0.13	-0.30	0.40
A	2	0.00	0.15	-0.48	0.41
B	1	0.03	0.12	-0.23	0.33
B	2	0.02	0.25	-0.53	0.53
C	1	0.06	0.19	-0.30	0.52
C	2	-0.06	0.25	-0.63	0.59
D	1	-0.09	0.14	-0.21	0.25
D	2	0.29	0.39	-0.18	0.82

Tabell 8.3.3 Medelvärde (med), rotmedelkvadratvärde (rms), minimivärde (min) och maximivärde (max) för rumslufttemperaturens avvikelse i °C för olika delar av ett experiment och för olika regulatorer. Störningseffekten har varit 4 kW.

A linjärvadratisk regulator

B digital PI regulator

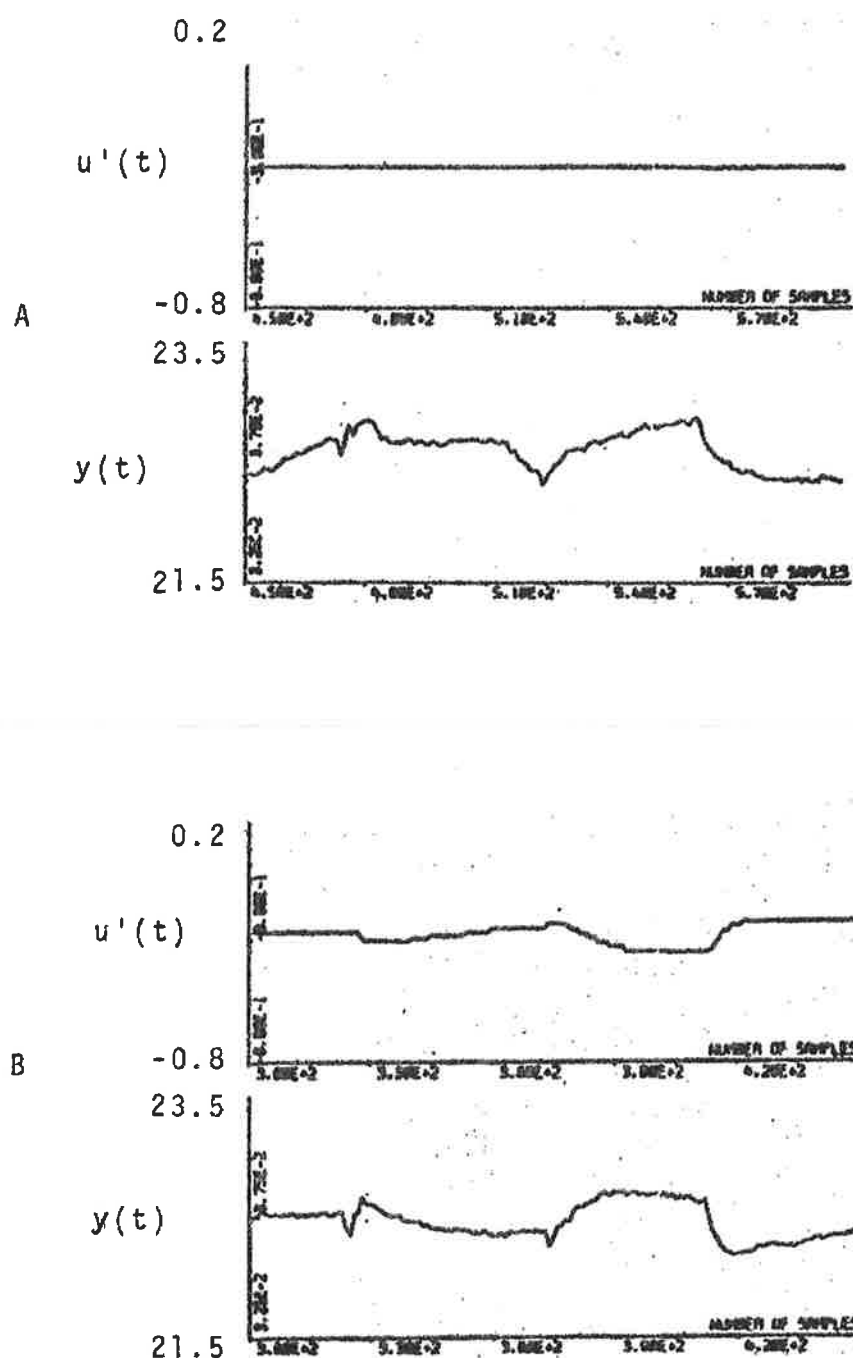
C analog PI regulator

D ingen regulator

1 tidsperiod från 21 min till 70 min

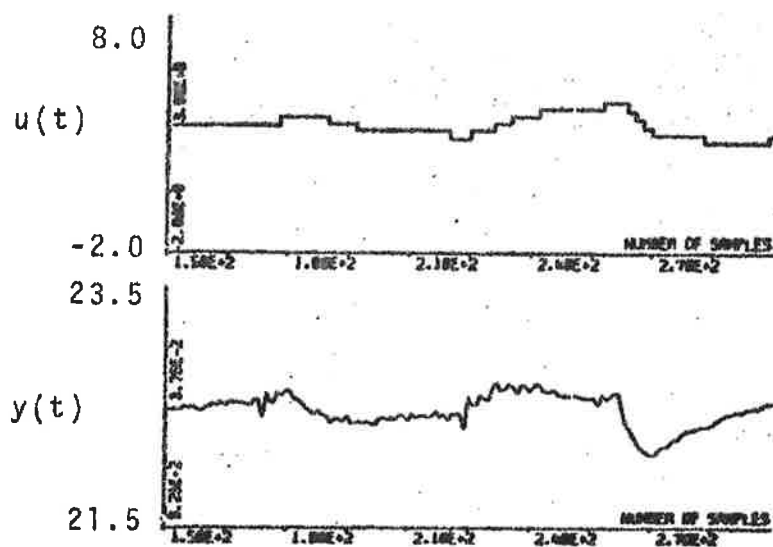
2 tidsperiod från 71 min till 150 min

Experiment	Tidsperiod	med	rms	min	max
A	1	0.03	0.19	-0.37	0.59
A	2	0.04	0.26	-0.81	0.58
B	1	-0.10	0.21	-0.37	0.50
B	2	-0.07	0.49	-1.13	0.66
C	1	-0.01	0.21	-0.26	0.67
C	2	-0.01	0.41	-0.86	0.68
D	1	-0.38	0.45	-0.66	0.35
D	2	-0.35	0.68	-1.19	0.33

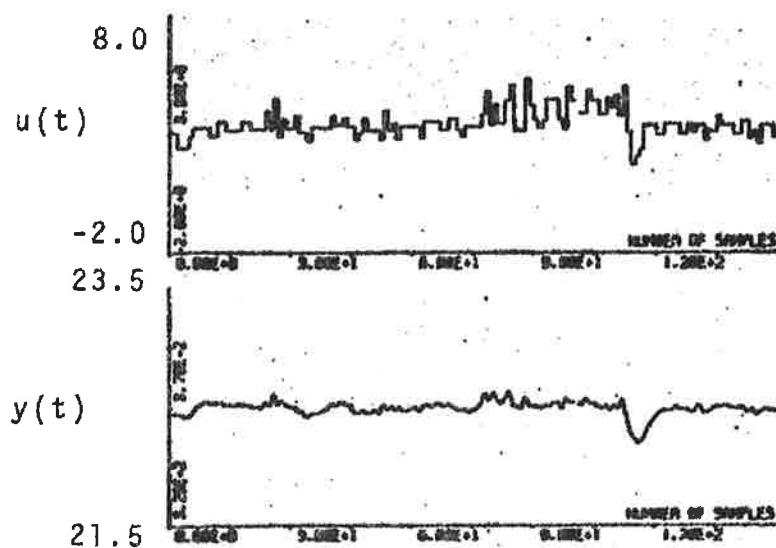


Figur 8.3.1. Experiment utan någon reglering A och med analog PI-regulator B. Störeffekten är på 1 kW. Försökslängden per regulator är 150 minuter. $u'(t)$ betecknar ventilens läge i volt (-0.9 volt helt stängd och 0.9 volt helt öppen). $y(t)$ betecknar rumslufttemperaturen i $^{\circ}\text{C}$. Börvärdet är 22.5°C .

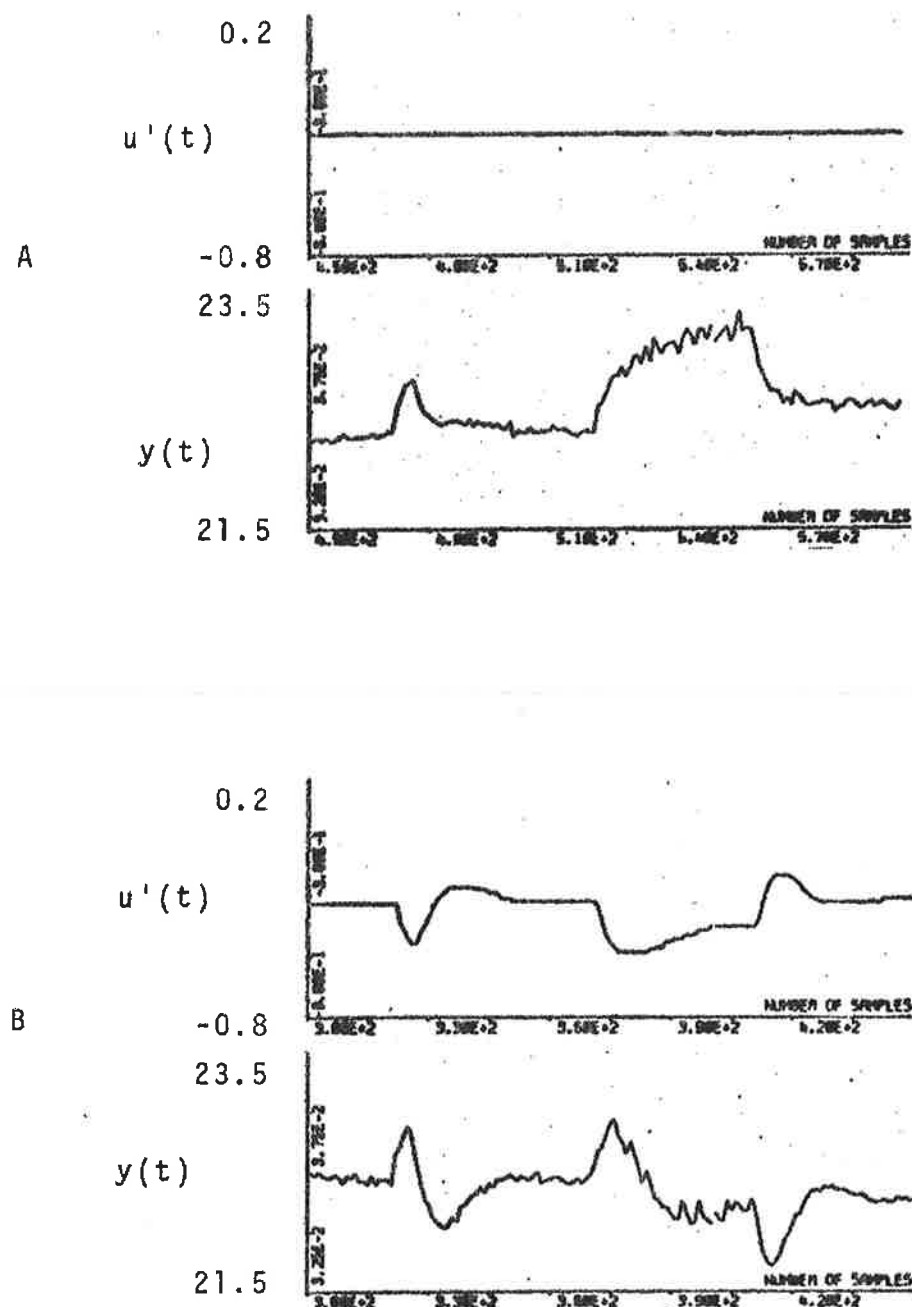
C



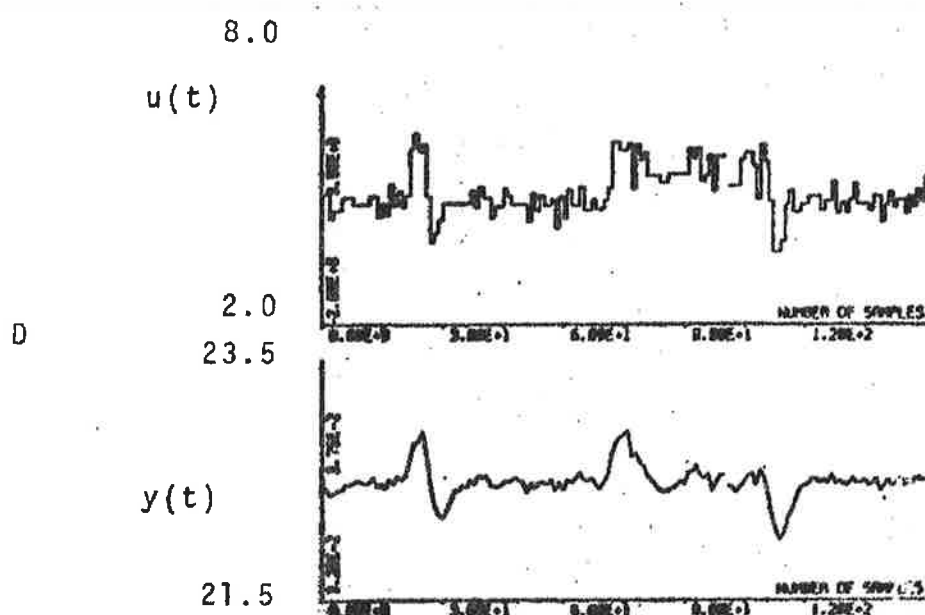
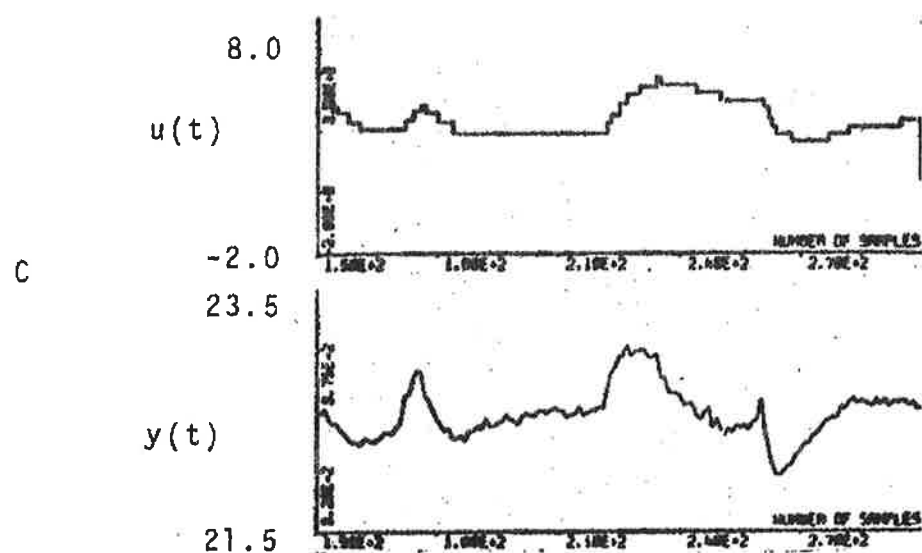
D



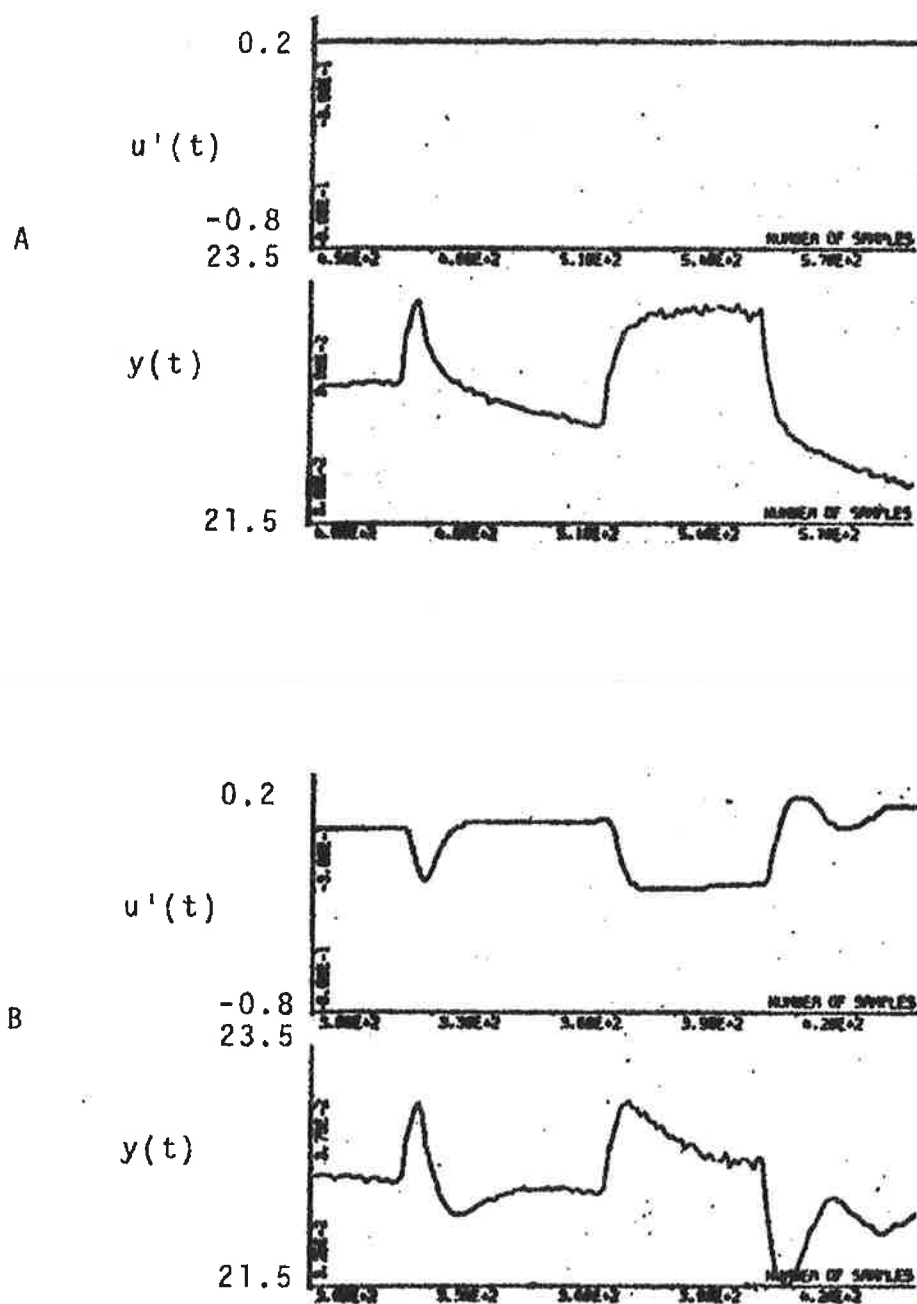
Figur 8.3.2. Experiment med digital PI-regulator C och en linjär-kvadratisk regulator D. Störeffekten är på 1 kW. Försökslängden är 150 minuter per regulator. Sambandet mellan ventilläge $u'(t)$ och insignalen $u(t)$ till lägeservot är $u(t) \approx 10 u'(t)$. $y(t)$ betecknar rumslufttemperaturen i $^{\circ}\text{C}$. Börvärdet är 22.5°C .



Figur 8.3.3. Experiment utan någon reglering A och med analog PI-regulator B. Störeffekten är på 2 kW. Försökslängden per regulator är 150 minuter. $u'(t)$ betecknar ventilens läge i volt (-0.9 volt helt stängd och 0.9 volt helt öppen). $y(t)$ betecknar rumslufttemperaturen i $^{\circ}\text{C}$. Börsvärdet är 22.5°C .

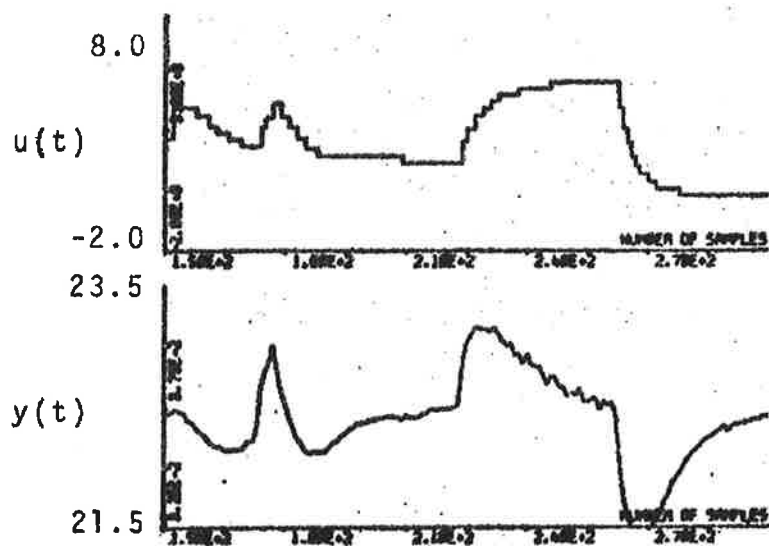


Figur 8.3.4. Experiment med digital PI-regulator C och en linjär-kvadratisk regulator D. Störeffekten är på 2 kW. Försökslängden är 150 minuter per regulator. Sambandet mellan ventilläge $u'(t)$ och signalen $u(t)$ till lägeservot är $u(t) \approx 10 u'(t)$. $y(t)$ betecknar rumslufttemperaturen i $^{\circ}\text{C}$. Börvärdet är 22.5°C .

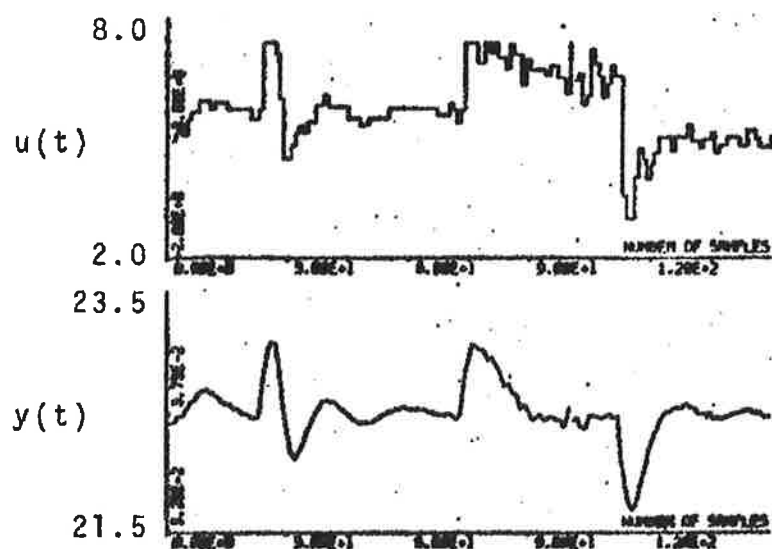


Figur 8.3.5. Experiment utan någon reglering A och med analog PI-regulator B. Störeffekten är på 4 kW. Försökslängden per regulator är 150 minuter. $u'(t)$ betecknar ventilens läge i volt (-0.9 volt helt stängd och 0.9 volt helt öppen). $y(t)$ betecknar rumslufttemperaturen i $^{\circ}\text{C}$. Börsvärdet är 22.5°C .

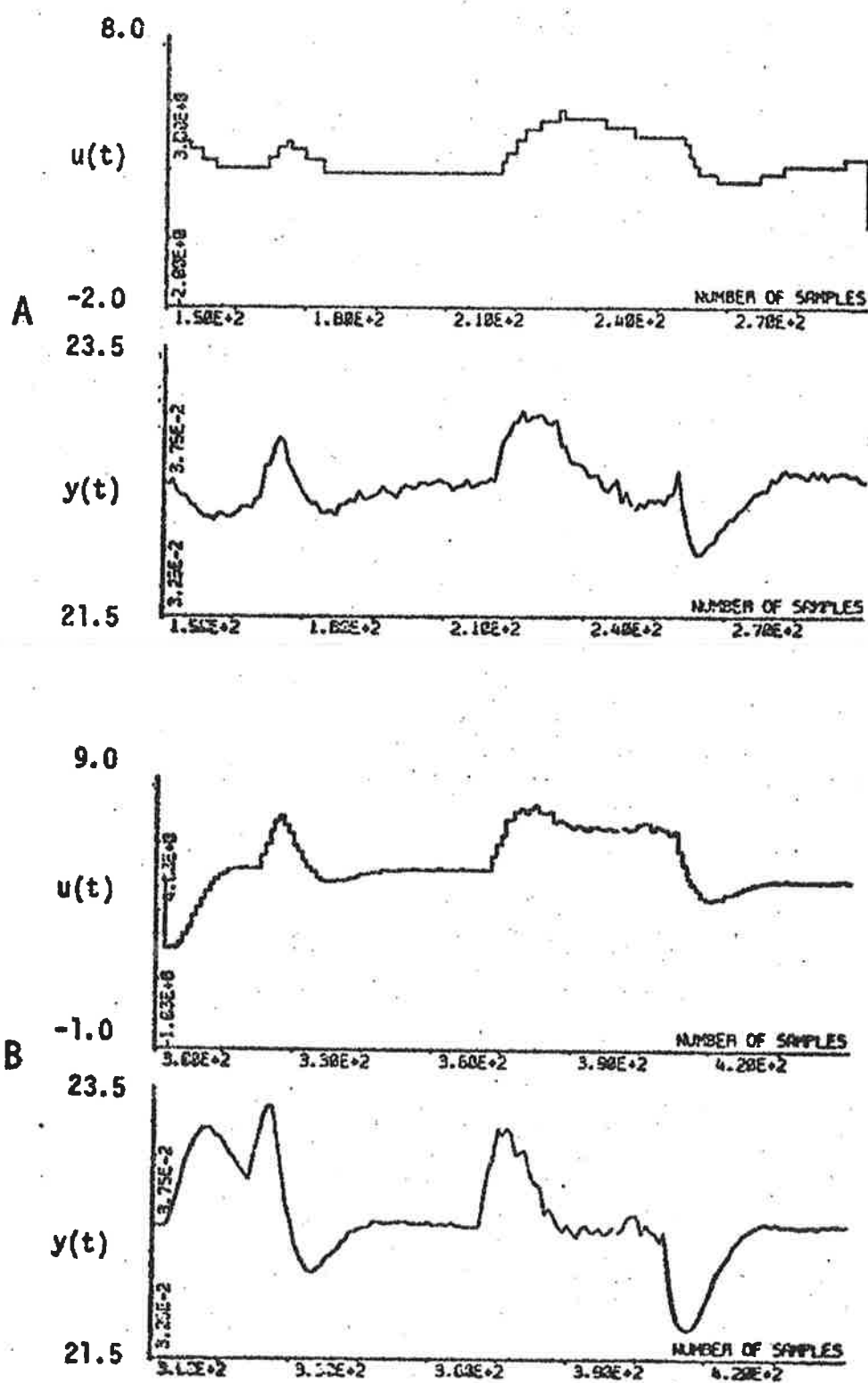
C



D



Figur 8.3.6. Experiment med digital PI-regulator C och en linjär-kvadratisk regulator D. Störeffekten är på 4 kW. Försökslängden är 150 minuter per regulator. Sambandet mellan ventilläge $u'(t)$ och insignalen $u(t)$ till lägessevtot är $u(t) \approx 10 u'(t)$. $y(t)$ betecknar rumslufttemperaturen i $^{\circ}\text{C}$. Börvärdet är 22.5°C .



Figur 8.3.7. Experiment med en digital PI-regulator med konventionell ventil A och med magnetventil B. Störeffekten har varit 2 kW i fall A och troligen 3 kW i fall B. $u(t)$ betecknar insignalen till ventilservot, $y(t)$ betecknar rumslufttemperaturen i $^{\circ}\text{C}$. Börvärdet är 22.5°C .

8.4 Rum med spjäll eller magnetventreglerad eftervärmare

Avsikten med detta arbete var att jämföra en eftervärmare reglerad med spjäll med reglering av vattenflödet genom batteriet med hjälp av en magnetventil. Detta arbete har skett i samarbete med Ångpanneföreningen i Malmö och Malmö Allmänna Sjukhus. Arbetet finns utförligt beskrivet i Jensen, Hänsel (1974i).

Rummet är ett enpatientrum i en långvårdsklinik vid Malmö Östra Sjukhus. Några data är

längd	4.6 m
bredd	3.0 m
höjd	2.6 m
antal luftväxlingar	4.7/h
tilluft utan värme	13 °C
tilluft efter maximal värme	25 °C

Rummet var omöblerat. Vid fönstret finns en radiator som var avstängd.

Principen för den installerade eftervärmaren är att två spjäll kan leda tilluften genom eller förbi själva varmlufts-batteriet. Vattnet strömmar ständigt genom batteriet. Det visar sig att trots att spjällen är helt stängda för batteriet, så erhålls en viss temperaturhöjning av tilluften som beror på aktuellt och dimensionerat luftflöde och temperaturdifferens mellan vatten och luft i eftervärmaren. Denna temperaturhöjning är olämplig sommartid, då den kan få kylas bort. I det aktuella fallet uppmättes en temperaturökning på 1.5 °C.

Ett sätt att minska detta är att i stället reglera på varmvattenflödet. Detta är knappast möjligt att göra med en vanlig regler-ventil, då det knappast finns så små reglerventiler och att risken för läckage omöjliggör montage. Ett kontinuerligt flöde kan approximeras med att pulslängdsmodulera vattenflödet med hjälp av en magnetventil.

Den egna rumslufttemperaturgivaren placerades intill den installerade pneumatiska givaren.

Spjällets läge har ej uppmätts. Vid reglering med magnetventil har spjällen varit helt öppna. Detta åstadkoms genom att en magnetventil för luft kopplar bort den pneumatiska regulatören och matar eftervärmarens manövercylinder direkt varvid spjällen är öppande maximalt.

För att jämföra olika försök, som varade i 100 minuter, var 4 st 100 W glödlampor tända under den 30:e till den 60:e minuten. Denna effekt skall jämföras med tilluftens teoretiska kyleffekt på ungefär $60 \text{ W/}^{\circ}\text{C}$ undertempererad tilluft.

I figur 8.4.1 - 3 återges sex olika reglerförsök, vilka var

- ingen reglering
- normal reglering
- tillfrånreglering
- P-regulator med pulslängdmodulering
- PI-regulator med pulslängdmodulering
- PID-regulator med pulslängdmodulering

Att koppla bort den normala regleringen så att ingen reglering erhålls med bibehållande av samma spjällinställning, ansågs ej vara möjlig, då ett mindre läckage i manövercylindern eller i anslutning till denna skulle leda till att spjällen skulle stänga helt. I stället reglerades magnetventilen med konstant men något för stor pulslängdsmodulerad insignal. Detta ledde till ett stegsvar i rumslufttemperatur och överlagrad på detta stegsvar störningen från de fyra 100 W glödlamporna.

I samma figur (8.4.1) återges också resultatet med den normala pneumatiska regleringen som har ett proportionalitetsband på 1.8°C .

I figur 8.4.2 återges resultat från en ren tillfrånreglering och en P-regulator med pulslängdsmodulering. Vid pulslängdsmodulering har maximala pulslängden varit 1 minut. Tillfrånregulatorn är

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{öppen} & y(t) < 0 \\ 0 & \text{stängd} & y(t) \geq 0 \end{cases}$$

P-regulatorn är

$$u(t) = -0.4 y(t)$$

Den pulslängdsmodulerade insignalen $u_p(t)$ för en period fås som

$$u_p(t) = \begin{cases} 1 & \text{öppen} & 0 \leq t < u(t) \\ 0 & \text{stängd} & u(t) \leq t < 1 \end{cases}$$

Med dubbelt så stor upplösning på rumslufttemperaturen återges resultatet med PI- och PID-regulatorerna i figur 8.4.3. De fel eller "spikar" som förekommer i rumslufttemperaturen har regulatorprogrammet ersatts med föregående värde. PI-regulatorn är

$$u(t) = -0.4 y(t) - 0.05 \check{y}(t)$$

PID-regulatorn är

$$u(t) = -y(t) + 0.5 y(t-1) - 0.06 \check{y}(t)$$

P-, PI- och PID-regulatorerna har bestämts genom simulering med modellen.

$$y(t) - 1.053 y(t-1) + 0.152 y(t-2) = 0.245 u(t-4) + 0.048 u(t-5)$$

Resultaten av reglerförsöken kan sammanfattas med följande slutsatser.

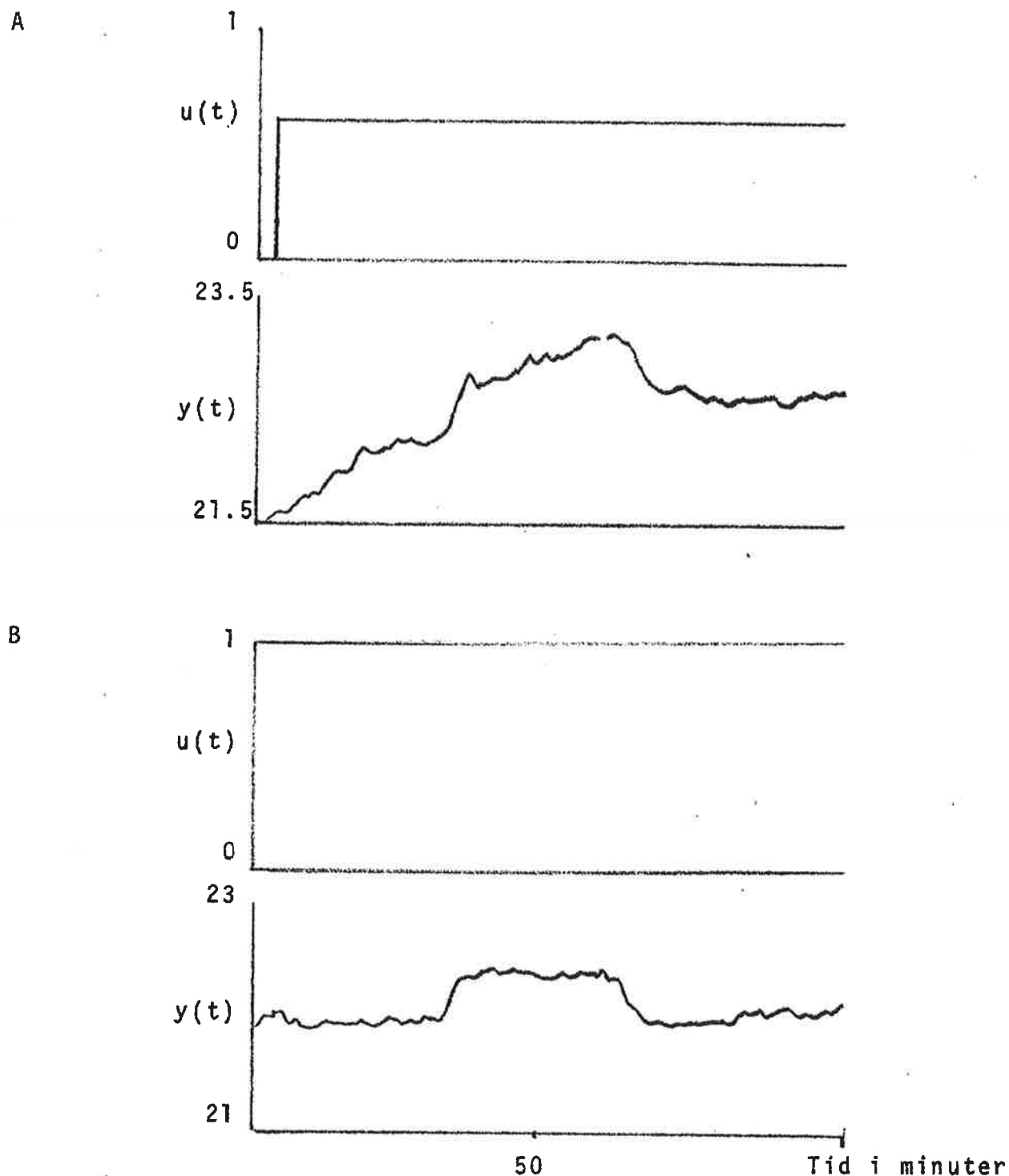
Magnetventilen kan användas vid reglering av eftervärmare.

Ljudproblemet kvarstår dock att lösa. Mitt i rummet uppmättes 40 dB när dörren var stängd till förrummet i vars undertak eftervärmaren och magnetventilen fanns.

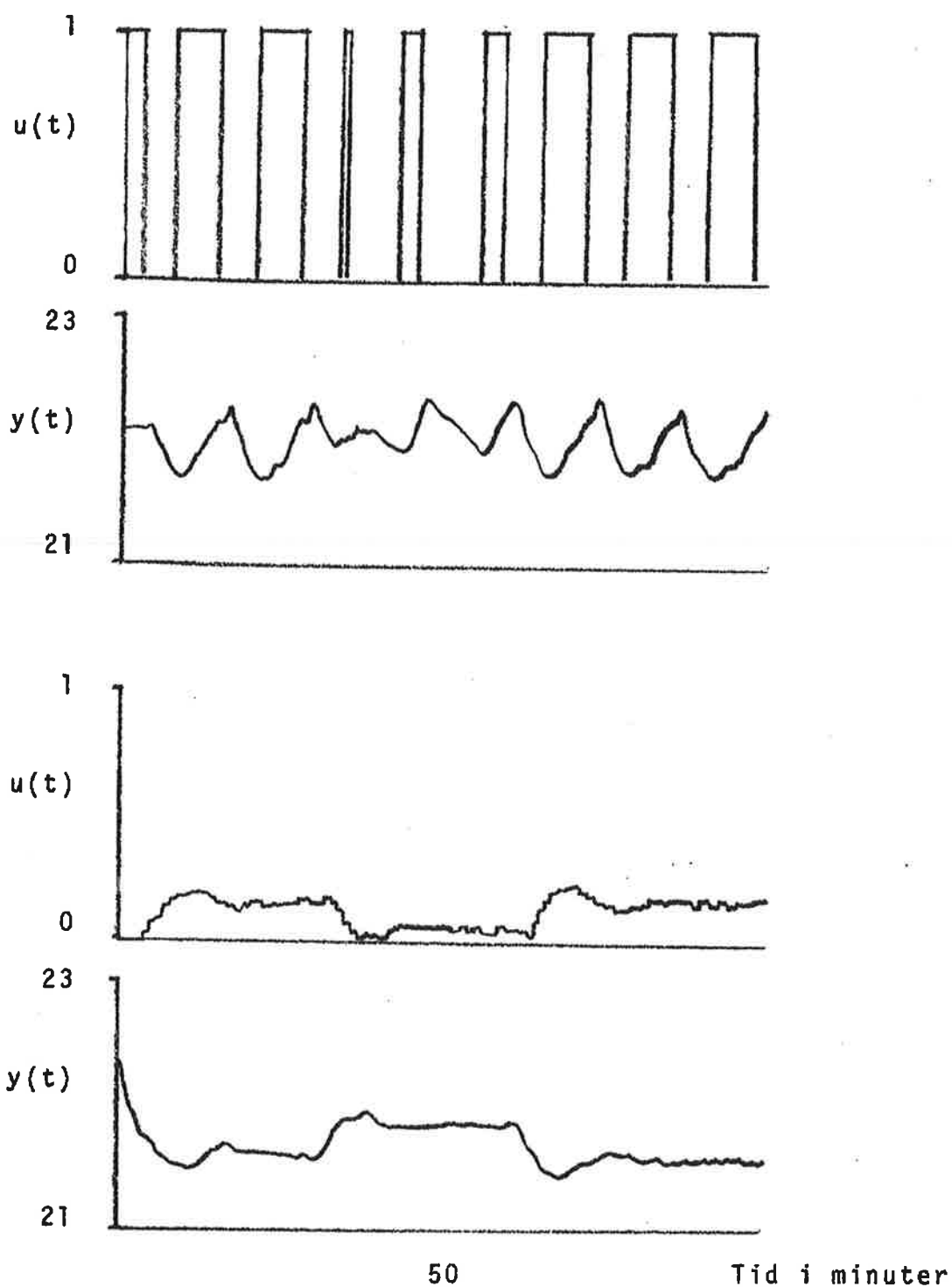
Ren tillfrånreglering är möjlig att använda om en avvikelse på ± 0.5 °C kan accepteras. Det bör observeras att den aktuella digitala tillfrånregulatorn ej har någon hysteres. Vid implementering av en elektromekanisk eller elektronisk regulator bör detta observeras. Hysteresen kan för dessa två uppgå till 1 °C respektive 0.2 °C.

En digital PI-regulator kan hålla temperaturavvikelserna inom ± 0.3 °C vid måttliga störningar och inom ± 0.1 °C utan några störningar.

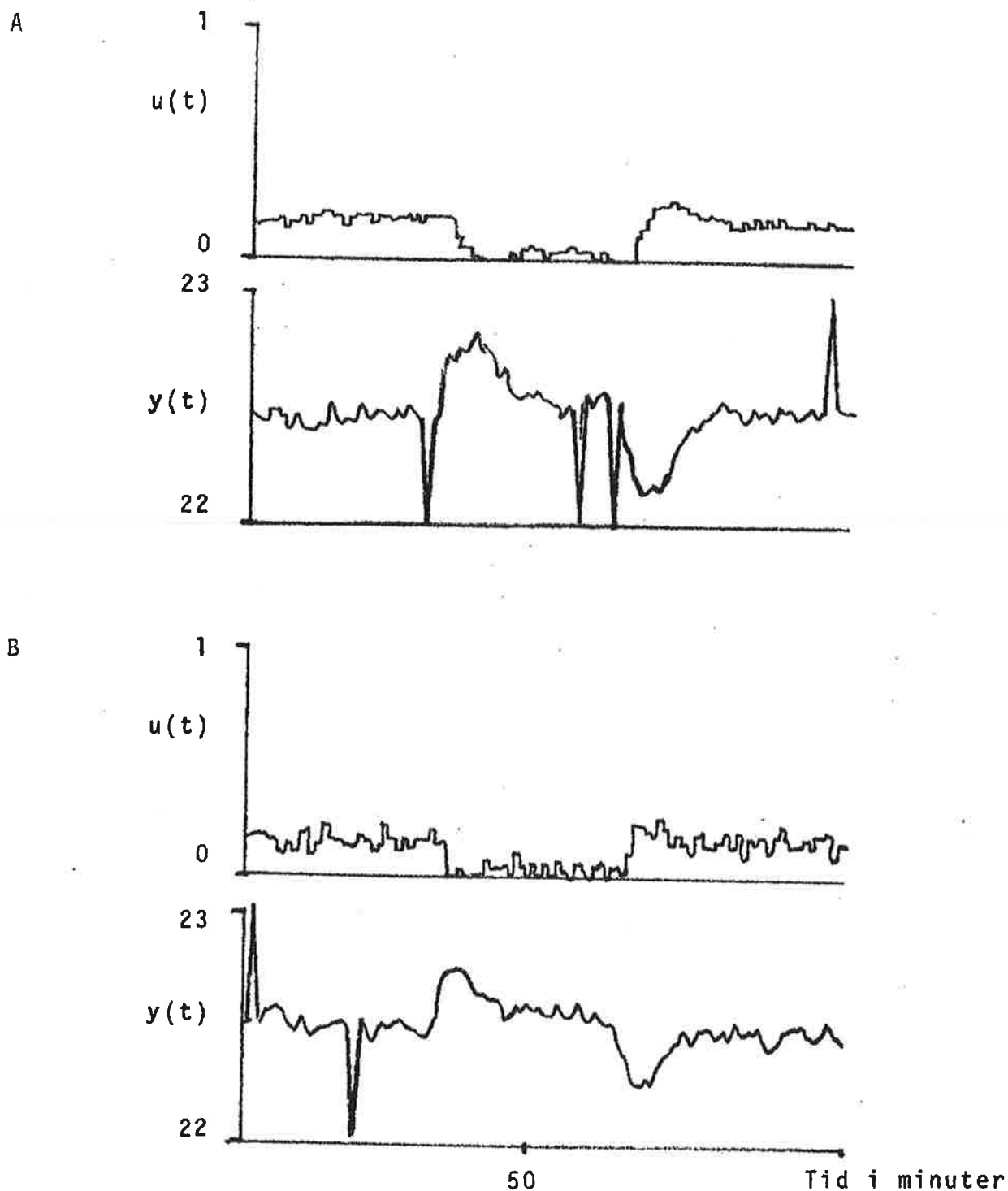
Risken för kallras är liten då tillufttemperaturen är omkring 15 °C.



Figur 8.4.1. Experiment med ingen reglering (A) och den normala regleringen (B). Magnetventilens tillfrånförhållande betecknas med $u(t)$ och rumslufttemperaturen med $y(t)$ i $^{\circ}\text{C}$. Spjällets läge uppmättes ej under den normala regleringen.



Figur 8.4.2. Experiment med ren tillfrånreglering (A) och en P-regulator med pulslängdsmodulerad insignal. Magnet-ventilens tillfrånförhållande betecknas $u(t)$ och rumslufttemperaturen med $y(t)$ i $^{\circ}\text{C}$.



Figur 8.4.3. Experiment med en PI-regulator (A) och en PID-regulator (B). Båda har pulslängdsmodulerad insignal. Magnetventilens tillfrånförhållande betecknas $u(t)$ och rumslufttemperaturen med $y(t)$ i $^{\circ}\text{C}$.

8.5 Reglering av entalpiväxlare

Avsikten med arbetet var att undersöka reglering av tillufttemperaturen efter en entalpiväxlare. Detta arbete har också gjorts i samarbete med Ångpanneföreningen i Malmö. Arbetet finns också utförligt dokumenterat i Jensen, Hänsel (1974h). En entalpiväxlare har en roterande värmeväxlarmassa, som beroende på varvtal kan överföra värme mellan två luftströmmar. Dessa är i regel uteluft och returluft. Verkningsgraden är en olinjär funktion av varvtalet och kan varieras från 0% till 80%. Dynamiken är försumbar om samplingsintervall är en minut. Den aktuella entalpiväxlaren är av typ Munters EV 1900.

Den normala regleringen sker på tillufttemperaturen efter entalpiväxlaren och efter tilluftsfläkten, där luften är väl blandad. Omedelbart efter entalpiväxlaren finns stora skillnader i tillufttemperatur. I det aktuella fallet uppmättes tillufttemperaturen, som ett medelvärde av tre temperaturgivare. Uteluft, returluft och tillufttemperatur efter fläkt uppmättes också. Att mäta tillufttemperaturen efter fläkt för att beräkna verkningsgraden är olämpligt då fläkten kan öka luftens temperatur med 1-2 °C.

I fortsättningen används följande beteckningar

- $y(t)$ tillufttemperatur före fläkt i °C
- $u_1(t)$ utelufttemperatur i °C
- $u_2(t)$ returlufttemperatur i °C
- $u_3(t)$ varvtal
- $v(t)$ verkningsgrad

Sambandet mellan verkningsgrad och varvtal är mycket olinjärt och ej exakt känt. Förstärkningen kan variera med en faktor 100. En regulator med konstanta parametrar har ett dåligt uppförande genom att vara alltför långsam vid låga förstärkningar.

$$v(t) = \frac{(y(t) - u_1(t))}{(u_2(t) - u_1(t))} = f(u_3(t))$$

$$y(t) = f(u_3(t))(u_2(t) - u_1(t)) + u_1(t)$$

Tre experiment med den självinställande regulatorn skall återges här.

I samtliga experiment har tilluftens börvärde ändrats några gånger per experiment. Detta börvärde har valts så att entalpiväxlaren har arbetat med en önskad verkningsgrad. För samtliga tre experiment redovisas följande:

tilluftens börvärde i °C	$y_{bör}$
tilluftens ärvärde i °C	$y(t)$
verkningsgrad börvärde	$v_{bör}$
verkningsgrad ärvärde	$v(t)$
varvtal börvärde i volt	$u_{3bör}(t)$
varvtal ärvärde i volt	$u_3(t)$
parametern $\hat{k}$ i volt ⁻¹	$\hat{k}$
parametern $\uparrow$	$\uparrow$

I figur 8.5.1 återges försöksresultaten, när tilluftens börvärde har varierats var 30:e minut så att motsvarande verkningsgrad blev omkring 50, 45, 40, 35 och 30%. Glömskefaktorn har varit 0.9, vilket är ett lågt värde om konstanta parametrar skall identifieras. Ett lågt värde är däremot bra vid följning av parametrar som varierar, vilket är fallet då arbetspunkten ändras.

Samma regulator har även provats med störningar i returluften (se figur 8.5.2). Under natten var belysningen tänd i det aktuella kontorshuset under 35 minuter med start 30 minuter från varje 100 minuters period. Belysningsvärmets orsakar en temperaturhöjning av returluften på 1 °C. Tilluftens börvärde ändrades var 100:e minut så att motsvarande verkningsgrad blev 65, 50 och 35%.

Idén med den här använda självinställande regulatorn är att approximera olinjäriteten, verkningsgrad som funktion av varvtal, med en rät linje i den aktuella arbetspunkten.

$$v(t) = k u_3(t) + l$$

Hur parametrarna k och l kan skattas redogörs för i avsnitt 6.4.

Verkningsgraden beräknas som

$$v(t) = \frac{(y(t) - u_1(t))}{(u_2(t) - u_1(t))}$$

Den önskade tilluftstemperaturen $y_{bör}$ kan uttryckas som en önskad verkningsgrad

$$v_{bör} = \frac{(y_{bör} - u_1(t))}{(u_2(t) - u_1(t))}$$

Med de skattade parametrarna $\hat{k}$ och $\hat{l}$ kan det önskade varvtalet beräknas som

$$u_3(t) = (v_{bör} - \hat{l})/\hat{k}$$

Fördelen med denna indirekta modell är att den utnyttjar framkoppling från ute- och returlufttemperaturerna.

En direkt modell är följande:

$$y(t) = k u_3(t) + l$$

Ute- och returlufttemperaturen ingår ej, vilket innebär att variationer i dessa temperaturer leder till att parametrarna k och l varierar. Detta framgår efter en omskrivning av verkningsgradsekvationen.

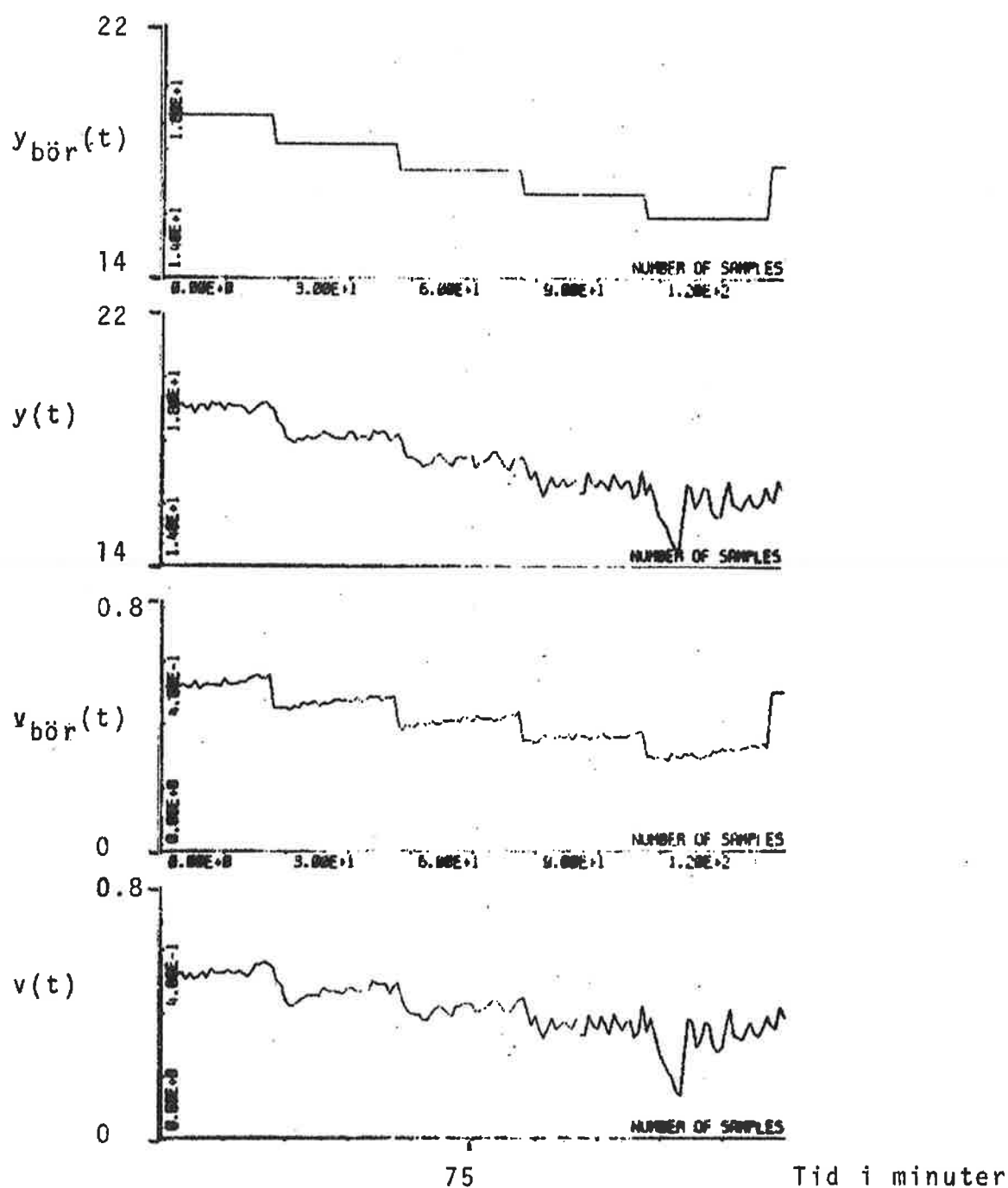
Resultatet ser bra ut för 65 och 50% verkningsgrad. Vid 35% verkningsgrad inträffar tre kraftiga pendlingar i temperaturen. Förklaringen är att när försöken genomfördes i juni månad var utelufttemperaturen mellan 10 och 15 °C och luftfuktigheten var hög. Vid låga varvtal växlar entalpiväxlaren ingen entalpi mellan luftströmmarna. I stället avger uteluften vatten till rotorn och returluften mottager vatten från rotorn. Förutsättningen är att uteluftens relativa luftfuktighet är större än returluftens. När ångbildningsvärmets och lösningsvärmets frigörs värms uteluften. Motsatsen sker för returluften. Entalpiväxlaren arbetar nu som en tork. Detta arbetsätt utnyttjas i torkar.

Det är i princip fortfarande möjligt att reglera tilluftens temperatur med varvtalet. Vad som krävs är däremot mycket låga varvtal, vilket den aktuella tyristorreglerade drivmotorn ej kan klara av. Dess arbetsområde är från 5% till 100% av maximalt varvtal, vilket blir 0.4 - 8.6 varv/min. Det uppmätta varvtalet är lägre än 0.4 varv/min, när pendlingarna inträffar. Vidare skiljer sig det uppmätta varvtalet från det önskade konstanta varvtalet samtidigt som pendlingarna. Detta visar att det befintliga drivmotor-systemet ej kan arbeta tillförlitligt på så låga varvtal utanför det normala arbetsområdet.

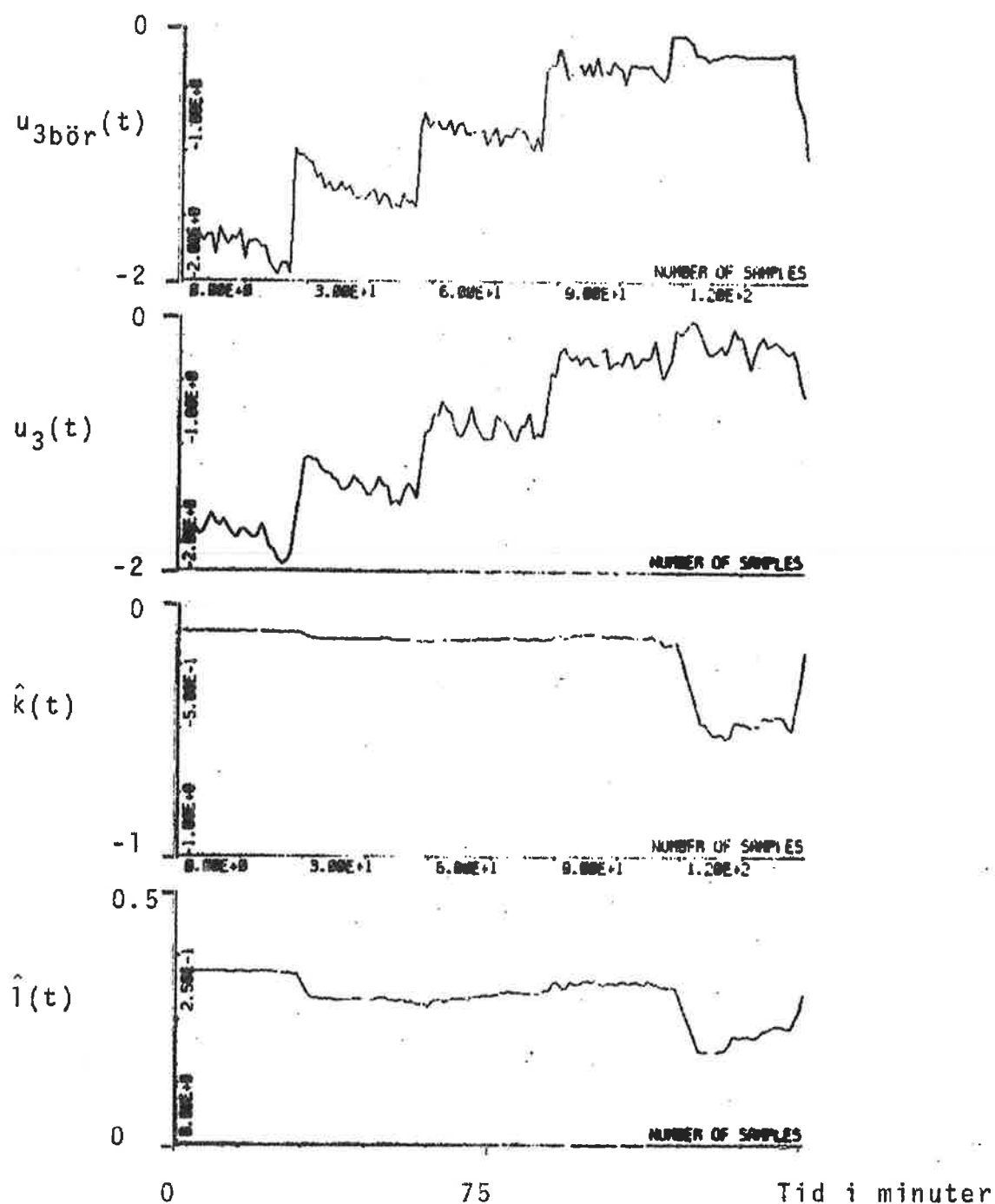
Den självinställande regulatorn med en parameter har också testats på samma sätt som den föregående i figur 8.5.1. Verkningsgraden har ungefär varit 50, 45, 40, 35 och 30% under 30 minuter. I detta fall har glömskefaktorn 0.8, ty här måste den enda parametern k ($l=0$) ändras avsevärt jämfört med föregående för att samma ändring av arbetspunkt skall ske.

Resultatet i figur 8.5.3 ser dåligt ut, men det bör beaktas att varvtalet har tidvis varit extremt lågt nämligen under 0.1 varv/min. Samma oönskade varvtalsändringar har inträffat som i de tidigare experimenten.

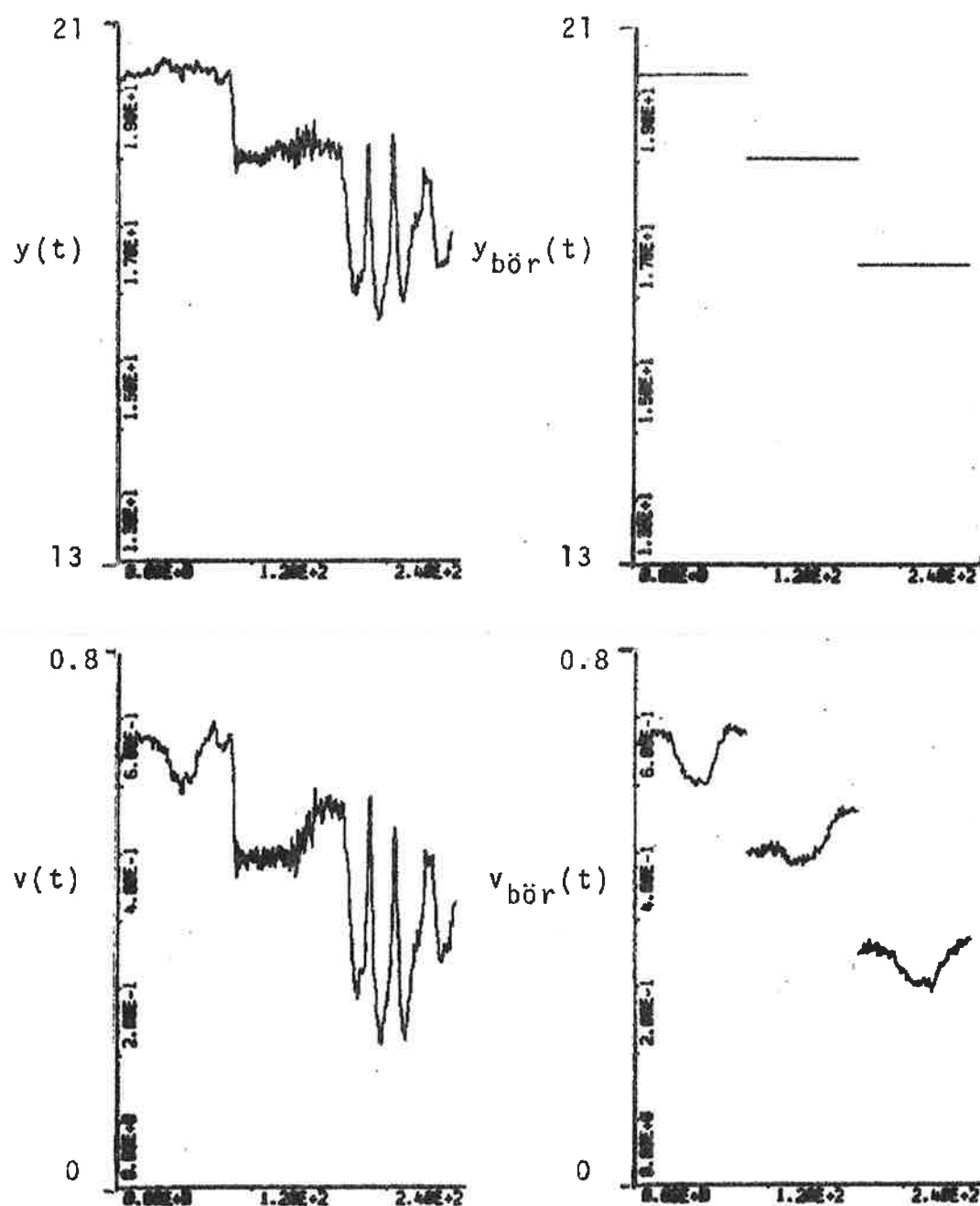
Trots svårigheten med hög utelufttemperatur och luftfuktighet, som kräver varvtal utanför det normala arbetsområdet, framgår det att en självinställande regulator är användbar. Vid höga utetemperaturer bör entalpiväxlaren stoppas. Eftervärmare får täcka det eventuella underskottet i värme.



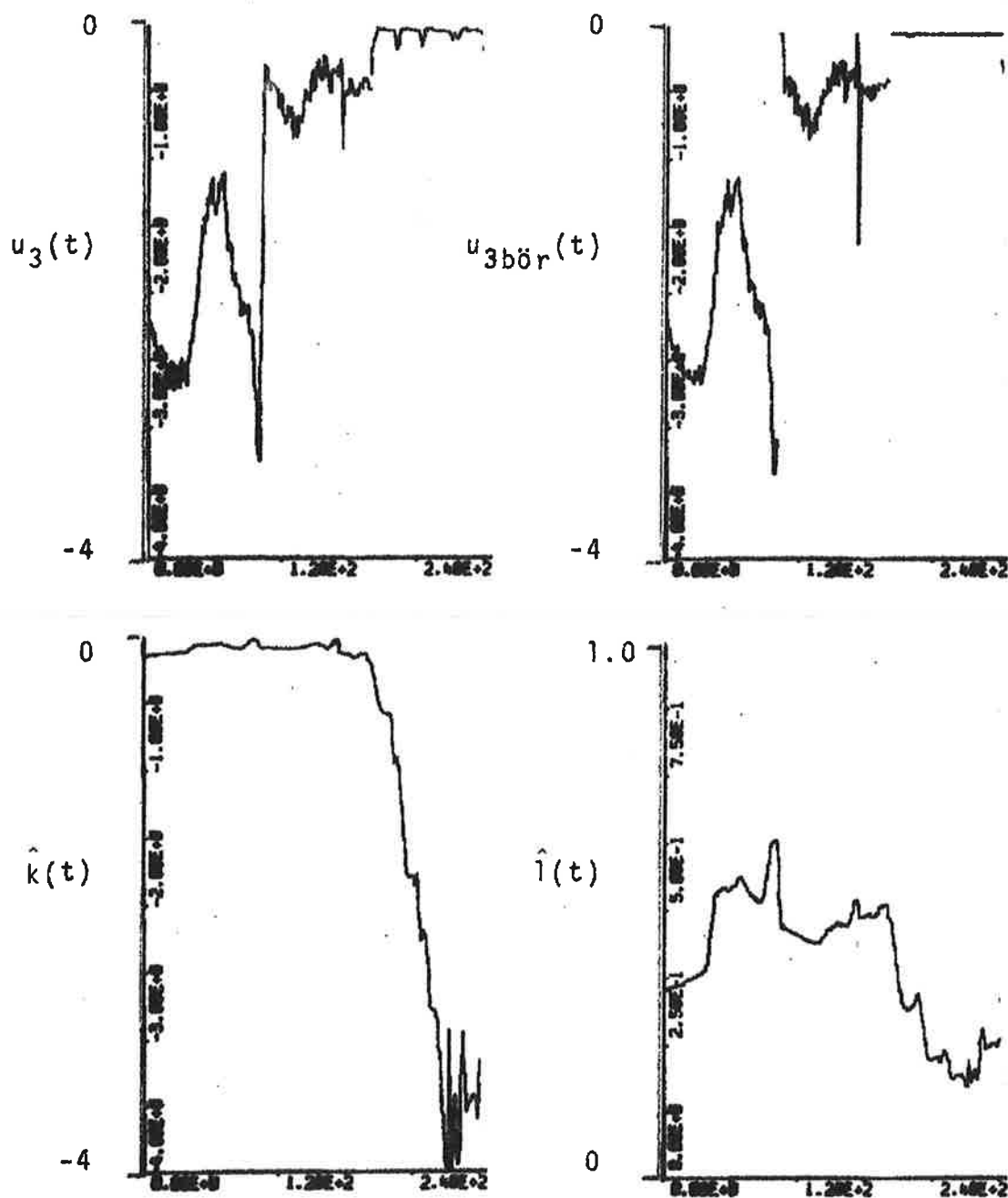
Figur 8.5.1a. Experiment med en självinställande regulator med två parametrar. Samplingsintervall är 1 minut. Kurvorna är uppifrån önskad temperatur $y_{bör}(t)$ i $^{\circ}\text{C}$, uppmätt temperatur $y(t)$ i $^{\circ}\text{C}$, önskad temperaturverkningsgrad $y_{bör}(t)$ och uppmätt verkningsgrad $v(t)$.



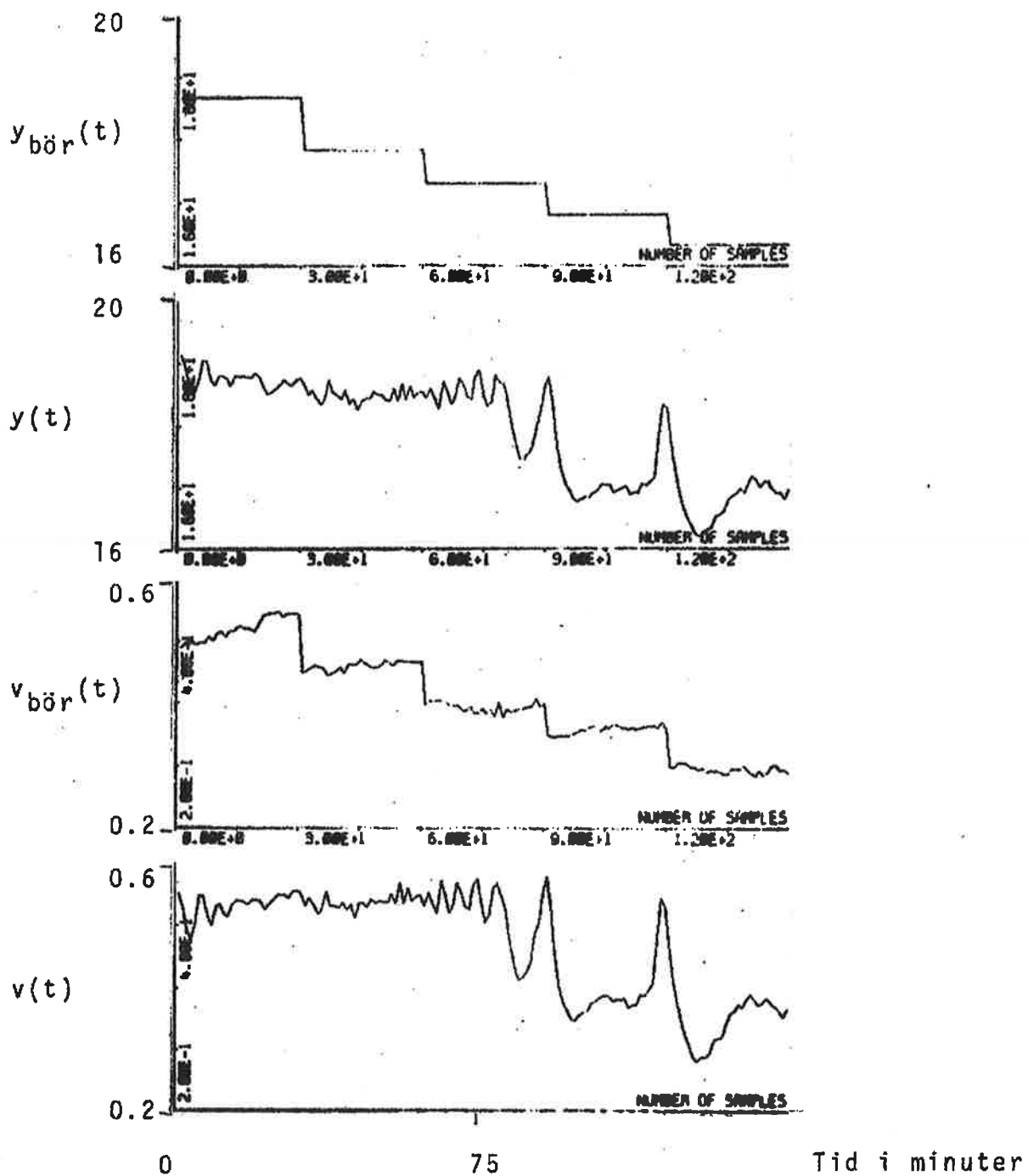
Figur 8.5.1b. Experiment med en självinställande regulator med två parametrar. Samplingsintervallet är 1 minut. Kurvorna är uppifrån önskat varvtal $u_{3bör}(t)$ i volt, uppmätt varvtal $u_3(t)$ i volt och de identifierade parametrarna $\hat{k}(t)$ i volt^{-1} och $\hat{l}(t)$. Observera att varvtalssignalerna är negativa.



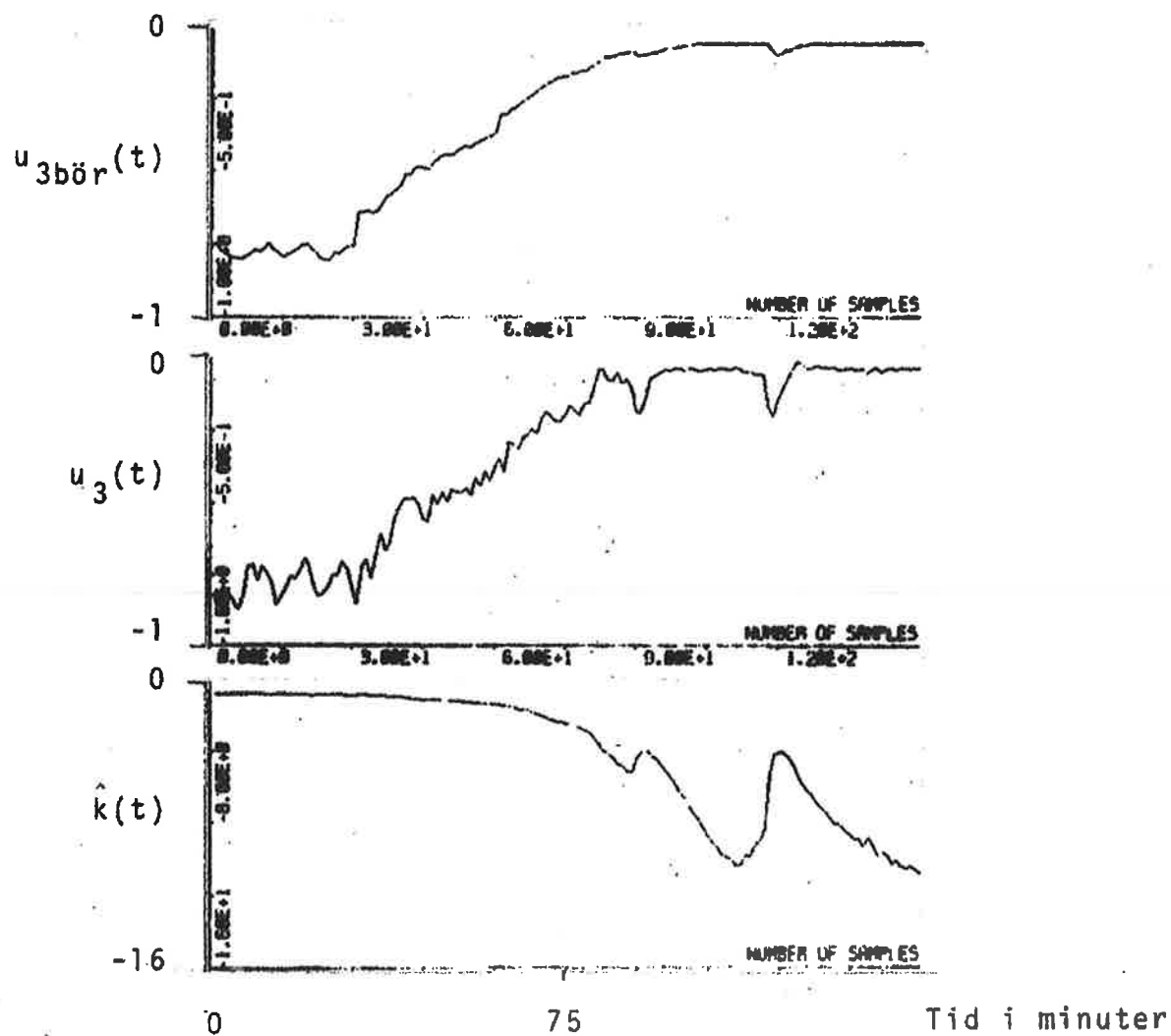
Figur 8.5.2a. Reglering med samma regulator som i figur 8.5.1a-b. Störningar i returluften har genererats. Samma beteckningar som i figur 8.5.1a. Experimentet omfattar totalt 300 minuter.



Figur 8.5.2b. Reglering med samma regulator som i figur 8.5.1a-b. Störningar i returluften har genererats. Samma beteckningar som i figur 8.5.1b. Experimentet omfattar 300 minuter.



Figur 8.5.3a. Experiment med en självinställande regulator med en parameter. Samplingsintervallet är 1 minut. Kurvorna är uppifrån önskad temperatur $y_{bör}(t)$ i °C, uppmätt temperatur $y(t)$ i °C, önskad temperaturverkningsgrad $v_{bör}(t)$ och uppmätt temperatur $v(t)$.



Figur 8.5.3b. Experiment med en självinställande regulator med en parameter. Samplingsintervallet är 1 minut. Kurvorna är uppifrån önskat varvtal $u_{3bör}(t)$ i volt, uppmätt varvtal $u_3(t)$ i volt och den identifierade parametern $\hat{k}(t)$ i volt -1. Observera att varvtalssignalerna är negativa.

8.6 Reglering med kvotregulatorn

I detta avsnitt skall den tidigare i avsnitt 6.6 beskrivna kvotregulatorn användas vid reglering av ett elvärmebatteri.

Elvärmebatteriets effekt är 2 kW och den kan regleras nästan kontinuerligt (101 steg) med ett tyristoraggregat. Luftflödet är omkring $600 \text{ m}^3/\text{h}$. Vid maximal effekt 2 kW kan luften värmas upp omkring 9°C . Lufttemperaturen efter värmebatteriet skall regleras till önskat värde. Lufttemperaturen före batteriet mäts också.

Kvotregulatorn kan skrivas som

$$u(t) = u(t-1) y_{\text{bör}}/y(t)$$

Här är $u(t)$ insignalen, $y_{\text{bör}}$ den önskade utsignalen och $y(t)$ den uppmätta utsignalen. Ett krav för att regulatorn skall kunna användas är att $u(t) > 0$ och $y_{\text{bör}}/y(t) > 0$ för alla t . Detta uppfylles genom att skala insignalen $u(t)$ och utsignalen $y(t)$ lämpligt. Genom att reglera på temperaturökningen över elbatteriet förbättras kvotregulatorns uppförande betydligt. Detta medför samtidigt att framkoppling har införts i regulatorn. Börvärdet för temperaturökningen ändrar sig med temperaturen före batteriet.

Den aktuella processen har identifierats som en första ordningens samplat system med två insignaler, vilka är effekten $u_1(t)$ i kW och temperaturen före batteriet $u_2(t)$ i $^\circ\text{C}$. Utsignalen är temperaturen efter batteriet $y(t)$ i $^\circ\text{C}$. Samplingsintervallet är 30 sekunder.

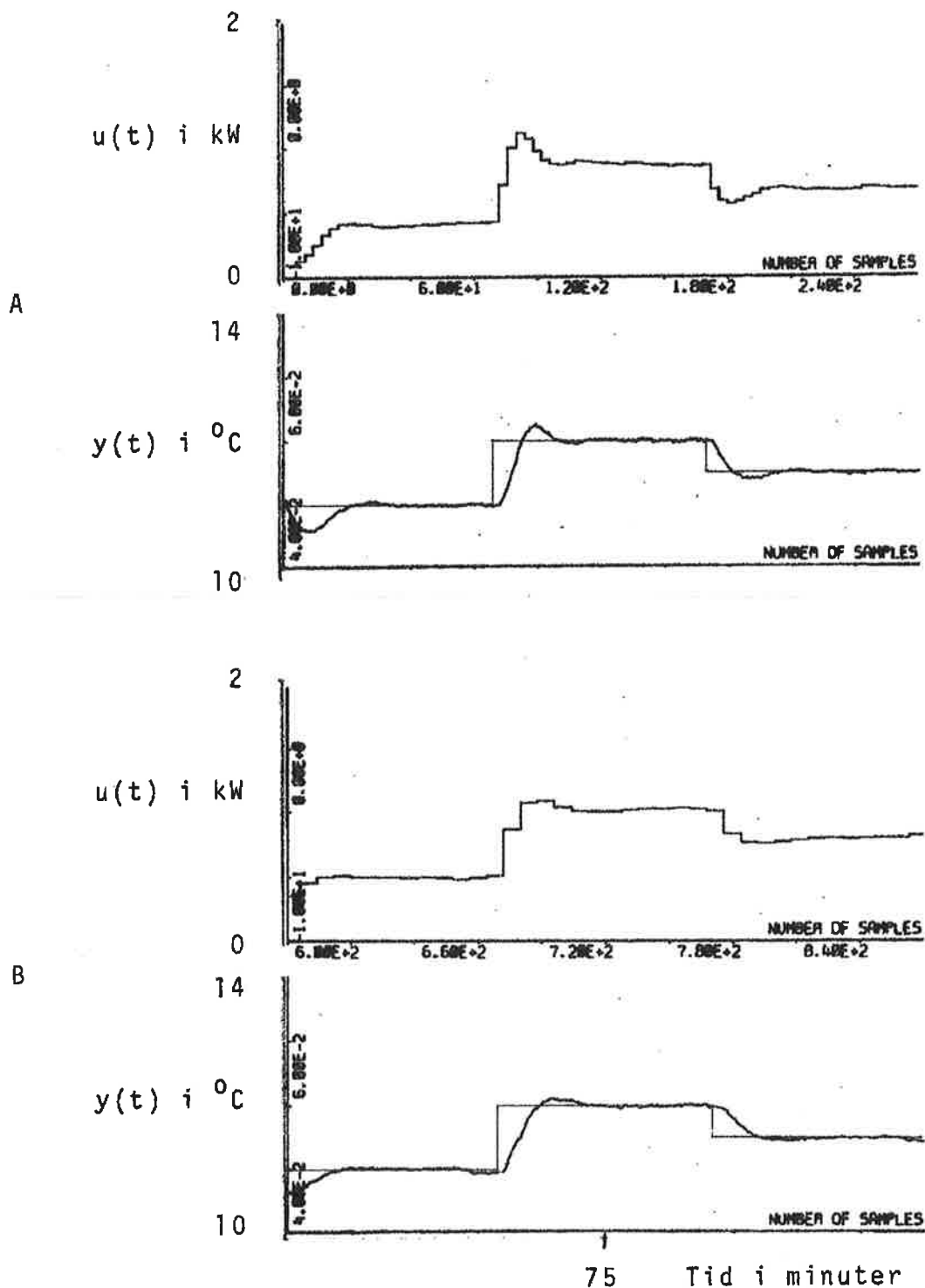
$$y(t) - 0.837 y(t-1) = 0.591 u_1(t-1) + 0.171 u_2(t-1)$$

Det motsvarande kontinuerliga systemet har en tidskonstant på 3 min. Förstärkningen är $3.6^\circ\text{C}/\text{kW}$ mellan $y(t)$ och $u_1(t)$ och 1.05 mellan $y(t)$ och $u_2(t)$. Detta kan jämföras med beräknade $4.5^\circ\text{C}/\text{kW}$ (luftflödet ej säkert) och 1.

Kvotregulatorns uppförande bestäms av reglerintervallets längd i

relation till den dominerande dynamiken hos processen. Ett kort reglerintervall ger ett mera oscillativt uppförande än ett längre reglerintervall.

I figur 8.6.1-2 återges effekten och temperaturen efter batteriet från reglerexperiment med kvotregulatorn. Reglerintervallet har varit 2 min respektive 4 min. Detta medför att den reglerade utsignalen $y(t)$ beror till 50% respektive 75% av den senaste insignalen $u(t-1)$. Datainsamlingen eller samplingsintervallet har varit 30 sekunder. Börvärdet har varit följande under de 150 minuter långa reglerexperimenten. 10 °C under 0-50 min, 12 °C under 50-100 min och 11 °C under 100-150 min. Det framgår klart av reglerförsöken att det längre reglerintervallet medför att oscillationerna i utsignalen och insignalen minskas. Insvängningsförloppet blir också något långsammare. Efter en fem till tio minuter ligger utsignalen nära det önskade värdet. Detta skall bedömas med hänsyn tagen till processens tidskonstant på 3 minuter.



Figur 8.6.1. Reglering av ett elektriskt varmlufts batteri med en kvotregulator. Hela försöklängden är 150 minuter. Samplingsintervallet är 30 sekunder. Reglerintervallet är 2 minuter i A och 4 minuter i B. Reglering sker på temperaturökning över batteriet. Uppvärmningseffekten i kW betecknas $u(t)$ och temperaturen efter batteriet i °C betecknas $y(t)$. Den önskade temperaturen har också ritats in.

9. SLUTSATSER OCH FRAMTIDA UTVECKLING

I de olika avsnitten summeras slutsatserna från de olika kapitlen och sist ett avsnitt om framtida utveckling med datorer.

9.1 Modellbyggnad

Enkla modeller kan bestämmas direkt från konstruktionsdata för t.ex. värmare, luftkanaler och rum. Svårigheten ligger i att få fram konstruktionsdata.

Parametrar motsvarande fysikaliska parametrar i en modell baserad på fysikaliska grundekvationer kan bestämmas genom att anpassa modellen till mätdata. Fördelen med denna metod är alla ingående parametrar har fysikalisk anknytning. Modellen lämpar sig för att undersöka hur ändringar av processen påverkar dess egenskaper.

Samplade modeller lämpliga för simulering och reglering kan bestämmas direkt från mätdata med minsta kvadratmetoden eller liknande metoder. Något samband mellan dessa modellparametrar och de fysikaliska finns ej.

Vid modellbestämningarna har det befunnits att de flesta klimatprocesser är snälla processer. Stegsvaren är oftast monotona (ingen översläng, inga oscillationer).

9.2 Regulatordimensionering

En modell för en process är värdefull att ha vid simulering av processen och dimension av regulatorn.

Ett ytterst enkelt sätt att ta fram regulatorer är att simulera processen och den tänkta regulatorn. Regulatorparametrarna bestäms genom ett enkelt sökförfarande.

Linjärvadratisk reglerteori är lämplig att använda vid bestämning av regulatorer med ett flertal parametrar och med straff på både in- och utsignaler från processen. Processen kan vara flervariabel.

Modifierade deadbeatregulatorer kan användas för reglering av klimatprocesser. Processen bör helst ej innehålla några rörliga mekaniska delar på grund av slitagerisker. Omodifierad deadbeatreglering kan användas vid klimatprocesser med tvåläges insignaler.

Ren tillfrånreglering kan användas vid ett flertal klimatprocesser. En avsevärd förbättring uppnås om tillfrånsignalen pulslängdsmoduleras. Detta medför att tillfrånsignalen verkar vara kontinuerlig för processen.

Enkla självinställande regulatorer kan användas för ett flertal snabba klimatprocesser.

Kvotregulatorn torde också kunna användas för en del klimatprocesser med viss dynamik och en viss tillåten olinjäritet.

Reglernoggrannheten torde i de flesta fall kunna göras bättre än ± 0.5 °C vid datorreglering.

9.3 Experimentteknik och metodik

Den här använda tekniken med att använda en dator för att utföra olika experiment kan också utnyttjas i andra sammanhang. Med en dator kan ett flertal fältförsök utföras. Dataöverföring sker via kabel eller det normala telefonnätet. Tidsödande resor till och från mätutrustningar för modifieringar, kontroll och hämtning av mätdata kan elimineras. Olika försöksbetingelser kan styras från den centrala datorn enligt inmatade program eller enligt operatörens anvisningar. Datorn kan till exempel utföra ett visst försök om vissa yttre betingelser är uppfyllda. Denna teknik innebär också att några speciella försöksutrustningar ej behövs byggas utan att befintliga anläggningar kan utnyttjas istället.

Något som är möjligt är att förse en klimatdatorinstallation med modem-utrustning och lämplig programvara så att datorn kan ringas upp från en datorterminal eller av en annan dator. På detta sätt kan följande göras

- idrifttagning
- kontroll av dimensionering
- speciella prov
- kontroll av fel
- omprogrammering av dator

Kostnaden för detta torde ej överstiga 10 000 kr. Utrustningen kan överflyttas till andra installationer efter till exempel första driftsåret.

Något som underlättar arbetet med att ta fram modeller från mätdata och dimensionera regulatorer är att ha tillgång till interaktiva programpaket, som kan användas via en bildskärmsterminal.

9.4 Framtida utveckling

För att kunna utnyttja datorns fördelar bör reglersätt och konstruktion totalintegreras. Detta innebär att tidigare funktionsbeskrivningar över reglersättet ej får översättas till ett datorprogram, ty då missbrukas datorns kapacitet. I vissa fall torde även konstruktionen kunna förenklas. Vad som främst kan uppnås med en dator är att bättre samordning av alla processens delar fås.

En dator kan även ta hand om belysning, brandlarm och tjuvlarm. Alla för regleringen nödvändiga temperaturgivare kan användas direkt för brandlarm. Vid för hög temperatur testas mätpunkten ett flertal gånger och därefter ger datorn larm och utskrift.

Något som erhålles nästan gratis är övervakning av hela klimatinstallationen. Denna övervakning kan byggas ut till att även gälla

- funktionsövervakning
- statistik över larm och fel

bokföring av driftstid
bokföring av service och underhåll
energirapporter

Anläggningen kan också köras enligt en uppgjord tidtabell (dag/natt, arbetsdag, fridag). Start och stopp av processen kan också ske efter bestämda sekvenser. Driften av olika objekt torde också kunna optimeras. Exempel är värmepumpar och oljebrännare.

Ökad processkunnskap erhålles också vid en datorinstallation, vilket leder till bättre dimensionering och konstruktion.

10. LITTERATUR

I detta kapitel skall endast en kort översikt göras över olika arbeten som behandlar modellbyggnad, simulering, experiment och reglering av klimatprocesser. Övervägande delen av den litteratur som har påträffats behandlar modellbyggnad eller är rent beskrivande. I en del fall har även beräknade modeller jämförts med mätdata från enkla experiment vilka genomgående har varit stegsvarsförsök eller frekvenssvarsförsök. Artiklar med experiment med reglering är ytterst sällsynta. Ofta används ytterst förenklade modeller vid syntes av reglersystem.

Det finns ett flertal arbeten om olika värmeväxlare. (underförstått vatten-luft). En tvärströmsvärmeväxlare för vatten-luft har behandlats utförligt av Gartner och Harrison (1963) och (1965) och McNamara och Harrison (1967). Modellen avser ett vattenrör tvärs en luftström. Genom att för ett litet rörelement ställa upp tre värmebalansekvationer för luften, röret och vattnet, erhöles tre kopplade partiella differentialekvationer. Överföringsfunktionen för olika in- och utsignaler bestämdes sedan med hjälp av olika randvillkor. De erhållna överföringsfunktionerna är på formen $G(s) = e^{-H(s)}$, där $H(s)$ är en bruten rationell funktion. Överföringsfunktionen $G(s)$ kan därför ej användas vid någon linjär analys eller syntes. Däremot kan den ge en uppfattning om olika dynamiska och statiska egenskaper. Modellerna har verifierats med stegsvar och frekvensanalys. Dessa modeller avser endast ett rör i en tvärström av luft, medan en tvärströmsväxlare består av ett flertal rör kopplade i serie, parallellt i medström och i motström. Gartner och Duane (1969) och Tamm (1969) har utnyttjat enrörsvärmeväxlaremodeller för att ta fram flerrörsmodeller.

I några senare arbeten av Tobias (1972) och Gartner (1972) har de komplicerade överföringsfunktionerna approximerats till överföringsfunktioner som kan användas i den linjära analysen och syntesen. Korsgaard, Nielsen och Jensen (1962) har också behandlat en tvärströmsvärmeväxlare. De har i stället approximerat direkt så att de erhållit enkla användbara modeller. Modeller för flödesvariationer och temperaturvariationer har tagits fram. De har verifierats med frekvensanalys och stegsvar. I ett arbete av Crommelin (1974) görs jämförelser mellan mätdata från fullskaleexperiment och en förenklad elektrisk analog mo-

dell för en värmeväxlare.

I ett tidigare nämnt arbete av Profros och Hemmi (1965), som bland annat behandlade luftkanaler, har samma antagande gjorts som för tvärströmsvärmeväxlarna i arbeten av bland annat Gartner och Harrison (1963). Den erhållna överföringsfunktionen för en luftkanal i tunn plåt är i princip den samma som motsvarande överföringsfunktion för en dålig värmeväxlare.

I många modeller för rum antas att rumsluften är idealt blandad, vilket underlättar modellbygget väsentligt. I en avhandling av Hemmi (1967) bestäms först luftströmningsbilden genom att göra modellförsök och att anpassa en modell till mätdata. Den fullständiga modellen i temperaturhänseende fås sedan genom att kombinera den strömningstekniska modellen med termiska modeller för rummets olika begränsningsytor. Modellen har verifierats med stegsvar.

Väggar har behandlats ingående i Profos och Hemmi (1965). Väggarna delas upp i tre grupper nämligen tunna, halvoändliga och övriga.

I en avhandling av Lenz (1964) har enkla modeller för värmeväxlare, befuktare och luftkanaler tagits fram. Modellerna har jämförts med frekvensvarsanalys.

I ett arbete av Profos (1972) har modellförsök använts för att ta fram ett omfattande material. Tre olika rumstyper för olika typer av ventilation och för olika driftsfall har undersökts. För alla kombinationer återges ett stegsvar och den kritiska förstärkningen och frekvensen vid ren P reglering. Resultaten omfattar både temperatur och vatteninnehåll hos rumsluften.

Andra arbeten som behandlar rum är Cossman (1967), Shyu (1970) och Masuch (1973).

I en del av ett arbete av Börresen (1973) undersöks i modellförsök hur luften strömmar mellan olika till och frånluftsdon och hur luften blandas mellan olika delar av rummet.

Fan et al (1973) har analyserat en enkel modell för ett rum och tillämpat modern reglerteori. Endast simulering görs. Ett liknande arbete återfinns i Nakanishi et al (1973). Undersökningen omfattar i detta fall reglering av luftens temperatur och luftfuktighet. Modellen är ytterst enkel och omfattar ej värmaren/kylaren och befuktaren/avfuktaren.

Ett tidigt exempel på syntes av reglersystem med en förenklad modell återges i Junker (1963).

Ett omfattande modellbygge av ett hus återfinns i Flach (1967). Simulering av olika typer av reglering görs. En annan modellstudie med simulering av en modell för ett växthus har utförts av Koppe och Euser (1971) och (1972). Både luftens temperatur och dess fuktighet regleras. All reglering sker med tillfrånreglering.

I en bok av Kutz (1968) behandlas olika värmetransportsätt, enkla reglersätt såsom tillfrånreglering och proportionell reglering. Principen för olika temperaturregleringsutrustningar beskrivs också. I en bok av Roots (1969) ligger tyngdpunkten på teori för tillfrånreglering. Den reglerade processen antas att kunna approximeras till ett första ordningens system med tidsfördröjning.

Fysikaliska grunder, mätning och reglering av luftfuktighet, återfinns i en bok av Lück (1964). En annan referens på detta område är VVS-handboken.

Ett exempel på experiment med reglering i fullskala återfinns i Zelenski et al (1968). Tillufttemperaturreglering med en tvärströmsvärmväxlare har undersökts teoretiskt och experimentellt.

REFERENSER

Följande förkortningar används

AR	Arbetsrapport
DAC	Department of Automatic Control
DBSAC	Department of Building Science and Automatic Control
IB	Institutionen för Byggnadskonstruktionslära
IR	Institutionen för Reglerteknik
IBR	IB och IR
LTH	Lunds Tekniska Högskola
LIT	Lund Institute of Technology
WR	Workreport

Adamson, B., 1969, Program för studier av utomhusförhållandenas inverkan på rumsklimatet. IB, LTH, AR 1969:2.

Adamson, B., 1974, Kompendium i byggnadstekniska värmeproblem. IB, LTH.

Anderson, B.D.O och Moore J.B., 1971, Linear Optimal Control. Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey.

Byggnadsenergigruppen, 1974, Energianvändning i byggnader. Byggeforskningen R10:1974.

Börresen, B.A., 1973, Temperaturreglering. Analyse och syntese av ventilerade rum som multivariable dynamiske systemer. Avhandling. tekn.lic. NTH.

Clarke, D.W och Hastings-James, R., 1971, Design of Digital Controllers for Randomly Distributed Systems, Proc.IEE, 118, pp 1503-1506.

Cossman, K-H., 1967, Der zeitliche Verlauf der Lufttemperatur in belüfteten Räumen mit wärmespeichernden Wänden. Diss TH Aachen 1967.

Crommelin, R.D., 1974, The dynamics of heatexchangers and coolers for an air-conditioning installation. ASHRAE Journal Jan.1974.

Digital Equipment Corporation, 1972, RSX plus. Real time executive reference manual. No DEC-15-IRSXA-A-D, Maynard.

- Ekström, L., 1973, Luftfuktare med lågtrycksdysor. Styrning. Inledande studium. Intern teknisk rapport. AFM 404-01. Ångpanneföreningen Malmö.
- Ekström, L., Hänsel, R., Jensen, L.H., Ljung, L., 1974a, Different dynamic models in an air conditioned building. DBSAC, LIT, WR 1974:1.
- Ekström, L., Hänsel, R., Jensen, L.H., Ljung, L., 1974b, Experiments with computer control of an air conditioning plant. DBSAC, LIT, WR 1974:2.
- Elmqvist, H., 1975, Simnon an interactive simulation program for non-linear systems - User's manual. DAC, LIT. Report 7502.
- Fan, L.T., Hwang, Y.S., Hwang, C.L., 1970, Applications of modern optimal control theory to environmental control of confined spaces and life support systems. Part 1-5. Building Science Vol.5, 1970.
- Fan, L.T., Hsu, F.T., Hwang, C.L., 1971, A review on mathematical models of the human thermal system. IEEE transactions on bio-medical engineering. Vol.BME-18, No 3, May 1971.
- Fanger, P.O., 1970, Analysis and Applications in Environmental Engineering. Teknisk Forlag, Copenhagen.
- Flach, W., 1967, Experimentelle und rechnerische Untersuchungen zum Problem der Regelung zentraler Heizung- und Klimatisierungs-Anlagen. Diss TH Darmstadt, 1967.
- Gartner, J.R., Duane, L.E., 1969, Dynamic response relations for a serpentine crossflow heat exchanger with water velocity disturbance ASHRAE Transactions No 2094.
- Gartner, J.R., 1972, Simplified dynamic relations for finned coil heat exchangers. ASHRAE Transactions No 2250.
- Gartner, J.R., Harrison, H.L., 1963, Frequency response transfer functions for a tube in cross flow. ASHRAE Transactions No 1841.
- Gartner, J.R., Harrison, H.L., 1965, Dynamic Characteristics of water-to-air crossflow heat exchangers. ASHRAE Transactions No 1932.
- Gustavsson, J., 1969, Parametric Identification on Multiple Input, Single Output, Linear Dynamic Systems. DAC, LIT, Report 6907.

- Gustavsson, I., Selander, S., Wieslander, J., 1973, IDPAC User's guide. DAC, LIT, Report 7331.
- Gustavsson, I., Ljung, L., Söderström, T., 1974, Identification of linear multivariable process dynamics using closed loop experiments DAC, LIT, Report 7401..
- Hemmi, P., 1967, Temperaturübertragungsverhalten durch strömter Räume. Diss ETH, Zürich, 1967.
- Hewlett Packard, 1971, Coupler/controller model 2570A. Operating and service manual. HP part no 02570-90003.
- Holman, J.P., 1968, Heat transfer. second edition. McGraw-Hill Book Company.
- Ingelstedt, S., 1956, Studies on the conditioning of air in the respiratory tract. Acta Oto-Laryng., Stockholm:suppl.131, 1956.
- Jensen, L.H., 1971, Mätningar på luftkonditioneringsanläggning med återblandning. Identifiering av delsystem. IR LTH, Rapport RE-92.
- Jensen, L.H., 1973a, Sammanställningar av mätningar och databehandling av tappvarmvattenförbrukning i Nydala i Malmö. IBR, LTH, AR 1973:3
- Jensen, L.H., 1973b, Dimensionering av flytande ventilstyrning. IBR, LTH AR 1973:4.
- Jensen, L.H., 1973c, Dynamiska modeller för ett rum. del 1. IBR, LTH AR 1973:5.
- Jensen, L.H., 1973d, Ett coupler/controller system. IBR, LTH, AR 1973:6.
- Jensen, L.H., 1973e, Dynamiska modeller för ett rum. del 2. IBR, LTH AR 1973:7.
- Jensen, L.H., 1973f, Dynamiska konstruktionsdatamodeller och maximum likelihood-modeller för en luftkanal. IBR, LTH, AR 1973:8.
- Jensen, L.H., 1973g, Veckoprognoser av fjärrvärmeeffekt. IBR, LTH, AR 1973:9.
- Jensen, L.H., 1973h, Statiska modeller för uppvärmning. IBR, LTH, AR 1973:10.
- Jensen, L.H., Ljung, L., 1973i, Experiments with computer control of room air temperature. DBSAC, LIT, WR 1973:11.

- Jensen, L.H., 1974c, Dynamic models for heated air temperature to room air temperature. DBSAC, LIT, WR 1974:3.
- Jensen, L.H., 1974d, A comparison between computed and measured onoff control. DBSAC, LIT, WR 1974:4.
- Jensen, L.H., 1974e, Dynamic properties of recirculation. DBSAC, LIT, WR 1974:5.
- Jensen, L.H., 1974f, Dynamic models for electrical heating devices in climate control. DBSAC, LIT, WR 1974:6.
- Jensen, L.H., 1974g, Experiments with onoff control of room air temperature. DBSAC, LIT, WR 1974:7.
- Jensen, L.H., Hänsel, R., 1974h, Computer control of an enthalpy exchanger. DBSAC, LIT, WR 1974:8.
- Jensen, L.H., Hänsel, R., 1974i, Computer control of room air temperature by onoff control of a postheater. DBSAC, LIT, WR 1974:11.
- Jensen, L.H., 1974j, Onoff control of room air temperature - effect of sensor time constant, onoff difference and location. DBSAC, LIT, WR 1974:12.
- Jensen, L.H., 1974k, Computer programs for fullscale experiments. DBSAC, LIT, WR 1974:13.
- Jensen, L.H., 1974l, Dynamic models for inlet air to room air or outlet air temperature. DBSAC, LIT, WR 1974:14.
- Jensen, L.H., Lundh, U., Undersökning av ventil med värmemotor. IBR, LTH, AR 1975:9.
- Junker, B., 1963, Das regeltechnische Verhalten klimatisierter Räume. Schweizerische Blätter für Heizung und Lüftung, 1963.
- Koppe, R., Euser, P., 1971, Analoge simulatic von..... TNO-niews, okt 1971.
- Koppe, R., Euser, P., 1972, Analoge simulatic von..... TNO-niews, dec 1972.
- Korsgaard, V., Nielsen, J.S.R., Jensen, J.R., 1962, Krydsvarmevekslers dynamik og regulering. Laboratoriet för varmeisolering och Servolaboratoriet, DTH. Köpenhamn 1962.

- Kutz, M., 1968, Temperature control. John Wiley and Sons Inc., 1968.
- Källblad, K., 1971, Spegling av värmeledningsekvationen i en homogen vägg. IB, LTH, ej publicerat material.
- Leden, B., 1973, Linear thermistor networks for temperature measurements. DAC, LIT, 1973.
- Lenz, H., 1964, Dynamik der Regelstrecke von Klimaanlage. Diss Karlsruhe, 1964.
- Lundström, A., Nilsson, C., 1971, Undersökning av plattvärmväxlares dynamik. Mätning och identifiering. IR, LTH, Rapport RE-90.
- Lück, W., 1964, Feuchtigkeit. Grundlagen, Messen und Regeln. R.Oldenburger, München, Wien 1964.
- Löfstedt, B., 1965, Inomhusklimatets fysiologi och hygien. Nordisk hygienisk tidskrift, Vol.XLVI, 1965.
- Masuch, J., 1973, Analytische Untersuchungen zum regeldynamischen Temperaturverhalten von Räumen. VDI-Forschungsheft 557. VDI-Verlag Düsseldorf, 1973.
- McAdams, William H., 1954, Heat transmission. Third edition. McGraw-Hill Book Company.
- McNamara, R.T., Harrison, H.L., 1967, A lumped parameter approach to crossflow heat exchanger dynamics. ASHRAE Transactions, No 2052.
- Nakanishi, E., Pereira, N.C., Fan, L.T., Hwang, C.L., 1973, Simultaneous control of temperature and humidity in a confined space. Part 1-3. Building Science Vol.8, 1973.
- Nevralla, D.J., Robbic, J.V., Fitzgerald, D., 1970, A comparison of five digital computer programs for calculating maximum air conditioning loads. Part I. A simple office block. HVRA Laboratory Report No 62.
- Nevralla, D.J., Robbic, J.V., Fitzgerald, D., 1972, A comparison of digital computer programs for calculating maximum air conditioning loads. Part II. The effect of different methods of allowing thermal storage. HVRA Laboratory Report No70.
- Profos, P., Hemmi, P., 1965, Untersuchungen zur Dynamik der Klimaregelung. Neue Technik, 1965.

- Profos, P., 1972, Atlas des Feuchte- und Temperatur-übertragungsverhaltens klimatisierter Räume. Vulkan-Verlag Dr.W.Classen, Essen.
- Roots, W.K., 1969, Fundamentals of temperature control. Academic press New York, 1969.
- Shyu, J.M., 1970, Temperaturdynamik der Regelstrecke Heizkörper/Raum. Diss TU Berlin, 1970.
- Sprague, C.H., McNall, P.E.J.R., 1970, The effects of fluctuating temperature and relative humidity on the thermal sensation (thermal comfort) of Sedentary Subjects. ASHRAE Transactions, No 2136.
- Takahashi, Y., Chan, C.S., Auslander, D.U., 1971, Parameterinstellung bei linearem DDC Algorithmen. Regelungstechnik und Prozess-Datenverarbeitung, Heft 6, 1971.
- Tamm, H., 1969, Dynamic response relations for multi-row crossflow heat exchangers. ASHRAE Transactions, No 2095.
- Tobias, J.R., 1972, Simplified transfer function for temperature response of fluids flowing through coils pipes or ducts.
- Toremalm, N-G., 1960, Funktionella rubbningar i andningsvägarna efter trakeotomi. Diss., Lund, 1960.
- Wieslander, J., 1973, Interactive computer programs for computer aided design. IEE Conference Publication 96, Cambridge April 1973.
- Wieslander, J., 1974, Reglerteknik. Datorer i reglersystem. Sigma Tryck TLTH, Lund.
- Wyon, D.P., Bruun, N-O., Olesen, S., Kjerulf-Jensen, P., Fanger, P.O., 197, Factors affecting the subjective tolerance of ambient temperature savings. Technical University of Denmark. Laboratory of Heating and Air Conditioning - Building Research Climate Laboratory Lund, Sweden.
- Jelenski, R.E., Lund, R.A., Harrison, H.L., Sows, R.E., 1968, An investigation of a closed-loop system for duct air temperature control. ASHRAE Transactions No 2071, 1968.
- Ziegler, J.G., Nichols, N.B., 1942, Optimum settings for automatic controllers. Trans.ASME 64, nov.1942.

- Aström, K.J., Bohlin, T., 1965, Numerical Identification of Linear Dynamic Systems of Normal Operating Records. Proceedings of the IFAC Conference on Self-Adaptive Control Systems, Teddington.
- Aström, K.J., 1968, Lectures on the identification problem the least square method. DAC, LIT, Report 6806.
- Aström, K.J., 1970, Introduction to Stochastic Control Theory, Academic Press, New York.
- Aström, K.J., 1973, Reglerteknik. Samplade system. Föreläsningar vid LTH, TLTH/VBV, 1973.